

京都大学工学部 正 員 石原藤次郎  
 京都大学工学部 正 員 高 柳 琢 馬  
 京都大学大学院 学生員 ○池 利 周 一

1. はじめに 河川表流水を水資源として利用する場合、長期間流出に内在する物理的、確率的な構造を分析、総合し、河川流域の場所的、時間的な流出形態を量的に把握し、その予測をはかる必要がある。本研究では、1) まず、長期間流出の時間的な統計的性状を定量的に把握する方法として、従来から提案してきた統計的単位図法の修正法、および融雪期の統計的単位図法を提案し、日単位での流況の統計的予測をはかるとともに、2) 流出量を流域の場所的、位置的な側面からとらえる方法として、多重回帰分析法を提案し、山岳上流域の年平均流量を推定した。3) さらに、一歩進めて、Black-Box ととき明かすために、Shannon の情報理論から、流出系の状態遷移に注目し、流出系内部の確率的構造の把握を試みた。

2. 統計的単位図法 a) 統計的単位図法 われわれは、長期間流出の統計的性状の予測法として Wiener の予測、3 波理論から導いた統計的単位図法を提案してきた<sup>1)</sup>。ここでは、従来の方法の問題点を述べるとともに、その修正法として、土湿量変化を組み入れた降雨期の統計的単位図法、および融雪期の統計的単位図法を提案する。Wiener の予測、3 波理論を実際の流出系に適用する際、流出系の定常、線形化が必要である。従来はそのために、系列が季節区分で定常化できるとし、また、非線形特性の強い表面流出成分を、降水系列からは A 層が飽和されるに要する値、流量系列からは中間流出の最大値で一樣分離して、系列の線形化をはかった。ところが、こうして求めた統計的単位図は各年で異なり、とくにピーク値はかなり異なった結果を得、こうした一樣分離方法では、系の定常、線形化が不十分であることがわかった。そこで本研究では、降雨期においては、流出現象に強く影響する流域の先行条件、すなわち土湿量変化を組み入れた系の定常、線形化をはかった。一方、融雪期においては、従来、降雪を直接、水に換算した降水量と河川流量との間に統計的単位図を考えたが、本研究では、実際の融雪流出系を図-1 のようにモデル化し、日融雪量と河川流量との間に、融雪期の統計的単位図を組み立てた。 b) 降雨期の統計的単位図 日降雨量  $R(t)$  から表面流出となる非線形成分  $NL(t)$  と、流出に寄与しない初期損失量  $L(t)$  を分離するために、中間流出の生起場である A 層内の土湿量を図-2 のようにモデル化する。ここに最小容水量は、主に毛管力の作用により保持され、重力水として降下しない限界容水量である。さらに、重力排水量、および初期損失量領域における土湿量は、無降雨経過日数とともに、それぞれ異なる指数関数型の減衰をするとして、次のように仮定する。

$$\text{重力排水量領域;} \quad S(t) = \{S(t_0) + i/\alpha\} e^{-\alpha(t-t_0)} - i/\alpha \quad (1)$$

$$\text{初期損失量領域;} \quad S(t) = S(t_0) e^{-\beta(t-t_0)} \quad (2)$$

ここに、 $S(t_0)$ ,  $S(t)$ ; 日, 日における A 層内土湿量 (mm),  $i$ ; A 層下層への最終浸透能 (mm/day),  $\alpha$ ,  $\beta$ ; 減衰係数

実際に流出系への入力となる有効降雨量  $R_e(t) = (R(t) - L(t) - NL(t))$  は、 $S(t)$  と  $R(t)$  のう

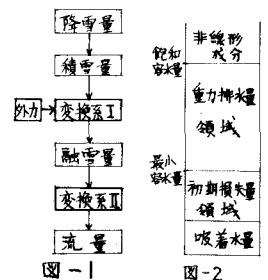


図-1

図-2

ち、重力排水量領域にある降雨量分となる。もちろん無降雨の場合は、 $R(t)=0$ である。したがって、統計的単位図は、 $R(t)$ と、中間流出の最大値以上を除去した流量系列 $Q(t)$ から、Wiener-Hopfの方程式を導くことによって得られる。

c)融雪期の統計的単位図 流域が雪層で覆われているので、土湿量変化は顕著でなく、融雪水の多くは雪層内を流下し、その性状が中間流の生起するA層内の流れに類似していると考えられるので、変換系Ⅱは定常、線形と仮定してもよからう。問題は日融雪量の評価である。本研究では、融雪の外力因子としては、資料の入手しやすい日平均気温 $T$ 、および日降雨量 $R$ を考え、気温とそれによる融雪高 $M_T$ は比例関係にあると仮定する。また、気温が $0^{\circ}\text{C}$ 以上のときに降雨があると、 $M_T$ の他に雨による融雪高 $M_R$ があると考え、全融雪高 $M$ は、 $M_T$ と $M_R$ の単純和であるとして、

$$M = M_T + M_R = m \cdot T + R \cdot T / 80 \quad (3)$$

で表わす。ここに、 $m$ は比例定数、 $80(\text{cal/g})$ は氷の融解熱である。なお、実際の計算にあたっては、 $T$ 、 $R$ が標高 $h$ による変化特性をもつので、流域を標高により、いくつかの地帯 $A_1, A_2, \dots, A_n$ に分割し、 $T$ 、 $R$ と $h$ との関係を次式で与える。

$$T(h) = T(h_0) - \alpha(h - h_0) \quad (4) \quad R(h) = R(h_0) + \beta(h - h_0) \quad (5)$$

ここに、 $h_0, h_i$ ：観測地の標高および分割地帯の平均標高、 $\alpha, \beta$ ：気温で“減率”および降雨増加率  
この $T$ 、 $R$ を用いて(3)式より、各分割地帯の融雪量が計算されると、流域の全融雪高 $M$ は、

$$M = \sum_{i=1}^n A_i \times \text{Min}(m \cdot T_i + R_i \cdot T_i / 80, S_i) / A \quad (6)$$

で与えられる。ここに、 $S_i$ は積雪水量で、積雪深に月別変化を考慮した雪の密度を乗じて求める。このようにして求めた日融雪高 $M$ と河川流量から融雪期の統計的単位図が得られる。

3. 多重回帰分析法による年平均流量の推定 年単位での流出量を場所的、位置的な側面からとらえることは、長期間の流出特性を総合的に把握する上に重要である。とくに、山岳上流域の表流水源を開発する場合、年平均流量は計画段階での基本資料となる。本研究は、こうした地点の水文資料の不足、観測の困難さを考え、地図上で判別できる気象、地形要素を組み入れた多重回帰分析法から、各流域における年平均流量を推定する。

一般に年平均流量 $Q_m$ は、気象要素 $C$ 、地形要素 $P$ 、および人間の介入要素 $I$ の関数として、

$$Q_m = f(C, P, I) \quad (7)$$

で与えられるが、山岳上流域を対象とする場合は、 $I$ は一定無視してよく、上式は、 $Q_m = F(C, P) \quad (8)$ となる。(8)式の $Q_m$ としては年平均流出高、 $C$ として年平均降水量、蒸発散量(年平均気温 $\times$ 日照時間)、 $P$ として地質、林相、高度、流域勾配、流域方向、風向、緯度、経度を考えた。地質、林相については資料が不十分であり、また、わが国の山岳上流域はほとんど表層被覆型流域であると考えられるので、これらの効果は定数項に含ませた。なお、各要素の地図上での読みとり法は省略する。ところで実際の計算においては、(8)式の多重関係を線形方程式と置き、非線形関係を考える場合も、回帰分析する前に対数変換して線形化しておく。なお、独立変数の選択には、線形重合の問題を注意する必要がある。

4. 流出系の状態遷移 統計的単位図法、多重回帰分析法は、入、出力値から、流出系のBlack-Boxの性状を理解し、時間的、場所的流出形態を量的に把握し、予測しようとするものであった。系の状態遷移に関する研究の目的は、Black-Boxそのものの内部構造を確率論的に把握し、前2章の方法と合わせて、より精度が高く、かつ普遍的な予測方法を組み立てることにある。

長期間流出系には、多くの因子が複雑に作用し、その結果、系はきわめて不確定となる。したがって

て、流出系には、Shannonの定義したエントロピーが最大となる仮定をおけよう。つぎに、流出系のエントロピーの数量的表現を示そう。いま、系がとりうる状態を $E_1, E_2, \dots, E_n$ とすれば、 $E_i$ に属する降雨があると、系は他の状態 $E_j$ に移り、流量情報源から流量 $Q_{ij}$ が生起するという遷移状態を想定できる。すなわち、Shannonの情報理論から図-3のような状態遷移図を想定でき、このとき、

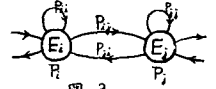


図-3

単位時間あたりに系のもつ情報量、すなわちエントロピーは、

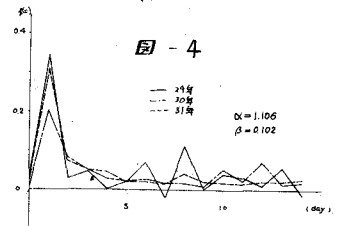
$$R = -\sum_i \{P_i \sum_j (P_{ij} \log P_{ij})\} / \sum_i \{P_i \sum_j (P_{ij} t_{ij})\} \quad (9)$$

ただし情報源から流量 $Q_{ij}$ を生起するのに要する時間、つまり遷移時間である。前述したように、流出系には最大エントロピーの仮定がおけるから、(9)式の流出系エントロピーを最大にすることによって、遷移確率 $P_{ij}$ が算出できる。これは、Shannonの情報理論でいう情報伝送率最大化法であるので、計算過程は省略し、ここでは結果だけを述べる。すなわち $P_{ij}$ は、 $P_{ij} = B_i / B_j \times W^{-t_{ij}} \quad (10)$  で与えられる、 $B_i$ は連立方程式  $\sum_j B_j (W^{-t_{ij}} - \delta_{ij}) = 0 \quad (11)$  の最大正実根である。なお、 $\delta_{ij}$ はKronecker-Deltaである。

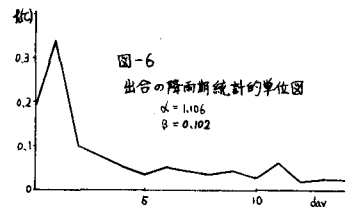
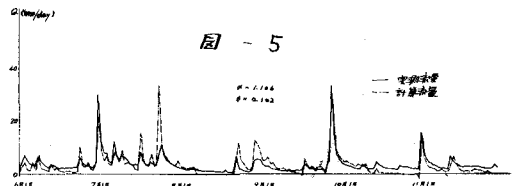
以上、流出系の状態遷移について概略を述べたが、この理論は系内部の確率的構造に立ちいって同時に、実用的な面でも、従来の流量系列解析における多重マルコフ性を考慮する必要がない。すなわち流出系の状態遷移に注目することによって、その過程を単純マルコフにおきかえるからである。ただ、遷移確率の定常性には問題があるので、本研究では近似的に定常となるよう、系列を降雨期、融雪期に層別化した。

5. 適用と考察 以上の理論的アプローチを由良川流域(流倉; 150km<sup>2</sup>, 角; 55.6km<sup>2</sup>, 福知山; 147km<sup>2</sup>)に適用し、その結果を考察する。

a) 統計的単位図 由良川における従来の研究<sup>2)</sup>から、最大重力排水量を120mmとし、それをもとに飽和容量量、最小容量量、吸着水量を与え、 $\alpha, \beta$ を定めた。図-4は $R(t)$ を入力、河川流量を出力として算出された統計的単位図 $Q(t)$ の一例である。また、 $Q(t)$ による計算流量と実測流量を比較したものが図-5である。各季節の $Q(t)$ は各年でもかなり一致しており、また降雨の大部分が1日以内に流出する降雨期の流出特性をよく表わしている。計算流量と実測流量は、従来とかなりよく一致しており、本理論の妥当性を実証している。なお図-6は同じ方法を久多川流域出合地点(流域面積20km<sup>2</sup>)に適用したものである。 $Q(t)$ は山岳小流域の流出の急激さを明確に示している。図-7は前述の方法で日融雪高を算出し、河川流量との間で求めた融雪期の統計的単位図の一例である。各年ともかなり一致しており、



融雪期においては、降雨期に比べて、ゆるやかな流出形態をなすことがよくわかる。この $Q(t)$ による計算流量と実測流量との比較を図-8に示すが、春期における融雪洪水的な大出水を除くと、よく一致している。



このようにみえてくると、降雨期、融雪期の統計的単位図は、長期間にわたる日単位の流況予測、欠測流量の補充にかなり有効な方法

といふ、また本方法によって長期間流出特性に関する情報を多量に把握できよう。

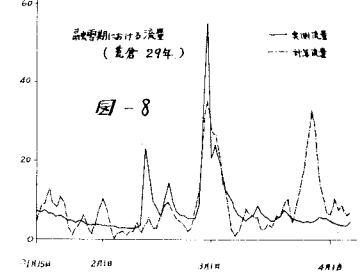
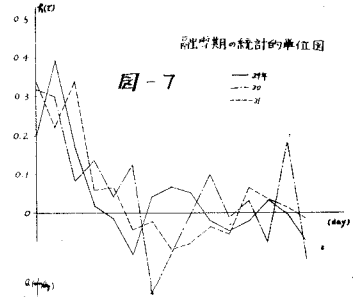
b)多重回帰分析法 流量年表のうち、流域面積が700km<sup>2</sup>以下で、流域が主に山岳上流域に位置する代表地点を全国から46箇所選び、各流域ごとに各要素を測定した。これらの要素と年平均流量との間に、線形および対数線形の関係をおいて計算した結果の回帰係数および相関係数を表-1、表-2に示す。要素の組み合わせは8ケース考えたが、両表より以下のことがわかる。1)年平均流量と気象、地形要素との間には、対数線形よりも線形に近い関係がある。2)年平均流量は全国にわたる広い範囲を対象とする限り、地形要素だけでは十分に推定しえない。3)気象、地形要素の多くは、それぞれの間に相関関係をもつ。4)年平均流量には年平均降水量、蒸発散量がかつとも大きな効果をもつが、高度、勾配の地域的特性もかなりの効果をもつ。したがって、今後は年平均降水量、蒸発散量を厳密に評価し、同時に高度、勾配、地質、林相効果をも地域別に取扱い、山岳上流域の年平均流量を推定していきたい。

c)流出系の状態遷移 流出系は一般に表面流出、中間流出、地下水流出の3つの状態をとりうるが、日単位での長期間流出を対象とする場合、中間流出、地下水流出状態の高確率群を考慮すれば十分である。いま、状態を流量の大きさと与えられることにし、中間流出を5段階に分け、地下水流出状態と合わせて、6状態単純マルコフ過程を考える。由良川流域への適用にあたっては、つぎの流量範囲で状態を定義する。 $E_1: 0 \leq \text{日平均流量 } Q(\%) < 5$ ,  $E_2: 5 \leq Q < 10$ ,  $E_3: 10 \leq Q < 20$ ,  $E_4: 20 \leq Q < 40$ ,  $E_5: 40 \leq Q < 60$ ,  $E_6: 60 \leq Q < 250$ , さらに系に作用する日降水量 $R(\%)$ の規模として、つぎの5つを考える。 $R_1: 0 \leq R < 5$ ,  $R_2: 5 \leq R < 20$ ,  $R_3: 20 \leq R < 40$ ,  $R_4: 40 \leq R < 60$ ,  $R_5: 60 \leq R < 120$  表-3の上段は実測資料から求められた $R_3$ の降水規模に対する遷移確率であり、下段は実測資料から得られた $Q_i$ を用いて(10)式より計算された値である。両者はかなり一致しており、流出系の状態遷移が最大エントロピーの仮説に従うようであるので、今後は状態の継続時間などをとり入れ、流出系の確率的構造をより具体化していきたい。

6. 結語 統計的単位図法、多重回帰分析法、流出系の状態遷移に関する研究、これら一連の研究は長期間にわたる流出形態を総合的に把握しようとするものであった。今後は、より合理的な長期間流出モデルの確立と、そのシミュレーションによって、表流水源の効率的開発ならびに配分法を研究していきたい。

参考文献

- 1) 石原(漢), 高橋, 池利 "降水と流量の長期相関関係に関する研究" 第22回年次学術講演会
- 2) 石原(漢), 石原(由), 高橋 "由良川の出水特性に関する研究" 京都大学防災研究所年報



| CASE | 降雨     | 勾配     | 高度     | 蒸発散    | 流域面積    | 風向      | 風速      | 緯度      | 経度      | 定数      |
|------|--------|--------|--------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 1    | 0.0115 |        |        | -0.379 |         |         |         |         |         | 1.5040  |
| 2    | 0.0102 | 0.0772 | 0.0056 | -0.312 |         |         |         |         |         | 0.2154  |
| 3    | 0.0103 | 0.0692 | 0.0013 | -0.320 | 0.0073  |         |         |         |         | 0.1776  |
| 4    | 0.0107 | 0.0698 | 0.0015 | -0.317 | 0.0054  | -0.0023 | 0.0019  |         |         | 0.2382  |
| 5    | 0.0097 | 0.0712 | 0.0016 | -0.433 | 0.0012  |         |         | -0.1167 | -0.2704 | 0.7387  |
| 6    | 0.0102 | 0.0726 | 0.0019 | -0.484 | 0.0069  | -0.0227 | 0.0065  | -0.0901 | -0.2712 | 0.7318  |
| 7    |        | 0.1204 | 0.0207 |        | -0.0101 |         |         |         |         | 0.8846  |
| 8    | 0.0107 | 0.0719 | 0.0070 |        | 0.0047  | -0.0223 | -0.0012 | 0.0275  | -0.0919 | -0.7728 |

表-1 線形の場合の回帰係数

| CASE | 線形     | 対数線形   |
|------|--------|--------|
| 1    | 0.8840 | 0.7491 |
| 2    | 0.9028 | 0.8202 |
| 3    | 0.9038 | 0.8203 |
| 4    | 0.9111 | 0.8508 |
| 5    | 0.9067 | 0.8226 |
| 6    | 0.9134 | 0.8522 |
| 7    | 0.6211 | 0.4658 |
| 8    | 0.8993 | 0.8252 |

表-2 相関係数

|       | $E_1$          | $E_2$          | $E_3$          | $E_4$          | $E_5$          | $E_6$ |
|-------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-------|
| $E_1$ | 0.273<br>0.255 | 0.455<br>0.314 | 0.236<br>0.431 | 0.036          |                |       |
| $E_2$ | 0.022<br>0.053 | 0.267<br>0.255 | 0.444<br>0.692 | 0.067          |                |       |
| $E_3$ | 0.005          | 0.154<br>0.044 | 0.577<br>0.505 | 0.269<br>0.376 |                |       |
| $E_4$ | 0.050          | 0.120          | 0.312<br>0.225 | 0.689<br>0.505 |                |       |
| $E_5$ | 0.008          | 0.035          | 0.375          | 1.000<br>0.882 |                |       |
| $E_6$ | 0.004          | 0.034          | 0.184          | 0.250<br>0.286 | 0.750<br>0.492 |       |

表-3  $R_3$ の場合の遷移確率