

京都大学工学部 正会員 岩垣 雄一
京都大学大学院 学生員 酒井 哲郎

1. はしがき

波が深海から浅海へ進行してその特性が変化する場合、沖波波形勾配が小さいと、Stokes 波理論よりもむしろ 7ノイド波理論を用いなければならないような領域が存在する。従来の実験結果をみても、水深・波長比の小さい領域では、微小振幅波理論による理論曲線よりも、波高は急激に増大している。著者は昨年このような実験結果を理論的に説明するためには、7ノイド波理論を用いるべきであると考え、7ノイド波の初等関数表示である hyperbolic waves の理論式を用いて、水深変化にともなう波高、波速および静水面からの波の峯高の変化の理論曲線も求めた。つづいて、一様勾配の斜面上での波高および波速の変化についての実験を行ない、hyperbolic waves の理論式、Stokes 波理論および微小振幅波理論にもとづく理論結果と比較検討した^{(1)~(3)}。

この研究は、上述の hyperbolic waves の理論式にもとづく波高変化の計算^{(1), (2)}に若干の誤りがあったのでそれを修正し、さらに Méhauté-Webb (1964) が Stokes 波理論を用いて求めた水深変化にともなう波高変化の理論曲線におけるパラメーター H_0/gT^2 および h/gT^2 を、微小振幅波理論によらず Stokes 波理論のより次近似解を用いて正確に求めて、あらためて沖波波形勾配 H_0/L_0 およびパラメーターとする波高比 H/H_0 と水深・波長比 h/L_0 の関係と静水面からの波の峯高の変化の理論曲線を求め、さらに、一様勾配上での波の進行にともなう波高、波速および静水面からの波の峯高の変化の実験結果を示して、理論曲線と比較検討したものである。

2. hyperbolic waves の理論式にもとづく水深変化にともなう波高変化式の修正

いま座標系を図-1 のようにとると、単位時間に単位幅を通過して輸送される平均の波のエネルギー $\bar{W}$ はベルヌーイの定理を用いると、次式によってあらわされる。

$$\bar{W} = \frac{\rho}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \int_{-h}^{\eta} \left\{ \frac{1}{2} (u^2 + w^2) + \frac{p}{\rho} + gz \right\} u \cdot dz \cdot dt \quad (1)$$

ここで u および w はそれぞれ x および z 方向の水粒子の速度であり、hyperbolic waves の圧力 p のより次近似は次式で与えられる。

$$\frac{p}{\rho g H} = \frac{\eta - z}{H} - \frac{3}{4} \frac{H}{h_0} \left\{ 2 \frac{z}{h_0} + \left(\frac{z}{h_0} \right)^2 \right\} \left\{ 2 \operatorname{sech}^2 \left(\frac{2K}{L} X \right) - 3 \operatorname{sech}^4 \left(\frac{2K}{L} X \right) \right\}, \quad X = x - ct \quad (2)$$

ここで、 $1/K$ はより正確な完全四角積分である。従来の計算^{(1), (2)}では右辺第2項のアンダーラインの部分も誤って $(H/h_0)^2$ として計算しており、あらためて計算した $\bar{W}$ と、Méhauté-Webb (1964) が求めた Stokes 波理論のより次近似による $\bar{W}$ において $h \rightarrow \infty$ とした $\bar{W}_0$ とを等しいと置いて整理すると、波高変化式はつぎのようになる。

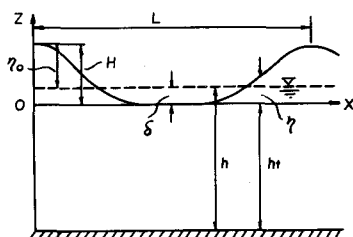


図-1 座標系

$$\frac{H}{H_0} = \frac{3}{16} \left(\frac{1}{4}\right)^{1/3} \left(\frac{1}{L_0}\right)^{-1} \left(\frac{H_0}{L_0}\right)^{1/3} \left\{1 + \pi^2 \left(\frac{H_0}{L_0}\right)^2\right\} \left\{1 - \frac{1}{16} \frac{H}{h} + \frac{1}{12} \frac{1}{16} \left(\frac{H}{h}\right)^2\right\}^{-1/3} \left\{1 - 1.3 \left(\frac{H}{h}\right)^2\right\}^{1/3} \\ \times \left\{1 - \frac{3}{2} \frac{1}{16} + \frac{H}{h} \left(\frac{2}{5} - \frac{5}{2} \frac{1}{16} + \frac{3}{16^2}\right) + \left(\frac{H}{h}\right)^2 \left(-\frac{3}{112} - \frac{29}{160} \frac{1}{16} + \frac{13}{4} \frac{1}{16^2}\right)\right\}^{-2/3} \quad (4)$$

ここでもアンダーラインの部分従来のもとの相違点である。ここで添字 0 は深海における値であることを示す。

3. Stokes 波理論にもとづく水深変化にともなう静水面からの波の挙高の変化

(1) Méhauté-Webb (1964) はすでに Skjelbreia (1959) の Stokes 波理論のオズ近似による $\bar{W}$ を用いて、水深変化にともなう波高変化の理論曲線も求めている。この理論曲線はパラメータ α および横軸にそれぞれ H_0/T^2 および h/T^2 を採用している。一方、Stokes 波理論のオズ近似解から $2\pi H_0/gT^2$ および $2\pi h/gT^2$ と H_0/L_0 および h/L_0 との関係がそれぞれ、

$$\frac{H_0}{L_0} = \frac{2\pi H_0}{gT^2} \left\{1 - \pi^2 \left(\frac{H_0}{L_0}\right)^2\right\} \quad , \quad \frac{h}{L_0} = \frac{2\pi h}{gT^2} \left\{1 - \pi^2 \left(\frac{H_0}{L_0}\right)^2\right\} \quad (5)$$

により与えられる。 $2\pi H_0/gT^2$ の値を与えると H_0/L_0 はオズ式の 2 次方程式を解くことにより求まり、 h/L_0 はオズ式にこの H_0/L_0 の値と $2\pi h/gT^2$ の値を代入して求めることができる。一方、Koh-Méhauté (1966) は Méhauté-Webb (1964) の波高変化の計算結果を、 $2\pi H_0/gT^2$ に対する $2\pi h/gT^2$ と H/H_0 の関係として表に与えているので、この表から (5) 式を用いて H_0/L_0 に対する h/L_0 と H/H_0 の関係として波高変化の理論曲線も求めることができる。

(2) Skjelbreia (1959) の Stokes 波理論の波形状 η のオズ近似は次式で与えられる。

$$\frac{\eta}{L} = A_1 \cos \theta + A_2 \cos 2\theta + A_3 \cos 3\theta \quad , \quad \theta = \frac{2\pi}{L} (x - ct) \quad (6)$$

ただし上式の η は図-1 の η から δ を差引いたものに相当し、 A_1 、 A_2 および A_3 は h/L および H/h の関数として Skjelbreia (1959) により表が与えられている。ここで $\theta = 0$ とおけば、静水面からの波の挙高 η_0 がつきのように求まる。

$$\frac{\eta_0}{H} = \left(\frac{H}{L}\right)^{-1} (A_1 + A_2 + A_3) \quad (7)$$

一方、Koh-Méhauté (1966) は波高変化の計算結果の表において、 $2\pi H_0/gT^2$ に対する $2\pi h/gT^2$ と H/H_0 の関係と同時に h/L と H/L の値も示しており、 $H/h = (H/L)/(h/L)$ であるから、この表と (5) 式、(7) 式および Skjelbreia (1959) の表を用いれば、Stokes 波理論にもとづく水深変化にともなう静水面からの波の挙高の変化の関係として、 H_0/L_0 と h/L_0 と η_0/H の関係が計算できる。

4. 水深変化にともなう波の変化の実験

(1) 実験装置および方法 実験は京都大学防災研究所宇治川水理実験所の波浪実験水槽において行なった。この水槽は、長さ 63 m、幅 50 cm、高さ 65 cm の鋼製水槽で、図-2 に示すように、その一端にピストン型波起し機が取り付けられており、水槽のほぼ中央へ 8 m 離れた鋼板斜面

を設置した。勾配は $1/20$ であって、斜面の最上端は水槽の底面から 40 cm の高さにある。実験にあたっては、一様水深部の水深はつねにほぼ

40 cm とし、波の周期は $1, 1.2, 1.5,$

2 sec 、一様水深部の波高は $1.5 \sim 12.0\text{ cm}$ の範囲のものを用いた。記録は、一様水深部および斜面上に設置された6台の電気抵抗型波高計によつて得た。沖波波高は、一様水深部の波高と水深から、Mélhauté-Webb (1964) が求めた Stokes 波理論の3次近似による波高変化の理論曲線を用いて求め、沖波波長は波の周期 T から近似的に $gT^2/2\pi$ で与えた。波速は、隣り合う2台の波高計間の波が通過するのに要する時間から2台の波高計間の2等分点での波速として求めた。また沖波波速は近似的に $gT/2\pi$ で与えた。静水面からの波の峯高は、あらかじめ記録紙上に静水面の位置も記録させておき、それを基準として求めた。なお採用した波は、各記録のうち波形が安定したもののうちで、斜面上で反射した波が波起し機の往復板によつてふたたび反射して帰つてくるまでの散波である。

(2) 実験結果 一様水深部の水深を 40.5 cm とし、波高も適当に変えて行なつた波高変化の実験結果のうち、沖波波形勾配の小さい4つの場合を hyperbolic waves の理論曲線と微小振幅波理論にもとづく理論曲線とともに示したのが図-3であり、他の波形勾配の大きい場合を Stokes 波理論にもとづく理論曲線と微小振幅波理論によるものとともに示したのが図-4である。つぎに、波の周期も 1.5 および 2 sec として行なつた波速の変化の実験結果を、(4)式と hyperbolic waves の波速の3次近似を用いて求めた理論曲線ならびに微小振幅波理論にもとづくものとともに、縦軸に波速比 C/C_0 をとつて示したのが図-5と図-6である。最後に、静水面からの波の峯高の変化の実験結果を、縦軸に η_0/H をとつて、hyperbolic waves の理論曲線と Stokes 波理論にもとづく理論曲線とともに示したのが図-7と図-8である。

(3) 考察 波高の測定誤差は 4% 程度と推定されるが、図-3 を見てわかるように、hyperbolic waves の理論式にもとづく波高変化の理論曲線は実験結果と非常によく一致しており、波高が水深減少にもつたて微小振幅波理

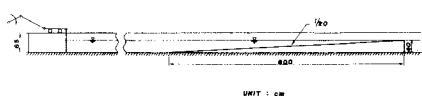


図-2 実験装置

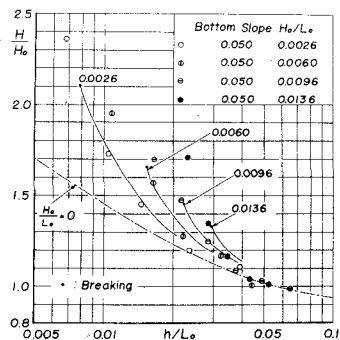


図-3 波高変化の実験結果 (1)

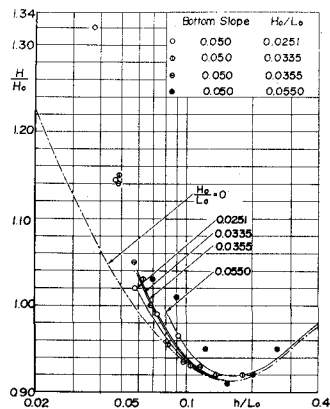


図-4 波高変化の実験結果 (2)

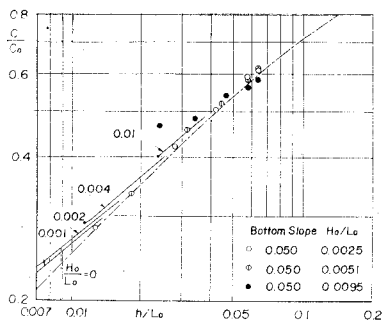


図-5 波速変化の実験結果 (1)

論によるものよりもはるかに大きくなることわかる。ただし各実験結果の点描された点のうち最小の水深の点は、視察によつて求めた砕波点であり、図-3 からわかるように、Laitone (1961) の最高波の式から求めた砕波限界よりも浅く、砕波高は大きい。理論的に求められた砕波限界は勾配の影響が導入されていないので、斜面上の砕波についてはさらに検討する必要がある。一方、図-4 からわかるように、Stokes 波理論にもとづく波高と微小振幅波理論による波高との差異は実験誤差と同じ程度であり、理論曲線の妥当性を検討するには実験の精度を高める必要があるが、波高の増大の割合が微小振幅波理論にもとづくものよりやや大きいという傾向は実験結果と一致している。

波速の測定誤差は約 1.5 % と推定されるが、図-5 および図-6 とも見てわかるように、実験値は理論通りに水深の減少とともに減少し、その傾向は一致するが、微小振幅波理論によるほど小さくはならない。また沖波波形勾配の影響は、hyperbolic waves の理論式にもとづく理論曲線と同じ傾向を示しているといえるが、さらに詳細な実験が必要であらう。

最後に静水面からの波の挙高については、水深の減少とともに増大し、その傾向は2つの理論曲線群とほぼ一致しているものの、値自体は理論値よりかなり小さい値を示しており、その一因として斜面上での波が非対称になっていることが挙げられるが、今後さらに検討する必要がある。

参 考 文 献

- 1) 岩垣雄一・酒井哲郎：有限振幅波の shoaling について，第14回海岸工学講演会講演集，昭42.10，pp. 1-7.
- 2) 岩垣雄一・酒井哲郎：フノイド波に関する研究（第5報）— hyperbolic waves について（2）—，京大防災研究所年報，第11号B，昭43.3，pp. 463-476.
- 3) 岩垣雄一・酒井哲郎：水深変化に伴う波の変形に関する研究，昭和43年度関西支部年次学術講演概要。

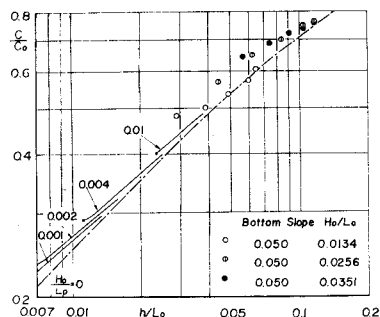


図-6 波速変化の実験結果 (2)

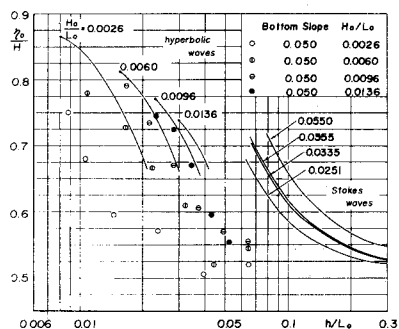


図-7 波の挙高の変化の実験結果 (1)

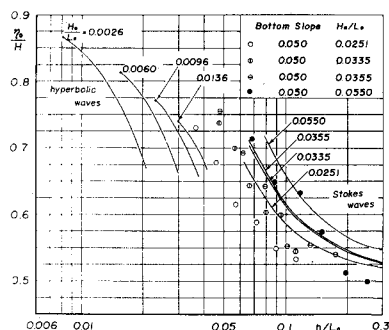


図-8 波の挙高の変化の実験結果 (2)