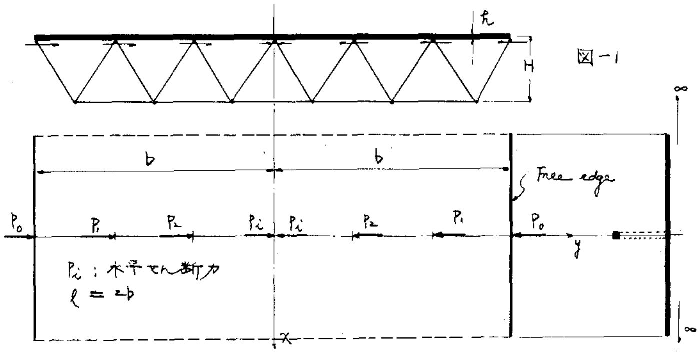
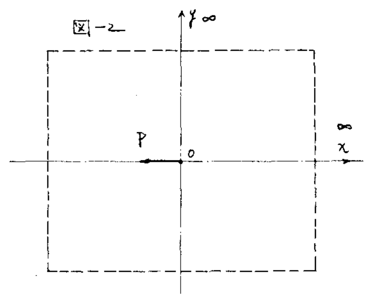
I－204　　合成トラス床版の有効巾について

大阪市立大学工学部　正員　倉田宗章
桜田機械工業 K.K.　〃　○安岡富夫

1. まえがき　合成トラス構造は、①トラス上弦材をコンクリート床版と合成したものと②上弦材の代りにコンクリート床版を用いてトラス上弦材を省略したものとに大別される。これらの構造で床版のトラスとの協働巾をどのように決めたらよいかという問題について先づ比較的簡単な後者②を選び図1のような単独T型梁を形成する場合の基礎的検討を行なった。



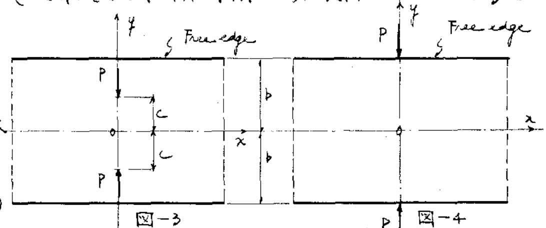
図－1



図－2

2. 解析方法　解析を行なうに当って次の通り仮定した。①床版はトラス軸と直角な方向（x軸）に無限巾を持つ。②床版の厚さtは桁高に比べて小さいから板としての曲げ剛度は省略する。③トラスと床版とはトラス格点のヒンジで連結している。たゞしトラス格点で版に作用する水平せん断力は床版の中立面に作用するものとし二次の曲げは省略する。④荷重はトラス面内の格点に作用するものとする。以上の仮定から任意の荷重状態でのトラスの断面力を決めることが出来、結局この問題は格点に水平せん断力が作用した時の版の応力分布を求めるという平面応力問題に帰着されAiryの応力関数を用いて比較的簡単に解析出来る。すなわち1.版内に対称な水平せん断力が働く場合（荷重は対称）と2.非対称に作用する場合（非対称荷重）とについて各々の応力関数を求めればよい。1.のせん断力対称の場合の版応力を与える解はK. Girkmann*が与えているのでこれを使用し非対称の場合にはGirkmannの考え方を拡張して応力関数を求めてやった。

a. イ. 版内に対称せん断力が作用する場合（図－3）



図－3　図－4

図2の無限版の座標軸原点に集中荷重Pが作用した時の応力関数 F_1 は

$$F_1 = \frac{1+\mu}{4}\frac{P}{\pi h}\int_0^\infty \frac{1}{\alpha^2}\left(\frac{1-\mu}{1+\mu} - \alpha y\right)e^{-\alpha y}\sin\alpha x\, d\alpha \cdots (1)$$

こゝに μ；ポアソン比、α；$\frac{n\pi}{\ell}$。図3で周辺を無限とした場合の応力関数は(1)式の座標変換と重ね合せにより

$$F_2 = \frac{1+\mu}{4}\frac{P}{\pi h}\int_0^\infty \frac{1}{\alpha^2}\left(\frac{1-\mu}{1+\mu} - \alpha x\right)e^{-\alpha x}\{\sin(y-c) - \sin(y+c)\}\, d\alpha$$

$$= -\frac{2(1+\mu)}{4}\frac{P}{\pi h}\int_0^\infty \frac{1}{\alpha^2}\left(\frac{1-\mu}{1+\mu} - \alpha x\right)e^{-\alpha x}\cdot\sin\alpha c\cdot\cos\alpha y\, d\alpha \cdots\cdots (2)$$

次いで $y=\pm b$ での境界条件を満たすためにもう一つの応力関数 F_3 を求めなければならない。F_3 は x, y についての偶関数で　$F_3 = \int_0^\infty \frac{1}{\alpha^2}(A\cosh\acute{\alpha}y + B\acute{\alpha}y\sinh\acute{\alpha}y)\cos\acute{\alpha}x\, d\acute{\alpha} \cdots\cdots (3)$　A, B は境界条件から決められる係数である。$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = \sigma_y$ ，$-\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} = \tau_{xy}$ だから（$\sigma_{y_2} + \sigma_{y_3} = 0$，$\tau_{xy_3} + \tau_{xy_2} = 0$）at $y = b$ の条件か

らA, Bは次のように求まり結局版内の応力は応力関数F_2, F_3から得られる応力の重ね合せとして与えられる。

$$A=\frac{4Ke^{-\alpha' b}}{\sinh 2\alpha' b+2\alpha' b}\left\{\left[\left(\frac{2}{1+\mu}+\frac{2}{1+\mu}\alpha' b+\alpha'^2 b^2\right)\sinh\alpha' c-(1+\alpha' b)\alpha' c\cosh\alpha' c\right]\sinh\alpha' b+\left[\left(\frac{2}{1+\mu}+\alpha' b\right)\sinh\alpha' c-\alpha' c\cosh\alpha' c\right]\alpha' b\cosh\alpha' b\right\}$$

$$B=\frac{-4Ke^{-\alpha' b}}{\sinh 2\alpha' b+2\alpha' b}\left\{\left[\left(\frac{1-\mu}{1+\mu}+\alpha' b\right)\sinh\alpha' c-\alpha' c\cosh\alpha' c\right]\cosh\alpha' b+\left[\left(\frac{2}{1+\mu}+\alpha' b\right)\sinh\alpha' c-\alpha' c\cosh\alpha' c\right]\sinh\alpha' b\right\}$$ ただし $K=\frac{(1+\mu)P}{4\pi h}$

ロ. 床版端部に対称に水平せん断力が作用する場合 (図-4)

これもイと同様 2軸対称の問題だから(3)式の応力関数を用いる。一方境界上の荷重Pは(4)式で表せる。

$P(x)=\frac{P}{\pi}\int_0^\infty\cos\alpha x\,d\alpha$ ……… (4)。 従って(3)式のA, Bと$y=b$での境界条件 $(\sigma_y)_{y=b}=-\frac{1}{h}P(x)$, $(\tau_{xy})_{y=b}=0$ から決めると $A=\frac{2P}{\pi h}\cdot\frac{\sinh\alpha b+\alpha b\cosh\alpha b}{\sinh 2\alpha b+2\alpha b}$, $B=\frac{-2P}{\pi h}\cdot\frac{\sinh\alpha b}{\sinh 2\alpha b+2\alpha b}$

それ故 図4の荷重状態での応力分布を示す応力関数は与えられた。

b. 非対称せん断力が作用した場合 (図-5, 6)

イ. 水平せん断力が版内にある場合 (図-5)

この場合 (2)式の応力関数はそのまゝ使用出来る。次いで$y=b'$, $-d$における境界条件を満すべく応力関数F_4を導入する。

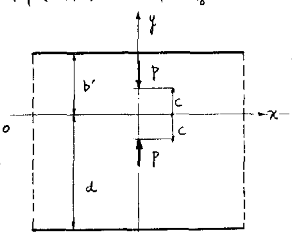


図-5

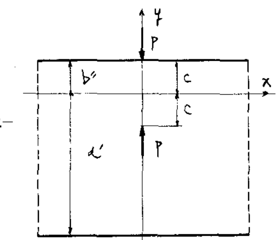


図-6

$$F_4=\int_0^\infty\frac{1}{\beta^2}(A\cosh\beta y+B\beta y\sinh\beta y+C\sinh\beta y+D\beta y\cosh\beta y)\cos\beta x\,d\beta$$

$$\therefore\ \sigma_{y_4}=\frac{\partial^2 F_4}{\partial x^2}=-\int_0^\infty\left[A\cosh\beta b'+B\beta b'\sinh\beta b'+C\sinh\beta b'+D\beta b'\cosh\beta b'\right]\cos\beta x\,d\beta$$ at $y=b'$. $y=-d$についても同様。

$$\tau_{xy_4}=-\frac{\partial^2 F_4}{\partial x\partial y}=\int_0^\infty\left[(A+B)\sinh\beta b'+B\beta b'\cosh\beta b'+(C+D)\cosh\beta b'+D\beta b'\sinh\beta b'\right]\sin\beta x\,d\beta$$ 〃 〃

一方(2)式から得られる応力は $\sigma_{y_2}=\frac{\partial^2 F_2}{\partial x^2}=-2K\int_0^\infty\left(\frac{3+\mu}{1+\mu}-\alpha x\right)e^{-\alpha x}\sin\alpha c\cos\alpha b\,d\alpha$ at $y=b'$ 〃

$$\tau_{xy_2}=\frac{-\partial^2 F_2}{\partial x\partial y}=2K\int_0^\infty\left(\frac{2}{1+\mu}-\alpha x\right)e^{-\alpha x}\sin\alpha c\sin\alpha b\,d\alpha$$ 〃 〃

従って$y=b'$, $y=-d$での条件 $\sigma_{y_2}+\sigma_{y_4}=0$, $\tau_{xy_2}+\tau_{xy_4}=0$ からA～Dの係数は求められる。フーリエの積分定理を用いて結局 係数を求める以下の連立方程式が得られる

$$K\left\{\left[\frac{2}{1+\mu}+\beta(b'+c)\right]e^{-\beta(b'+c)}-\left[\frac{2}{1+\mu}+\beta(b'-c)\right]e^{-\beta(b'-c)}\right\}+(A\cosh\beta b'+B\beta b'\sinh\beta b'+C\sinh\beta b'+D\beta b'\cosh\beta b')=0 \quad\cdots\cdots(5)$$

$$K\left\{\left[\frac{2}{1+\mu}+\beta(d+c)\right]e^{-\beta(d+c)}-\left[\frac{2}{1+\mu}+\beta(d-c)\right]e^{-\beta(d-c)}\right\}+(A\cosh\beta d+B\beta d\sinh\beta d-C\sinh\beta d-D\beta d\cosh\beta d)=0 \quad\cdots\cdots(6)$$

$$K\left\{\left[\frac{1-\mu}{1+\mu}+\beta(b'+c)\right]e^{-\beta(b'+c)}-\left[\frac{1-\mu}{1+\mu}+\beta(b'-c)\right]e^{-\beta(b'-c)}\right\}-A\sinh\beta b'-B(\sinh\beta b'+\beta b'\cosh\beta b')-C\cosh\beta b'-D(\cosh\beta b'+\beta b'\sinh\beta b')=0 \quad\cdots\cdots(7)$$

$$K\left\{\left[\frac{1-\mu}{1+\mu}+\beta(d+c)\right]e^{-\beta(d+c)}-\left[\frac{1-\mu}{1+\mu}+\beta(d-c)\right]e^{-\beta(d-c)}\right\}-A\sinh\beta d-B(\sinh\beta d+\beta d\cosh\beta d)+C\cosh\beta d+D(\cosh\beta d+\beta d\sinh\beta d)=0 \quad\cdots\cdots(8)$$

これから得られるA～DをF_4に代入し更にF_2と重ね合せることにより図5の応力分布を表わす応力関数が与えられる。

ロ. 水平せん断力の一方が境界$y=c$上にある場合 (図-6)

この場合は前述の問題で$b'=c$とし更に$y=c$の境界において $\sigma_y=-\frac{1}{h}P(x)$, $\tau_{xy}=0$の条件を満たすようにすれば良い。こゝに$P(x)$は(4)式で与えられる。従って(5)式は次の通りである。

$$K\left\{\left[\frac{2}{1+\mu}+\beta\cdot 2c\right]e^{-2\beta c}-\frac{2}{1+\mu}\right\}+(A\cosh\beta c+B\beta c\sinh\beta c+C\sinh\beta c+D\beta c\cosh\beta c)=-\frac{P}{\pi h} \quad\text{——}\ (9)$$

(6)式～(8)式については左辺で$b'=c$とすれば良く右辺はそのまゝである。

3. 有効巾の計算 以上各種せん断力が版内に働く場合の応力関数を求めた。図1の様な合成トラスに任意の荷重が載荷された場合の版内の応力は上記の応力関数をいろいろ重ね合せる事で得られる。有効巾λは一般に$\lambda=\int_0^\infty\sigma_y\,dx/\sigma_{y\,max}$で与えられるが非常に労力の要する計算であるから電子計算機を用いたら良い。ある例について数値計算を行うつもりである。

参考文献; * K. Girkmann ; Flächentragwerke.
〃 ; Angriff von Einzellasten in der streifenförmigen Scheibe, Ingenieur Archiv XIII Band. 1943.