

熊本大学 工学部 正員 福井 武弘

同上 正員 三池 亮次

同上 学生員 〇 右田 泰弘

1. 要旨

いわゆる次元解析法とは、現象を規定する諸量を無次元因子として捉えてその相互関係を検討する手法であり、無次元量を誘導するにあたって Buckingham の π 定理がしばしば用いられる。

しかしながら、構造解析のように数式による現象表示が比較的容易な場合には、Buckingham の π 定理によらなくても、数式そのものの無次元化によって、より適正な無次元量を見出すことができる。本文は、一般骨組構造物の力学的性状を支配する無次元量を誘導する一試みとして、トラスの断面力に影響を及ぼす主要形状パラメーターが細長比であることを確認し、あわせて、3つのトラス形状に対して、この細長比と部材断面力との関係を数値計算によって検討した結果を報告するものである。

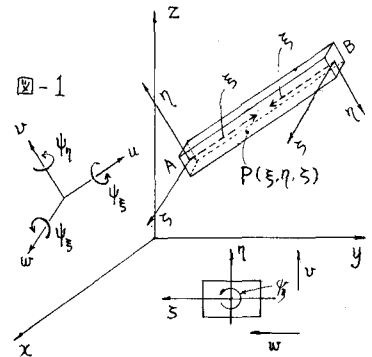
なお、無次元量を変数とする構造解析を行えば、構造物の一般的性状をより少ない無次元変数によって検討することができるばかりでなく、構造物の比較設計あるいは模型実験の相似率を明確に把握することが可能となるのである。ここでは主として形状無次元量の誘導に止める。

2. 立体骨組構造物の無次元解析およびトラス部材への適用

ここでは、節点における力の平衡方程式、各部材の断面力に関する平衡方程式、および部材断面力と変位との関係式よりなる連立微分方程式を解くことにより、中間荷重の作用する場合の、せん断変形効果を考慮したトラスおよびラーメンの一般弾性基礎式の無次元解析を行う。

立体構造物の一部材 AB の重心軸方向を z 軸にとり、 A 点を原点とする図-1に示す右手直交座標軸(部材座標軸) ξ, η, ζ 軸を考える。各軸方向の変位を u, v, w 、各軸のまわりの回転角を $\psi_\xi, \psi_\eta, \psi_\zeta$ とし、その正の方向を図-1に示すとおりとする。しかもとき、任意点 $P(\xi, \eta, \zeta)$ における変位 u, v, w は、 z 軸に垂直断面の重心の変位と、中立軸をなわち η, ζ 軸のまわりの回転および ξ 軸のまわりのねじりモーメントによる変位が合成されたものであり、また、部材の任意の正の断面における正の ξ, η, ζ 軸方向の軸力およびせん断力を X, Y, Z 、各軸のまわりのモーメントを M_ξ, M_η, M_ζ 、添字 i, j で (i, j) 部材を表わすものとすれば、

$$\left. \begin{aligned} X_{ij} &= E_{ij} A_{ij} \frac{du_{ij}}{d\xi} & Y_{ij} &= G_{ij} A_{ij} \left(\frac{dv_{ij}}{d\xi} - \psi_{\zeta ij} \right) & Z_{ij} &= G_{ij} A_{ij} \left(\frac{dw_{ij}}{d\xi} + \psi_{\eta ij} \right) \\ M_{\xi ij} &= k_{ij} G_{ij} I_{\xi ij} \frac{d\psi_{\xi ij}}{d\xi} & M_{\eta ij} &= E_{ij} I_{\eta ij} \frac{d\psi_{\eta ij}}{d\xi} & M_{\zeta ij} &= E_{ij} I_{\zeta ij} \frac{d\psi_{\zeta ij}}{d\xi} \end{aligned} \right\} (1)$$



ここに、 E 、 G は縦弾性係数およびせん断弾性係数、 A 、 I は断面積および断面二次モーメントである。
各部材における断面力と、部材間にかかる各軸方向荷重および各軸のまわりのモーメント β_{ij} 、 P_{ij} 、 β_{3ij} 、 P_{3ij} 、 P_{4ij} 、 P_{5ij} に関する平衡方程式は、次式のとおりとなる。すなわち

$$\left. \begin{aligned} \frac{dX_{ij}}{dz} + \beta_{ij} &= 0 & \frac{dY_{ij}}{dz} + P_{ij} &= 0 & \frac{dZ_{ij}}{dz} + \beta_{3ij} &= 0 \\ \frac{dM_{3ij}}{dz} + P_{3ij} &= 0 & \frac{dM_{4ij}}{dz} - Z_{ij} + P_{4ij} &= 0 & \frac{dM_{5ij}}{dz} + Y_{ij} + P_{5ij} &= 0 \end{aligned} \right\} (2)$$

また、この節点における力およびモーメントの平衡方程式は、

$$\left. \begin{aligned} \sum_j (X_{ij} l_{3z} + Y_{ij} l_{4z} + Z_{ij} l_{5z}) + X_i &= 0 & \sum_j (X_{ij} l_{3y} + Y_{ij} l_{4y} + Z_{ij} l_{5y}) + Y_i &= 0 & \sum_j (X_{ij} l_{3z} + Y_{ij} l_{4z} + Z_{ij} l_{5z}) + Z_i &= 0 \\ \sum_j (M_{3ij} l_{3z} + M_{4ij} l_{4z} + M_{5ij} l_{5z}) + M_{3i} &= 0 & \sum_j (M_{3ij} l_{3y} + M_{4ij} l_{4y} + M_{5ij} l_{5y}) + M_{4i} &= 0 & \sum_j (M_{3ij} l_{3z} + M_{4ij} l_{4z} + M_{5ij} l_{5z}) + M_{5i} &= 0 \end{aligned} \right\} (3)$$

ここに、 X_i 、 Y_i 、 Z_i 、 M_{3i} 、 M_{4i} 、 M_{5i} はこの節点における固定座標軸方向の外力またはその軸のまわりの外力としてのモーメントであり、 X_{ij} 、 Y_{ij} 、……は (i, j) 部材の i 点における断面力、 l_{3z} 、 l_{4z} 、……は固定座標軸に対する部材座標軸の方向余弦である。以上より次、毎次元断面力を誘導することになる。

$$\left. \begin{aligned} X_{ij}^* &= \frac{X_{ijc}}{E_0 A_0} = \alpha_{ij} (u'_{ij} - u'_{ji}) + \frac{C_{Xijc}}{E_0 A_0} & M_{3ij}^* &= \frac{M_{3ijc}}{E_0 A_0 l_0} = \beta_{ij} (M_3 \psi'_{ij} (\psi_{3ij} - \psi_{3ji}) + \frac{C_{M3ijc}}{E_0 A_0 l_0}) \\ Y_{ij}^* &= \frac{Y_{ijc}}{E_0 A_0} = \alpha_{ij} \{ (Y_0 \psi'_{ij} (v'_{ij} - v'_{ji}) + (Y \psi'_{3ij} (\psi_{3ij} + \psi_{3ji})) \} + \frac{C_{Yijc}}{E_0 A_0} \\ Z_{ij}^* &= \frac{Z_{ijc}}{E_0 A_0} = \alpha_{ij} \{ (Z_0 \psi'_{ij} (w'_{ij} - w'_{ji}) + (Z \psi'_{4ij} (\psi_{4ij} + \psi_{4ji})) \} + \frac{C_{Zijc}}{E_0 A_0} \\ M_{4ij}^* &= \frac{M_{4ijc}}{E_0 A_0 l_0} = \beta_{ij} \{ (M_4 \psi'_{ij} (w'_{ij} - w'_{ji}) + (M_4 \psi'_{1ij} \psi_{1ij}) + (M_4 \psi'_{2ij} \psi_{2ij}) \} + \frac{C_{M4ijc}}{E_0 A_0 l_0} \\ M_{5ij}^* &= \frac{M_{5ijc}}{E_0 A_0 l_0} = \beta_{ij} \{ (M_5 \psi'_{ij} (v'_{ij} - v'_{ji}) + (M_5 \psi'_{3ij} \psi_{3ij}) + (M_5 \psi'_{5ij} \psi_{5ij}) \} + \frac{C_{M5ijc}}{E_0 A_0 l_0} \end{aligned} \right\} (4)$$

ここに、 E_0 、 A_0 、 l_0 等の添字 0 は基本部材における値を意味し、 C_{Xijc} 、 C_{Yijc} 、……等は軸力、せん断力、モーメントに関する荷重定数である。両端固定部材に中間荷重の作用する場合の i 端における各断面力である。また、

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{ij} &= \frac{E_{ij} A_{ij}}{E_0 A_0} & u'_{ij} &= \frac{u_{ij}}{l_{ij}} & v'_{ij} &= \frac{v_{ij}}{l_{ij}} & \dots \\ (Y_0 \psi'_{ij}) &= \frac{12}{(1+12 E_{3ij}) r_{3ij}^2} & E_{3ij} &= \frac{2(1+\nu_{ij})}{r_{3ij}^2} & r_{3ij}^2 &= \frac{A_{ij} l_{ij}^2}{I_{3ij}} & (Y \psi'_{3ij}) &= -\frac{1}{2} (Y_0 \psi'_{ij}) \\ (Z_0 \psi'_{ij}) &= \frac{12}{(1+12 E_{4ij}) r_{4ij}^2} & E_{4ij} &= \frac{2(1+\nu_{ij})}{r_{4ij}^2} & r_{4ij}^2 &= \frac{A_{ij} l_{ij}^2}{I_{4ij}} & (Z \psi'_{4ij}) &= \frac{1}{2} (Z_0 \psi'_{ij}) \end{aligned} \right\} (5)$$

で、 r_{3ij} 、 r_{4ij} は細長比であり、細長比の大きい場合には、 E_{3ij} 、 E_{4ij} は近似的に零と見なし得る。すなわち、細長比の大きい場合にはせん断力による変形を無視し得ることになる。同様に

$$\left. \begin{aligned} \beta_{ij} &= \alpha_{ij} \frac{l_{ij}}{l_0} \equiv \alpha_{ij} \delta_{ij} \\ (M_3 \psi'_{ij}) &= \frac{k_{ij}}{2(1+\nu_{ij}) r_{3ij}^2} & r_{3ij}^2 &= \frac{A_{ij} l_{ij}^2}{I_{3ij}} = \frac{1}{\frac{1}{r_{3ij}^2} + \frac{1}{r_{3ij}^2}} \\ (M_4 \psi'_{ij}) &= \frac{-6}{(1+12 E_{4ij}) r_{4ij}^2} & (M_4 \psi'_{1ij}) &= \frac{-2(1-6 E_{4ij})}{(1+12 E_{4ij}) r_{4ij}^2} & (M_4 \psi'_{2ij}) &= \frac{-4(1+3 E_{4ij})}{(1+12 E_{4ij}) r_{4ij}^2} \\ (M_5 \psi'_{ij}) &= \frac{6}{(1+12 E_{5ij}) r_{5ij}^2} & (M_5 \psi'_{3ij}) &= \frac{-2(1-6 E_{5ij})}{(1+12 E_{5ij}) r_{5ij}^2} & (M_5 \psi'_{5ij}) &= \frac{-4(1+3 E_{5ij})}{(1+12 E_{5ij}) r_{5ij}^2} \end{aligned} \right\} (6)$$

である。(5)、(6) 式から、細長比の大きい場合、部材断面係数 $(Y_0 \psi'_{ij})$ 、……などは何れも近似的に零で、変位が微小であれば、(4) 式により X_{ij} 以外の断面力は小さくなるであろう。トラス部材への適用例は講演会において報告する。本研究を行うについて本学吉村教授より御教示を得たことを記し謝意を表する。