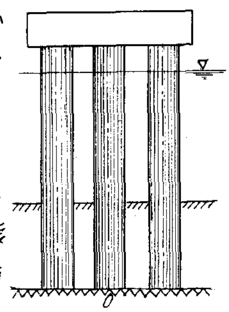
I－185　　多柱式基礎の非線形振動について

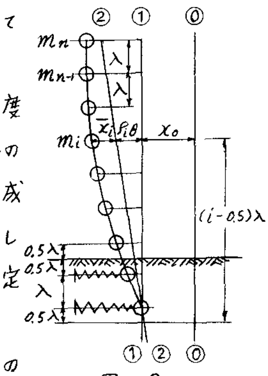
大阪市立大学　正員　倉田宗章
大阪工業大学　正員　岡村宏一
近畿地方建設局　正員　○多田浩彦

1. まえがき: 本州四國連絡橋の基礎の1型式として多柱式基礎が立案されている。この基礎は、図－1に概要を示すように大口径の鋼製Cylindorを沈下根入れさせて支持層に到達させ、頂部を剛な頂板で連結する大規模なものであるが耐震設計上未解決の問題をかなり残している。特にこの構造は施工上の制約のためその構造は並立したCylindorによつて構成されることになり、立体振動としての特性も研究されねばならないと考えられる。又、強大な地震力を受けるために條件によつては、柱の一部に浮上り、或いは基礎地盤の一部に塑性流動が生ずることも考えられ、かゝる見地よりこの構造の振動特性を検討しようとすれば、非常に多くの自由度をもつ非線型振動系を扱はねばならないことになる。元来、このような問題の解析では、数値積分を行うのが最も妥当であるが、立体振動のように自由度が多くなれば、その計算量は尨大なものになる。われわれはこのような点を考慮して、この構造の振動解析に適用し得る略近的な手法を見出すため、先づその第一段階として平面振動を取扱い解法の比較を行うことにした。



図－1

2. 基本仮定: 頂板は剛体、柱及び地盤は弾性体と見做し各柱は等脚、剛度一定とし、地盤をバネで置換したモデルと考える。地震時の振動は構造全体の剛体としての並進運動、及び回転運動と柱の構造要素としての弾性振動の連成振動で表はされる。柱の一部は浮上りを生じた場合の地盤の引張抵抗を無視し地盤の一部に塑性変形を生じた場合は後述のように略近化した反力分布を想定する。



図－2

3. 水平運動方程式: 図－2を参照して柱下端を着目点とし⓪－⓪線は柱の静止位置、①－①線は下端を中心として剛体回転を受けた位置とすれば、lumped mass m_i の水平変位 x_i は

$$x_i = \bar{x}_i + \rho_i\theta + x_0 \quad\text{———}(1)$$

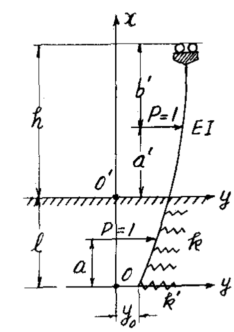
たゞし　$\bar{x}_i$；　頂板が回転しないと仮定した場合の水平弾性変位

$\rho_i\theta$；　頂板の回転に伴う固定モーメントの緩和による水平変位

水平変位運動方程式は減衰力を考慮して次のように書かれる。

$$m_i(\ddot{\bar{x}}_i + \rho_i\ddot{\theta}) + \bar{C}_i(\dot{\bar{x}}_i + \rho_i\dot{\theta}) + \sum_{j=1}^{n}\rho_{ij}\bar{x}_j = -m_i\ddot{x}_0 \quad\text{———}(2)$$

$$(i = 1, 2, 3, \cdots n)$$



図－3

式中 ρ_{ij} は応力影響線数で例えば図－3に示すような有限長の根入りをもつpileの問題を解き変位影響係数 δ_{ij} よりなる $\boldsymbol{\delta}$ matrix を求めれば $\boldsymbol{\rho}$ matrix は $\rho = \delta^{-1}$ として求まる。

又、係数 ρ_i も全様に図－3 に示すような柱の柱頭に回転を与えることにより求まる。

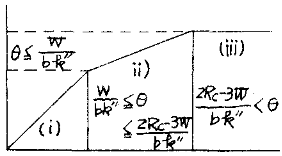
4. 回転運動方程式：構造の下端の中心 O に関する慣性モーメントを I_0 とすれば回転運動の方程式は図－1 に示すように 3 本分の脚を考えて、

$$3\sum_{j=1}^{n} m_j (j-0.5)\lambda(\ddot{\bar{x}}_j+\rho_j\ddot{\theta})+I_0\ddot{\theta}+\bar{C}\dot{\theta}+M_1(x,\theta)+M_2(\theta)=-\ddot{x}_0\,3\sum_{j=1}^{n} m_j(j-0.5)\lambda \quad \text{—— (3)}$$

式中，$M_1(x,\theta)$, $M_2(\theta)$，はそれぞれ水平方向および鉛直方向の分布反力による中心 O に関する復元モーメントで、 $M_1(x,\theta)+M_2(\theta)=\sum_{j=1}^{r} A_j\bar{x}_j+B\theta+C$ ——(4)　なる形に表はされる。

たゞし，r は地中部分にある mass の個数，係数 A_j, B, C，は 次の 3 case に分類される。

Case	A_j	B	C
(i)	$3k\lambda^2(j-0.5)$	$3k\lambda^2\sum_{j=1}^{r}(j-0.5)\rho_j+2b^2k''$	0
(ii)	同 上	$3k\lambda^2\sum_{j=1}^{r}(j-0.5)\rho_j+\frac{1}{2}b^2k''$	$\frac{3Wb}{2}$
(iii)	同 上	$3k\lambda^2\sum_{j=1}^{r}(j-0.5)\rho_j$	bR_c



(i) 脚反力が弾性的な場合
(ii) 一方の脚が浮上る場合
(iii) 最大脚反力が塑性限界 R_c に達した場合
W：脚1本の重量
b：脚の間隔
k''：鉛直地盤バネ常数

5. 応答変位，加速度の計算：

解法〔1〕 数値積分法による解式

$$\ddot{\bar{x}}_{i,n+1}\left(1+\frac{\bar{C}_i}{m_i}\frac{\Delta t}{2}\right)+\frac{1}{m_i}\frac{(\Delta t)^2}{6}\sum_{j=1}^{n}\rho_{ij}\ddot{\bar{x}}_{j,n+1}=-\frac{\bar{C}_i}{m_i}\left(\dot{\bar{x}}_{i,n}+\frac{\Delta t}{2}\ddot{\bar{x}}_{i,n}\right)-\frac{1}{m_i}\sum_{j=1}^{n}\rho_{ij}\left\{\bar{x}_{j,n}+\Delta t\dot{\bar{x}}_{j,n}+\frac{(\Delta t)^2}{3}\ddot{\bar{x}}_{j,n}\right\}-\ddot{\theta}_{n+1}\rho_i\left(1+\frac{\bar{C}_i}{m_i}\frac{\Delta t}{2}\right)$$
$$-\frac{C_i}{m_i}\rho_i\left(\dot{\theta}_n+\frac{\Delta t}{2}\ddot{\theta}_n\right)-\ddot{x}_{0,n+1} \quad \text{—— (5)}$$

$$\ddot{\theta}_{n+1}=-F_1\theta_n+F_2\dot{\theta}_n+F_3\ddot{\theta}_n+\frac{3\lambda}{F_0I_0}\sum_{j=1}^{n}\bar{x}_{j,n}\sum_{s=1}^{n}\rho_{sj}(s-0.5)+\frac{3\lambda}{F_0I_0}\sum_{j=1}^{n}\left\{\Delta t\sum_{s=1}^{n}\rho_{sj}(s-0.5)+\bar{C}_j(j-0.5)\right\}\dot{\bar{x}}_{j,n}$$
$$+\frac{3\lambda}{F_0I_0}\Delta t\sum_{j=1}^{n}\left\{\frac{\Delta t}{3}\sum_{s=1}^{n}\rho_{sj}(s-0.5)+\frac{1}{2}\bar{C}_j(j-0.5)\right\}\ddot{\bar{x}}_{j,n}-\frac{1}{F_0I_0}\sum_{j=1}^{r}A_j\left\{\bar{x}_{j,n}+\Delta t\dot{\bar{x}}_{j,n}+\frac{(\Delta t)^2}{3}\ddot{\bar{x}}_{j,n}\right\}-\frac{C}{F_0I_0}$$
$$+\frac{3\lambda}{F_0I_0}\Delta t\sum_{j=1}^{n}\left\{\frac{\Delta t}{6}\sum_{s=1}^{n}\rho_{sj}(s-0.5)+\frac{1}{2}\bar{C}_j(j-0.5)\right\}\ddot{\bar{x}}_{j,n+1}-\frac{1}{6}\frac{(\Delta t)^2}{F_0I_0}\sum_{j=1}^{r}A_j\ddot{\bar{x}}_{j,n+1} \quad \text{—— (6)}$$

たゞし，$F_0=1+\frac{B}{I_0}\frac{(\Delta t)^2}{6}-\frac{\Delta t}{2}\frac{1}{I_0}\left\{3\lambda\sum_{j=1}^{n}\bar{C}_j(j-0.5)\rho_j-\bar{C}\right\}$，　$F_1=\frac{B}{F_0I_0}$，　$F_2=\frac{1}{F_0I_0}\left\{-B\Delta t+3\lambda\sum_{j=1}^{n}\bar{C}_j(j-0.5)\rho_j-\bar{C}\right\}$

$F_3=\frac{1}{F_0I_0}\left\{-B\frac{(\Delta t)^2}{3}+\frac{3}{2}\Delta t\lambda\sum_{j=1}^{n}\bar{C}_j(j-0.5)\rho_j-\frac{\Delta t}{2}\bar{C}\right\}$，　$\bar{x}_{i,n+1}=\bar{x}_{i,n}+\Delta t\dot{\bar{x}}_{i,n}+\frac{(\Delta t)^2}{3}\ddot{\bar{x}}_{i,n}+\frac{(\Delta t)^2}{6}\ddot{\bar{x}}_{i,n+1}$

$\dot{\bar{x}}_{i,n+1}=\dot{\bar{x}}_{i,n}+\frac{\Delta t}{2}\ddot{\bar{x}}_{i,n}+\frac{\Delta t}{2}\ddot{\bar{x}}_{i,n+1}$，　$\theta_{n+1}=\theta_n+\Delta t\dot{\theta}_n+\frac{(\Delta t)^2}{3}\ddot{\theta}_n+\frac{(\Delta t)^2}{6}\ddot{\theta}_{n+1}$，　$\dot{\theta}_{n+1}=\dot{\theta}_n+\frac{\Delta t}{2}\ddot{\theta}_n+\frac{\Delta t}{2}\ddot{\theta}_{n+1}$

解法〔II〕 近似的変数分離による解式

$$\ddot{\theta}_{n+1}=\frac{1}{1-\frac{(\Delta t)^2}{6}\sum_{i=1}^{n}\bar{a}_i''b_i'''}\Bigg[\left\{a_1+\frac{(\Delta t)^2}{3}\sum_{i=1}^{n}\bar{a}_i'''b_i'''\right\}\ddot{\theta}_n+\left\{a_2+\Delta t\sum_{i=1}^{n}\bar{a}_i'''b_i'''\right\}\dot{\theta}_n+\left(a_3+\sum_{i=1}^{n}\bar{a}_i'''b_i'''\right)\theta_n-\sum_{i=1}^{n}(\bar{a}_i+\bar{a}_i'''b_i)Z_{i,n}'-\sum_{i=1}^{n}(\bar{a}_i'+\bar{a}_i'''b_i')\dot{Z}_{i,n}'$$
$$-\sum_{i=1}^{n}(\bar{a}_i''+\bar{a}_i'''b_i'')\ddot{Z}_{i,n}'-\frac{1}{A}\frac{C}{I_0}-\ddot{x}_{0,n+1}\left\{\frac{\varepsilon}{A}+\sum_{i=1}^{n}\bar{a}_i'''\bar{b}_i\right\}\Bigg] \quad \text{—— (7)}$$

$$\ddot{Z}_{i,n+1}'=b_iZ_{i,n}'+b_i'\dot{Z}_{i,n}'+b_i''\ddot{Z}_{i,n}'-b_i'''\theta_n-\Delta t\,b_i'''\dot{\theta}_n-\frac{(\Delta t)^2}{3}b_i'''\ddot{\theta}_n-\frac{(\Delta t)^2}{6}b_i'''\ddot{\theta}_{n+1}+\bar{b}_i\ddot{x}_{0,n+1} \quad \text{—— (8)}$$

$A=1-\frac{(\Delta t)^2}{6}\delta+\frac{\Delta t}{2}\frac{\bar{C}}{I_0}$，　$a_1=\frac{1}{A}\left\{\frac{(\Delta t)^2}{3}\delta-\frac{\Delta t}{2}\frac{\bar{C}}{I_0}\right\}$，　$a_2=\frac{1}{A}\left\{\Delta t\cdot\delta-\frac{\bar{C}}{I_0}\right\}$，　$a_3=\frac{1}{A}\delta$，　$\bar{a}_i=\frac{1}{A}\psi_i$，　$\bar{a}_i'=\frac{1}{A}\Delta t\psi_i$

$\bar{a}_i''=\frac{1}{A}\frac{(\Delta t)^2}{3}\psi_i$，　$\bar{a}_i'''=\frac{1}{A}\left(\frac{(\Delta t)^2}{6}\psi_i+\phi_i\right)$，　$D=1+p_i^2\frac{(\Delta t)^2}{6}+\nu\frac{\Delta t}{2}$，　$b_i=-\frac{1}{D}p_i^2$，　$b_i'=-\frac{1}{D}(p_i^2\Delta t+\nu)$

$b_i''=-\frac{1}{D}\left\{p_i^2\frac{(\Delta t)^2}{3}+\nu\frac{\Delta t}{2}\right\}$，　$b_i'''=-\frac{1}{D}\sum_{s=1}^{n}e_{si}\beta_s$，　$\bar{b}_i=-\frac{1}{D}\sum_{s=1}^{n}e_{si}m_s$，　$\delta=\frac{1}{I_0}\left\{-B+\sum_{j=1}^{r}A_j\rho_j\right\}$，　$\beta_s=\sum_{j=1}^{n}\rho_{sj}\rho_j$

$\psi_i=\frac{1}{I_0}\sum_{j=1}^{r}A_je_{ji}$，　$\phi_i=\frac{3\lambda}{I_0}\sum_{j=1}^{n}m_j(j-0.5)e_{ji}$，　$\varepsilon=\frac{3\lambda}{I_0}\sum_{j=1}^{n}m_j(j-0.5)$

$Z_i=\bar{x}_i+\rho_i\theta$，　$Z_{i,n+1}=\sum_{s=1}^{n}e_{is}Z_{s,n+1}'$，　$\dot{Z}_{i,n+1}=\sum_{s=1}^{n}e_{is}\dot{Z}_{s,n+1}'$，　$\ddot{Z}_{i,n+1}=\sum_{s=1}^{n}e_{is}\ddot{Z}_{s,n+1}'$，　$\nu=\frac{\bar{C}_i}{m_i}=\frac{\bar{C}}{I_0}=$ 一定

e_{is}：せん断自由振動の特性方程式の固有値 $p_i^2\,(i=1,2,3,\cdots n)$ を求め、p^2 の値として任意の p_s^2 を用いたときの $\frac{Z_i}{Z_1}$ を $\frac{Z_{is}}{Z_{1s}}$ と書けば　　$e_{is}=\left(\frac{Z_{is}}{Z_{1s}}\right)\frac{1}{\sqrt{m_1+\sum_{j=2}^{n}\left(\frac{Z_{js}}{Z_{1s}}\right)^2m_j}}$

数値計算の結果については講演時に説明する。