

金沢大学工学部 正員 小堀為雄
金沢大学大学院 学生員 〇鈴木 治

1. まえがき

近年、わが国の経済事状の発展にともなう自動車交通の急増現象が、旧鋼道路橋示方書案にもとずいて架設された幾つかの橋梁に与える余力増加は激しいものがある。その影響は床版や床組その他の部分に見られ、特にそれに加えて降雪地方特有の積雪時のタイヤクエンを付けた自動車が凹凸路面等を走行する時衝撃効果が大きいと考えられる。

われわれはこのことに注目して、理論的、実験的研究を行っているので、今回はその中、自動車の減衰係数が振動に与える影響とタイヤクエンの影響について、実験結果も含めて報告する。

2. 基本運動方程式

自動車と橋けたの振動系を図-1のように仮定する。また、橋けたの動たわみについては、Newmark によって提案された次の関数を用いる。いま、自動車が橋けたの左支点上を出発する時刻を $t=0$ として、この t で以後の時刻を測ることにする。まず、けたの無応力状態を基準として測ったけたの全たわみ y を式(1)のように一般座標 $g(x)$ と基準座標 $\psi(x, x)$ で表わす。路面の形状はきわめて不規則でこれを定性または定量的に表現することが困難であるが、いま正弦曲線の形状を有する路面を考える。数式上タイヤクエンを付けた自動車を

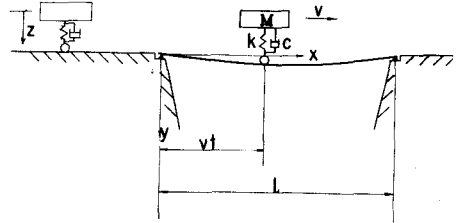


図-1

(1) タイヤクエンを付けたタイヤの凹凸を路面の凹凸に置き換える、

(2) タイヤクエンピッチを周期とするある外力に置き換える、

等種に考えられるが、ここでは(1)として解析した。すなわち、けたの動たわみと橋面の凹凸 y は

$$y = g(x) \cdot \psi(x, x) - a \cos \frac{2\pi v t}{L} + h e(vt) \quad (1)$$

$$\text{ここに、} \quad \psi(x, x) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{K} \eta_i(x) \sin \frac{i\pi x}{L} \quad (2)$$

$$\eta_i(x) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{W}{i^4} \sin \frac{i\pi x}{L} \quad (3)$$

$$e(vt) = -\gamma - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\gamma}{n\pi} \sin(\pi n \gamma) \cos\{2\pi(n f_1)vt\} \quad (4)$$

ここに、 a : 定数(路面凹凸の振幅)

L : 路面凹凸の波長 L : スパン長

h : 定数(パルスの高さ)

$e(vt)$: 単位パルス

W : 自動車の重さ ($= Mg$)

γ : パルス幅/繰返し距離

K : けたの曲げ剛性パラメータ(けたの静たわみに合わせるとすれば、 $(EI L^2 / 2 \times \pi / L)^4$)

v : 自動車の速度

f_1 : 繰返し周波数

i : 橋けたの振動次数

x : 左支点より自動車の進んだ距離

n : パルスの式における次数

次に、この系の運動方程式をエネルギー法から求める。まず、自動車と橋けたからなる系の全位置エネルギー V は、

$$V = \frac{EI}{2} \int_0^l (\ddot{y})^2 dx + \frac{1}{2} k (z_1 - y_1)^2 - Mg \cdot y_1 + \frac{1}{2} \int_0^l EI (\ddot{y}_d)^2 dx + \frac{1}{2} k d^2 - Mg \frac{d}{2} - \frac{1}{2} \int_0^l mg y_d dx \quad (a)$$

となる。次にこの系の運動エネルギー T は、

$$T = \frac{m}{2} \int_0^l \dot{y}^2 dx + \frac{1}{2} M (\dot{z}_1)^2 \quad (b)$$

となる。つづいて、エネルギーの減衰関数 D は、

$$D = \frac{1}{2} \beta \int_0^l \dot{y}^2 dx + \frac{1}{2} c (\dot{z}_1 - \dot{y}_1)^2 \quad (c)$$

となる。ここで y_1 : けたの自重によるたわみ

β : けたの減衰係数

d : 自動車の自重によるばね変位

c : 自動車の懸架部の減衰係数

m : けたの質量

k : 自動車のバネ定数

これらの関数を Lagrange's Equation に代入すれば、次のようになる。

$$\begin{aligned} & \frac{m l}{2 k^2} \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ \eta_i^2(x) \ddot{g}(x) + 2 \eta_i(x) \dot{\eta}_i(x) \dot{g}(x) + \eta_i(x) \ddot{\eta}_i(x) g(x) \right\} + \frac{EI l}{2} \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{i \pi}{l} \right)^4 \\ & \eta_i^2(x) g(x) - k (z_1 - y_1) \frac{\partial y_1}{\partial g(x)} - Mg \frac{\partial y_1}{\partial g(x)} + \frac{\beta l}{2 k^2} \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ \eta_i^2(x) \dot{g}(x) + \eta_i(x) \dot{\eta}_i(x) g(x) \right\} \\ & - c (\dot{z}_1 - \dot{y}_1) \frac{\partial \dot{y}_1}{\partial \dot{g}(x)} - \frac{4 h m l}{\pi k} \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ \frac{(-1)^i - 1}{i} \right\} \eta_i(x) \sum_{n=1}^{\infty} 2 \pi (n f_1)^2 v^2 \sin(\pi n \gamma) \\ & \cos \{ 2 \pi (n f_1) v t \} - \frac{4 \pi a m v^2 l}{k L^2} \cos \frac{2 \pi v t}{L} \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ \frac{(-1)^i - 1}{i} \right\} \eta_i(x) \\ & - \frac{4 h \beta l}{\pi k} \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ \frac{(-1)^i - 1}{i} \right\} \eta_i(x) \sum_{n=1}^{\infty} f_1 v \sin(\pi n \gamma) \sin \{ 2 \pi (n f_1) v t \} \\ & - \frac{2 a v \beta l}{k L} \sin \frac{2 \pi v t}{L} \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ \frac{(-1)^i - 1}{i} \right\} \eta_i(x) = 0 \quad (5) \end{aligned}$$

一方、自動車についての運動方程式は、次のように表わされる。

$$M \ddot{z}_1 + k (z_1 - y_1) + c (\dot{z}_1 - \dot{y}_1) = 0 \quad (6)$$

式(5)と式(6)は橋面凹凸およびタイヤ4エンによる影響も含めた、自動車と橋けたの運動方程式であるので、これらの式を連立方程式として、けたおよび自動車の初期条件を用いて解けばよい。計算にあたっては、3, 4 および 5 のようにそれぞれの場合について解析を進めることにする。

3. 自動車の減衰係数が振動に与える影響

まず、凹凸のある橋面上を自動車が走行する場合、自動車の減衰係数が自動車の振動にどのような影響を与えるかについて解析する。この場合その影響度を明確にするために、式(5)および式(6)の基本式において、橋けたを完全な剛体であると考える(舗装道路)。

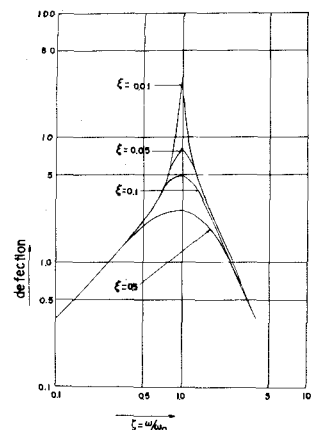


図-2

さらに凹凸を正弦波であると仮定した場合について数値計算を行った。計算結果の一例を図2に示す。図中横軸は凹凸の振動数 ω と自動車の振動数 ω_0 との比であり $\zeta = \omega/\omega_0$ であり

$$\omega = 2\pi v/L, \quad \omega_0 = \sqrt{k/M} \text{ であり}$$

縦軸は自動車のバネ上質量の変位を表す。

Parameter としては $\zeta = c/c_0$ を取る。ただし、

c = 減衰係数, $c_0 = 2\sqrt{kM}$ である。

減衰係数の影響は、いずれの ζ の値に対しても

らが1.0に近づくにしたがって顕著であり、特にこの範囲での振動にはこの影響を無視出来ないことがわかり、減衰係数の変化が deflection に与える影響も図示するとありである。

4. 4エンを付けた自動車の振動

と同様に4エンを付けた自動車が走行した場合を考える。

この場合2-(1)で述べたように一種の pulse と考え、この凹凸上を一定速度で走行したときの橋面にあよぶ接地力を計算した。なお、凹凸の pulse は式(4)の級数で表わされその項数については図-4から $n=100$ 程度を取るべきであるが、計算 step 間隔を急激に小さくしないと、結果は得られない。今回は $n=5$ とした。図-3のグラフは、計算の一部であるが、

接地力は全体として大きく振動し、凹凸 pulse によって、最大約1.7倍の衝撃を床版におよぼしていることがよくわかる。1つの pulse を通過後に小さな周期の振動が入っているが、これは式(4)で $n=5$ としたための影響と思われる。また pulse を受ける直前で負の力が生ずることになっているが、これは unsprung mass が常に床版に接していると仮定したためで、これは本来ならば負荷間は自動車が浮上ったと考えた方が妥当である。この振動周期は、自動車の速度と4エンの間隔等から決まり、速度を上げれば、周期は逆比例して短くなり、衝撃力は大きくなる。走行速度とタイヤ4エン間隔、4エン高さ、それと接地力から自動車の周期力をもたせ4エンを考慮した外力にあく 2-(2) の考え方も可能であることが判かる。

5. タイヤ4エンを付けた自動車による橋梁の振動

式(5)および式(6)を初期条件を用いて、Newmark's β Method によって数値解析を行なった。この場合けたの振動は基本振動のみを取ることにする。計算にあたっては、Parameter としてけたの剛性 ($K = (\pi/l)^4 \cdot EI/2$)、および自動車の走行速度 ($\alpha = (lv/\pi) \cdot \sqrt{m/EI}$) を選んで現在計算中である。次にわれわれは、実際の橋梁上でタイヤ4エンを付けた自動車が通過した場合について実験を行なった。その概要について述べる。

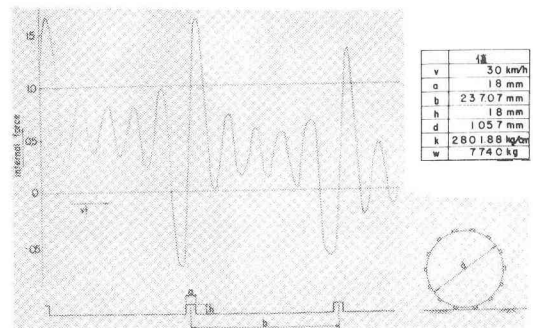


図-3

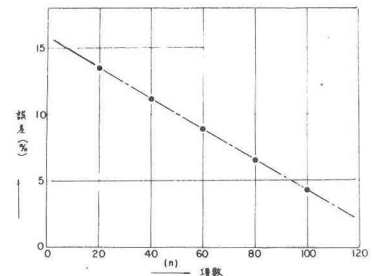


図-4

部 品		値	備 考
重 量	前 左	(2490) kg	1) 小数点2位計算 2) 5割正値
	前 右	(2550) kg	
量	後 左	(7280) kg	右側1000-20 規格S 4エンは約300kgの 1段数14
	後 右	(7080) kg	
総 重 量		19400 kg	車はニッサンVD
寸 法	a	1850 mm	
	b	2400 mm	
	c	1300 mm	
	d	4300 mm	
	e	1350 mm	
タイヤ径		1057 mm	301ハブタイヤ100-200T
タイヤ内圧		6.5 kg/cm ²	
4エン重量		343 kg	
4エンの高さ		18 mm	
自動車の速度		10, 20, 30 km/h	通常車線走行
軸の剛性		4.2x10 ¹⁰ kg/m ²	換算剛性
軸の固有周期		0.3 sec	
軸の対数減衰率		0.09	

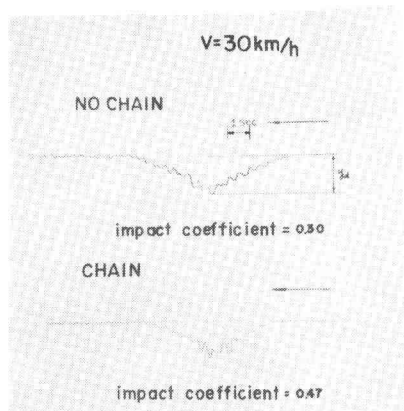


図-6

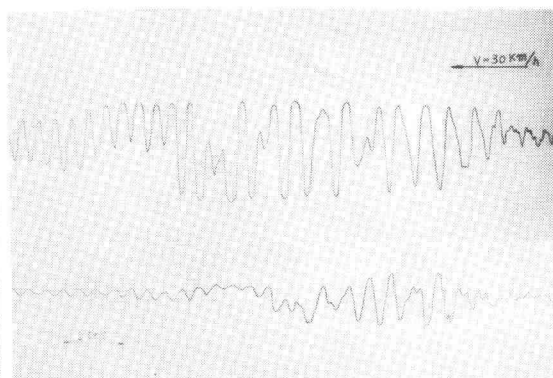


図-7

実験を行った自動車と橋げたの各種諸元は、表1のとおりである。この時の橋の振動は中央径間の中央断面に設置した動たわみ計と、 $1/4$ 点断面に設置した橋梁用鉛直振動計で測定し、たわみ計の測定結果は図-6であり、鉛直振動計の記録は data recorder に取って、それと Visual graph に再現したものが図-7である。図-6における y_d は最大動たわみを表わし、実験では、8mmであった。Impact coefficient を次のように仮定すれば

$$\text{Impact coefficient} = \frac{y_d}{y_s} - 1$$

ここで、 y_s は静たわみ曲線（ゆっくり走行した場合）の最大値である。

図中の数値がその値を示す。図-6、図-7から判るように4エンを付けた場合には Impact coefficient は大きくなると共に振動波形のくずれが生じてくることがわかる。これは4で述べた如くこきざみな振動が生じていると考えられ、床版や床組に与える4エンの影響は顕著である。

6. 結論

橋面上の凹凸を考慮した自動車の走行中の振動およびその荷重による橋げた振動から出発して、降雪地方特有の積雪時のタイヤ4エンによる橋梁の動的影響について解析し、結果の一部を報告したがその結果現在までに得られた主な結果を挙げると次のようである。

- (1) 凹凸路面上を走行する自動車の振動は凹凸の周波数と走行自動車の速度などによる影響が大きく、又振状態では減衰の影響が大きい。
- (2) 4エンによる影響は一種の周期力であり、その周波数は自動車および橋の固有振動周期にくらべて小さく、橋梁の床版および床組におよぼす影響は大きく、速行速度の関係で衝撃は衝撃係数にして0.7前後となることがある。

本研究の計算には、金沢大学電子計算機 NEAC

—2230 を使用した。なお指導頂いた金沢大学喜内教授 タイヤ4エンを付けた状態及び実験に協力頂いた金沢市土部、修成建設コンサルタントに感謝の意を表します。

