

東京都立大学工学部 正員 山本 稔

東京都立大学大学院 学生員 〇安井将文

## 1 まえがき

直交異方性板を対象として既に光弾性実験法には、林毅氏、川本、丹羽両氏などの研究がある。林の方法は、異方性と材料に付与する役割をばすガラス布と光弾性材料であるリゾラック樹脂との強化複層材(F.R.P.)を使用して二次元光弾性実験を行なった。川本、丹羽はエポキシ樹脂と鋼線とのF.R.P.の表面に常温で皮膜を施し、その光弾性効果を調べる光弾性皮膜法を採用した。しかしながら既存の光弾性実験法には、材料の主弾性係数の選択にかなりの制限があり、また材料のひずみ感度が小さいため、応力判別に必要な繰り回数を得るのに大きな荷重を必要とし、鮮明な描字集が得難いこと、一様均質な材料の製作にかなりの困難が伴うことなど、改良すべき点が多々存すると思われる。この観念から、筆者は応力凍結法により、実験される新材料の開発を試み、その応用性を調査することにした。材料は、光弾性感度の高いエポキシ樹脂を中間層とし、その両外側層に異方性を与えるため、ナイロン繊維を挿入したサンドウィッチ板で、ナイロン繊維とエポキシ樹脂の2次転位域が相違することによって異方性を与えるとともに、そのひずみ状態を無繊維層である中間層に凍結させ、その層をスライスして光弾性実験が行なわれる。筆者は、この方法を応力凍結サンドウィッチ法と呼ぶ。

## 2 応力凍結サンドウィッチ法とその光弾性解析法

(1)弾性法則；図-1を参照して、直交異方性板の弾性対称軸1、2と角度 $\theta$ を成して異0で交わる直角座標軸 $x, y$ に関する弾性法則は、次式で表わされる。

$$E_x = C_{11}\sigma_x + C_{12}\sigma_y + C_{13}\tau_{xy}, \quad E_y = C_{12}\sigma_x + C_{11}\sigma_y + C_{13}\tau_{xy}, \quad \tau_{xy} = C_{13}\sigma_x + C_{12}\sigma_y + C_{66}\tau_{xy} \quad \dots \dots (1)$$

$$\left. \begin{aligned} C_{11} &= \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2} + \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2} \cos^2 \theta \left( \frac{1}{G_n} - \frac{2\nu_{12}}{E_1} \right), & C_{22} &= \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2} + \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2} \sin^2 \theta \left( \frac{1}{G_n} - \frac{2\nu_{12}}{E_1} \right) \\ C_{66} &= \frac{1}{G_n} + 4 \sin^2 \theta \cos^2 \theta \left( \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} + \frac{2\nu_{12}}{E_1} - \frac{1}{G_n} \right), & C_{12} &= -\frac{\nu_{12}}{E_1} + \sin^2 \theta \cos^2 \theta \left( \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} + \frac{2\nu_{12}}{E_1} - \frac{1}{G_n} \right) \\ C_{13} &= 2 \sin \theta \cos \theta \left( \frac{1+\nu_{12}}{E_1} \right) - 2 \sin^2 \theta \cos \theta \left( \frac{1+\nu_{12}}{E_1} \right) - \sin \theta \cos \theta (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \frac{1}{G_n}, \\ C_{23} &= 2 \sin^2 \theta \cos \theta \left( \frac{1+\nu_{12}}{E_1} \right) - 2 \sin \theta \cos^2 \theta \left( \frac{1+\nu_{12}}{E_1} \right) + \sin \theta \cos \theta (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \frac{1}{G_n}. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

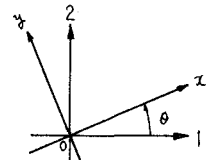


図-1

$E_1, E_2$ ; 弾性対称軸1, 2に関するヤング率とせん断弾性係数,  $\nu_{12}$ ; 1, 2軸に関するポアソン比。

(2)応力凍結サンドウィッチ法；図-2はエポキシ樹脂とナイロン繊維のF.R.P.板の断面図を示す。応力凍結サンドウィッチ法の中間層に関する光弾性法則は、“スライスされた中間層の等色線は主ひずみ差一定の点の軌跡であり、等傾線は主ひずみ方向角一定の点の軌跡である。”と表わされる。すなわち、

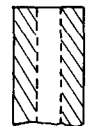


図-2

$$N_A = d \beta_A (E_p - E_g) = \frac{E_c}{1 + \nu_c} d \alpha_A d (E_p - E_g) \quad \dots \dots (3)$$

こゝに、 $N_A$ ；異Aの等色線繰り回数,  $d, \beta_A$ ；エポキシ樹脂のゴム状弾性域における応力感度とひずみ感度,  $\nu_c, E_c$ ；エポキシ樹脂のゴム状弾性域におけるポアソン比とヤング率,  $E_p, E_g$ ；異Aの主ひずみ, ( $E_p > E_g$ )

(3)周辺応力解析法；図-3を参照して、物体の周辺点Aの周辺応力 $\sigma_\theta$ は、次式で表わされる。

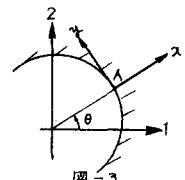


図-3

$$\sigma_y = NA / \sqrt{A} \beta \sqrt{(G_1 - G_2)^2 + G_2^2} \quad (4)$$

上式の右辺は、分母が式(2)によって実験材料から定まる実験定数で、 $NA$ は、周辺長 $A$ の等色線橋次数である。従って、周辺応力は、その長の橋次数と、その長の接線と主弾性軸との成す角 $\theta$ によって決定される。

### 3 直交異方性板の製作と、そのゴム状弾性域における弾性的性質の解析

(1) 製作法；温度変化による初期応力を防止する目的で、高温での線膨張係数がエポキシ樹脂とほぼ等しいナイロン繊維を使用するが、あらかじめ熱処理により初期ひずみの除去されたナイロン繊維を型枠に、適当な張力で巻く。(写真-1)。巻き付け完了後、型枠と表面にセロハンと巻いたガラス板により槽にエポキシ樹脂を流し込み加熱硬化させる。初期応力の発生を防止するためには、エポキシ樹脂とナイロン繊維の線膨張係数の相違、ならびに、エポキシ樹脂の硬化収縮を考慮して、巻き付け時の糸の張力を定めればよい。この方法により製作された材料は、初期応力が無視し得るものである。

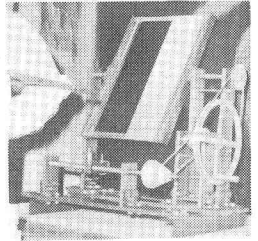


写真-1.

(2) 材料のゴム状弾性域における弾性的性質の解析法；FRP板が外力により変形するとき、ナイロン繊維とエポキシ樹脂の間には、相対的ずれが生じないものと仮定する。また、せん断弾性係数の誘動には、ナイロン繊維のせん断剛性の欠ける事により、ナイロン繊維は、せん断変形しないものと仮定する。弾性対称軸1, 2に関するヤング率の誘動には、実際には、FRP板の単位微小要素に生ずる応力は、エポキシ樹脂の抵抗力と、ナイロン繊維の抵抗力の和であるが、このナイロン繊維の抵抗力を要素の表面に作用せし、微小要素はすべてエポキシ樹脂であるとし、エポキシ樹脂の応力とナイロン繊維の抵抗力の和が単位微小要素の応力であると仮定する。この仮定により、表面に抵抗力を有するエポキシ樹脂の微小要素は、実際のFRP板の微小要素と同一であると考えられる。

#### (A) ナイロン繊維方向のヤング率； $E_1$

図-4に、FRP板の弾性対称軸1, 2軸に平行な辺を有する微小要素ABCDの応力 $\sigma_1$ とエポキシ樹脂の応力 $\sigma_2$ 、ナイロン繊維の抵抗力 $F$ を示す。このナイロン繊維の抵抗力は次式で与えられる。

$$F = n E_f \epsilon_1 - n E_c \epsilon_1 = n (E_f - E_c) \epsilon_1 \quad \dots \dots (5)$$

こゝに、 $E_f, E_c$ ；ナイロン繊維とエポキシ樹脂のヤング率、 $\epsilon_1, \epsilon_2, \sigma_1, \sigma_2$ ；要素に生ずる直ひずみの1, 2軸成分とエポキシ樹脂の直応力の1, 2軸成分。 $n$ ；FRP板の微小単位断面積当たりのナイロン繊維の断面積。

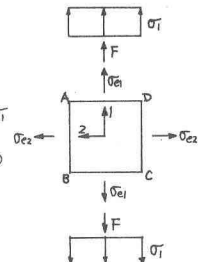


図-4.

各面へつりあひと、エポキシ樹脂に関するフックの法則を使用すると、繊維方向（弾性対称軸1）に関するヤング率 $E_1$ 、ポアソン比 $\nu_1$ は、次式となる。

$$E_1 = E_c + n (E_f - E_c), \quad \nu_1 = \nu_c \quad \dots \dots (6)$$

#### (B) ナイロン繊維と直角方向のヤング率； $E_2$

(A)の場合と同じ力 $F$ を考慮すると、力関係は図-5となる。各面でのつりあひとエポキシ樹脂に関するフックの法則により繊維と直角方向（弾性対称軸2）のヤング率 $E_2$ 、ポアソン比 $\nu_2$ は、次式となる。

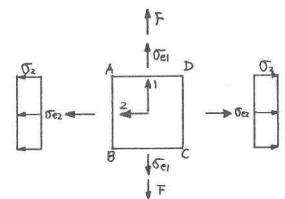


図-5

$$E_2 = E_1 E_0 / [E_1 - n(E_f - E_0)E_0], \quad \nu_{12} = \nu_2 E_0 / [E_1 - n(E_f - E_0)E_0] \quad \dots \dots (7)$$

(C) 弾性対称軸 1, 2 軸に関するせん断弾性係数;  $G_{12}$

仮定により、図-6 の微小要素 ABCD に含まれる繊維の巾  $d$  の部分は、せん断変形しない。従って、弾性対称軸 1, 2 軸に関するせん断弾性係数は  $G_{12} = G_0 / (1-d)$  となる。  $= 10$ 。  $G_0$ ; エポキシ樹脂のゴム状弾性域におけるせん断弾性係数。  $d$ ; FRP 板の微小単位巾当たりのナイロン繊維の巾。

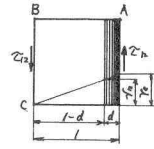


図-6

(D) 以上の各式に基礎データを代入して得られた値と実測値をまとめて表-1 に掲げる。なお、(A),

(B) により得られ  $E_1, E_2, \nu_{12}, \nu_{21}$  の間には、相互定理が成り立つ。

#### 4. 有円孔直交異方性板の一樣引張実験

一樣な引張を受ける有円孔直交異方性板の周辺応力  $\sigma_A$  における周辺応力の理論解は、図-7 を参照して、

$$\sigma_A = \frac{P}{E_1 N} \left\{ [(1+n) \cos^2 \delta + m \sin^2 \delta] \cos^2 \theta + n(1+n-m) \sin \delta \cos \delta \sin \theta \cos \theta + [\cos^2 \delta + (m-n) \sin^2 \delta] m \sin^2 \theta \right\} \quad (9)$$

$$m = -1$$

$$\left. \begin{aligned} n &= -\sqrt{E_2/E_1} \\ n &= \sqrt{2(\sqrt{E_2/E_1} - \nu_{21}) + E_2/G_{12}} \\ N &= \frac{8\pi^2 G}{E_1} + \left( \frac{1}{G_{12}} - \frac{2\nu_{21}}{E_2} \right) \sin^2 \delta \cos^2 \theta + \frac{\cos^2 \theta}{E_2} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

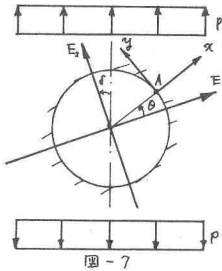


図-7

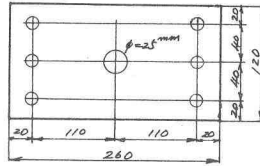


図-8

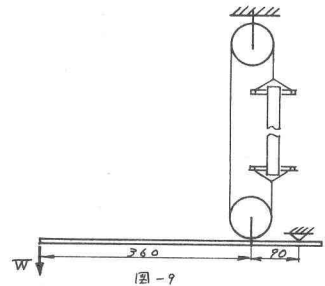
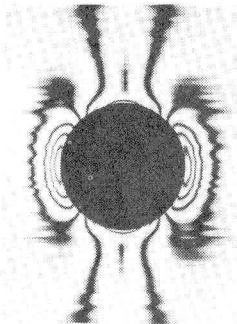
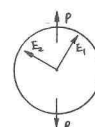
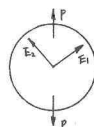
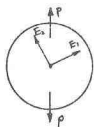
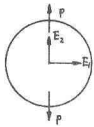
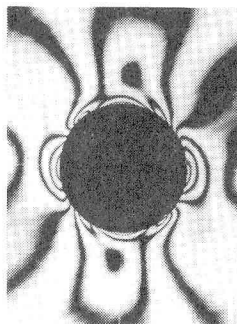


図-9

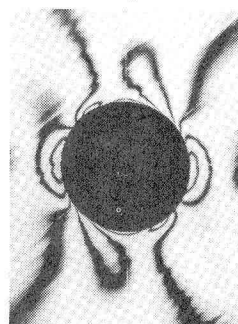
実験に使用された有円孔直交異方性板を図-8 に、載荷方法を図-9 に示す。図-7 で荷重方向と弾性対称軸 2 軸のなす角  $\delta$  を、それぞれ  $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$  に対する実験結果の等色線縮写真と写真-2 に、各  $\delta$  に対する周辺応力の理論値と実験値を比較した図を図-10 に示す。



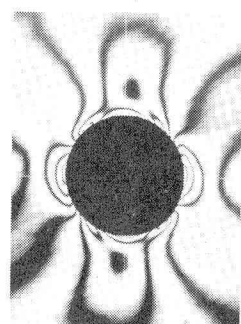
(a)  $\delta = 0^\circ$



(b)  $\delta = 30^\circ$



(c)  $\delta = 45^\circ$



(d)  $\delta = 60^\circ$

写真-2

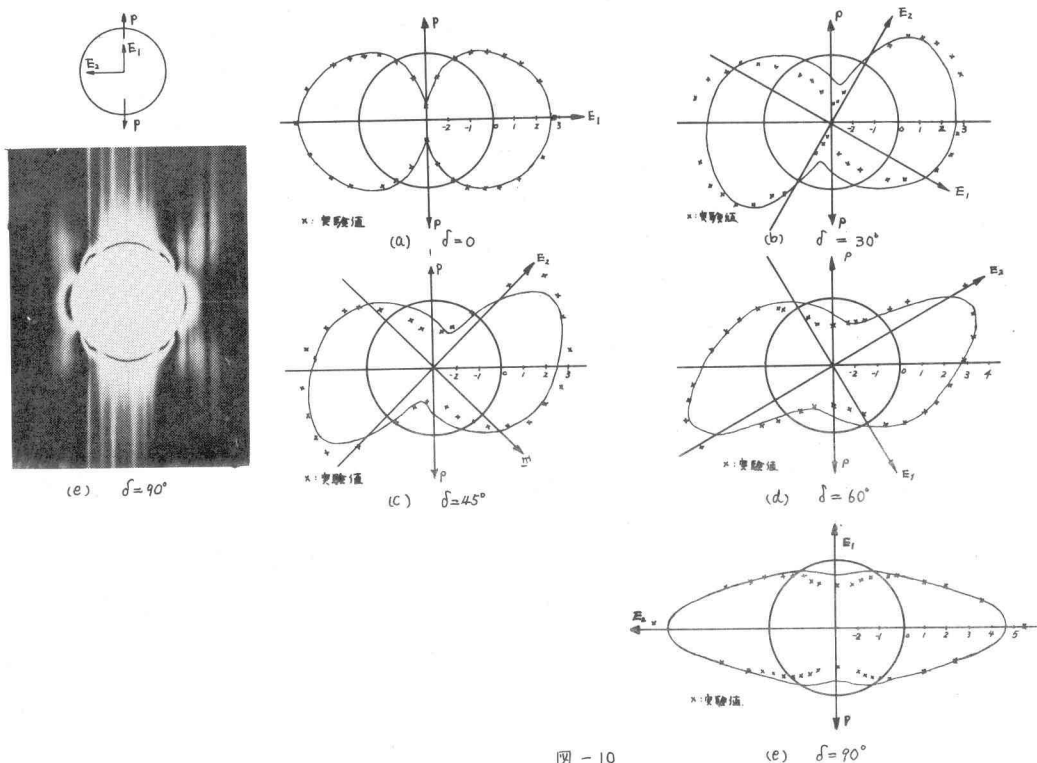


図-10

## 5. 結言

筆者の誘動した材料のゴム状弾性域における各種弾性係数の計算式は、実験値に対し良い近似を与え、合成材の変形に対する力学的仮定が実際の現象を正しく表わしているものと考えられる。しかもその有孔直交異方性板の実験結果から、本実験法により開発された材料が、十分直交異方性板として使用しうることが明らかになった。

この方法によれば、均質でしかも初期応力の無視し得る材料の製作が比較的容易になり、また弾性主方向の弾性的状態もかなりの範囲に任意に選定することが出来る。しかも光弾性実験においては、

鮮明な縮写真がえられるなど、利点が挙げられるが、応力凍結法の手法を利用するという間接的実験法による難点が存在することも認めざるを得ない。しかし、このため荷重装置、その他も簡略化することが可能であるが、対象によって材料の使用法を考えれば十分、川本、丹羽両氏、林氏の実験法を補う方法としての利用性が認められよう。