

徳島大学工学部 正員 工博 星 治 雄

徳島大学工学部 正員 工修 ○ 春 本 繁

1. 要 旨

本研究は、斜吊枝をもつ吊橋を理論的に解析したものである。斜吊枝をもつ吊橋は、鉛直吊枝をもつ吊橋に比べて、剛性、その他優れた点をもつといわれている。これらは、実験的にはかなり研究されているが、理論的にはあまり研究されてなく、その解析方法についても開拓の余地があるものと思われる。そこで本研究は、エネルギー法を用いて、斜吊枝をもつ吊橋の理論的な一解析法を提示すると共にその静力学的性質を検討したものである。

2. エネルギー法による基礎方程式の誘導

(1) 吊橋に生ずる歪エネルギー

補剛桁の鉛直変位を U_s 、ケーブルの鉛直変位を U_c 、ケーブルの水平変位を U_h 、および吊枝の伸びを考慮すると、吊橋に生ずる歪エネルギーは、

$$U = \frac{EI}{2} \int_0^l \left(\frac{d^2 U_s}{dx^2} \right)^2 dx + E_c F_c \int_0^l \left(\frac{U_c' + y' U_h'}{1 + y'^2} \right)^2 dx + 2 H_w \int_0^l (U_c' + y' U_h') dx + H_w \int_0^l (U_c'^2 + U_h'^2) dx + \frac{1}{2 \alpha E_h F_h} \int_0^l \{ P_L^2 + P_R^2 + 2 P_0 (P_L + P_R) \} \sqrt{h^2(x) + a^2} dx \quad (1)$$

である。ここで EI : 補剛桁の曲げ剛性 E_c : ケーブルの弾性係数 E_h : 吊枝の弾性係数 F_c : ケーブルの断面積 F_h : 吊枝の断面積 P_0 : 死荷重による吊枝の部枝力 P_L (または P_R): 活荷重による吊枝の部枝力 l : 支間長 H_w : 死荷重によるケーブルの水平張力 2α : 吊枝間隔 である。

(2) 吊橋のポテンシャルエネルギーの変化

活荷重が、補剛桁に作用した場合のポテンシャルエネルギーの変化について考えると、吊橋のポテンシャルエネルギーの変化は、

$$W = \int_0^l q_s \cdot U_s dx + \int_0^l G(x) \cdot U_s dx + 2 \int_0^l q_c \sqrt{1 + y'^2} U_c dx \quad (2)$$

である。ここで q_s : 補剛桁の単位長当りの死荷重 q_c : ケーブルの単位長当りの死荷重 $G(x)$: 単位長当りの活荷重 である。

(3) 吊橋の幾何学的条件式

吊橋の幾何学的条件式は、吊橋全体が一つの構造物として、スムーズに変形あるいは変位するための条件式である。ケーブルの任意の格点 x (この点では、左右に吊枝が吊り下げられているものとする) における幾何学的条件式を考える。格点 x において、補剛桁の鉛直変位を U_s 、ケーブルの鉛直変位を U_c 、および水平変位を U_h とすれば、格点の左側の吊枝、および右側の吊枝の幾何学的条件式は、それぞれ氷つぎのようになる。(図-1)

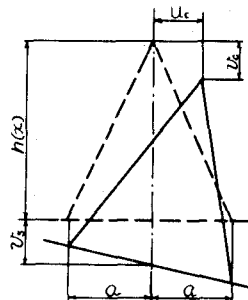


図-1

(1) 格点の左側の吊枝について

$$U_c^2 + (V_s - V_c)^2 + 2h(x)(V_s - V_c) + 2a \left\{ U_c - (h(x) + V_s - V_c) \frac{dV_s}{dx} \right\} + a^2 \left(\frac{dV_s}{dx} \right)^2 - \frac{2P_r}{E_n F_n} \{ h^2(x) + a^2 \} = 0 \quad (3)$$

(ロ) 格点の右側の吊枝について

$$U_c^2 + (V_s - V_c)^2 + 2h(x)(V_s - V_c) - 2a \left\{ U_c - (h(x) + V_s - V_c) \frac{dV_s}{dx} \right\} + a^2 \left(\frac{dV_s}{dx} \right)^2 - \frac{2P_r}{E_n F_n} \{ h^2(x) + a^2 \} = 0 \quad (4)$$

(4) 基礎方程式

式(1)～式(4)を用いて、吊橋のエネルギー変化に関する関数Iを考える。関数Iは、 $I = U - W$ より次式で表わされる。

$$I = \frac{EI}{2} \int_0^l \left(\frac{d^2 V_s}{dx^2} \right)^2 dx + E_c F_c \int_0^l \left(\frac{U_c^2 + V_s V_c}{1 + y'^2} \right)^2 dx + 2H_w \int_0^l (U_c + y' V_c) dx + H_w \int_0^l (U_c^2 + V_c^2) dx + \frac{E_n F_n}{4a} \int_0^l \frac{1}{\{ h^2(x) + a^2 \}^{3/2}} \left[\left\{ U_c^2 + (V_s - V_c)^2 + 2h(x)(V_s - V_c) + a^2 \left(\frac{dV_s}{dx} \right)^2 \right\}^2 + 4a^2 \left\{ U_c - (h(x) + V_s - V_c) \frac{dV_s}{dx} \right\} \right] dx + \frac{g_s}{2} \int_0^l \frac{1}{h(x)} \left[U_c^2 + (V_s - V_c)^2 + 2h(x)(V_s - V_c) + a^2 \left(\frac{dV_s}{dx} \right)^2 \right] dx - \int_0^l g_s V_s dx - \int_0^l G(x) \cdot V_s dx - 2 \int_0^l g_c \sqrt{1 + y'^2} V_c dx \quad (5)$$

いま吊橋に活荷重が載荷し、吊橋が変形、変位したのち、釣り合いの状態になったと考えると、関数Iは極値をとる。関数Iが極値をとるための条件式は、変分法の適用によりつぎのように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial V_s} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial F}{\partial V_s'} \right) + \frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{\partial F}{\partial V_s''} \right) &= 0 \\ \frac{\partial F}{\partial V_c} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial F}{\partial V_c'} \right) &= 0, \quad \frac{\partial F}{\partial U_c} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial F}{\partial U_c'} \right) &= 0 \end{aligned} \right] \quad (6)$$

ただし $I = \int_0^l F dx$ である。

ここで、未知数は、変位についての3個、方程式は、式(6)より3個ある。よって、式(6)より、 V_s 、 V_c 、および U_c を未知数とする3個の方程式が得られる。これが、吊橋のたわみについての基礎方程式(式(7)～式(9))である。

$$EI \frac{d^4 V_s}{dx^4} - a E_n F_n \frac{d}{dx} \left[\frac{1}{\{ h^2(x) + a^2 \}^{3/2}} \left\{ U_c^2 + (V_s - V_c)^2 + 2h(x)(V_s - V_c) + a^2 \left(\frac{dV_s}{dx} \right)^2 + 2(h(x) + V_s - V_c) \frac{dV_s}{dx} \right\} \right] - 2U_c(h(x) + V_s - V_c) \right] - a^2 g_s \frac{d}{dx} \left[\frac{1}{h(x)} \frac{dV_s}{dx} \right] + \frac{E_n F_n}{a \{ h^2(x) + a^2 \}^{3/2}} \left[\left\{ U_c^2 + (V_s - V_c)^2 + 2h(x)(V_s - V_c) + 3a^2 \left(\frac{dV_s}{dx} \right)^2 \right\} \{ h(x) + V_s - V_c \} - 2a^2 U_c \frac{dV_s}{dx} \right] + \frac{g_s}{h(x)} (V_s - V_c) = G(x) \quad (7)$$

$$2E_c F_c \frac{d}{dx} \left[\frac{y'(U_c + y' V_c)}{(1 + y'^2)^2} \right] + 2H_w V_c'' + \frac{E_n F_n}{a \{ h^2(x) + a^2 \}^{3/2}} \left[\left\{ U_c^2 + (V_s - V_c)^2 + 2h(x)(V_s - V_c) + 3a^2 \left(\frac{dV_s}{dx} \right)^2 \right\} \{ h(x) + V_s - V_c \} - 2a^2 U_c \frac{dV_s}{dx} \right] + \frac{g_s}{h(x)} (V_s - V_c) = 0 \quad (8)$$

$$2E_c F_c \frac{d}{dx} \left[\frac{(U_c + y' V_c)}{(1 + y'^2)^2} \right] + 2H_w U_c'' - \frac{E_n F_n}{a \{ h^2(x) + a^2 \}^{3/2}} \left[U_c \left\{ U_c^2 + (V_s - V_c)^2 + 2h(x)(V_s - V_c) + a^2 \left(\frac{dV_s}{dx} \right)^2 \right\} + 2a^2 \left\{ U_c - (h(x) + V_s - V_c) \frac{dV_s}{dx} \right\} \right] - \frac{g_s}{h(x)} U_c = 0 \quad (9)$$

よって、式(7)～式(9)を、常微分方程式の数値解法を用いて近似計算すると、斜吊枝をもつ吊橋のたわみ、部材力などが求められ、その静力学的性質を知ることができる。

3. 数値計算

数値計算については、講演会当日発表する。