

中央大学理工学部

正員 岡内 功

同

正員 〇根本 紘一

1. まえがき

吊橋の耐風性を強化する方法の一つにストームケーブルを取り付ける方法があり、この方法は特に簡易吊橋において、しばしば採用されている。しかし通常の場合、ストームケーブルは単に安全のために一応、設けておくというかなり便宜的な考え方により取り付けられているものが多く、その効果は余り明らかではない。この点に関して筆者らは先に簡単な考察結果を示したが、今回、改めて鉛直荷重、ねじり荷重および横荷重が作用する場合にストームケーブルをもつ吊橋がいかなる応答を示すかを解析し、あわせてその結果について実験的検討を試みた。本報告はその結果を述べるものである。

2. 鉛直荷重による鉛直たわみ

解析にあたり、まずストームケーブルに初期に導入される水平張力 H_{s0} の影響を考えることにすれば、この張力により主ケーブルには死荷重による張力 H_w に加えて H_a の増分が生ずるが、この H_a は導入後に図-1 のような形状をとるものとするれば、

$$(H_w + H_a) \cdot d^2 y / dx^2 = -w + H_{s0} \cdot \sin \varphi \cdot d^2 y_s / dx^2 \quad (1)$$

の関係から $H_a = (f_s / f) H_{s0} \sin \varphi$

として定められる。次いでこの状態の吊橋に鉛直荷重 p が作用したときの変形を考えることとするが、その際的主ケーブルおよびストームケーブルの釣り

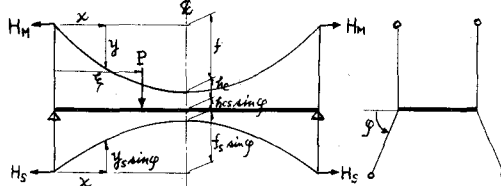


図-1

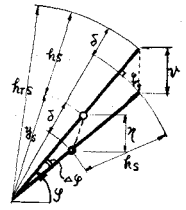


図-2

合い式は次のように考えられる。まず主ケーブルについてはその鉛直たわみを v 、張力の増分を H_p 、主ケーブル分担荷重を p_m とすると、

$$-(H_w + H_{s0} \cdot f_s \sin \varphi / f + H_p) \cdot d^2 (y + v) / dx^2 = w + H_{s0} \sin \varphi \cdot d^2 y_s / dx^2 + p_m \quad (2)$$

である。一方、ストームケーブルについてはその吊り枝が伸びないとし、図-2 のようにストームケーブルが変位するとすれば、 $\Delta \varphi \approx v \cos \varphi / h_{TS}$ 、 $\delta \approx v \sin \varphi$ よりストームケーブルの鉛直たわみ η が

$$\eta = (1 - h_s(x) \cos^2 \varphi / h_{TS}) v \quad (3)$$

となる。したがってストームケーブルの張力の増分を H_{ps} 、ストームケーブルの分担荷重を p_{cs} とすれば、ストームケーブルの釣り合い式は近似的に

$$-(H_{s0} - H_{ps}) d^2 (y_s \sin \varphi - \eta) / dx^2 = -H_{s0} \sin \varphi \cdot d^2 y_s / dx^2 - p_{cs} \quad (4)$$

である。以上によつて、補剛げたの釣り合い方程式は、補剛げたの分担荷重が $p - (p_m + p_{cs})$ であるから、曲げ剛性を $E I_v$ 、鉛直たわみを v とすれば、

$$E I_v \cdot d^4 v / dx^4 - [H_w + (1 + f_s \sin \varphi / f - h_m \cos^2 \varphi / h_{TS}) H_{s0} + H_p - H_{ps}] d^2 v / dx^2 = p + (H_p + H_{ps} \cdot f_s \sin \varphi / f) d^2 y / dx^2 \quad (5)$$

となる。ただし、ここでは(3)式の右辺における h_s が x の関数であると計算が厄介になるので、それ

を $f_s(x) \equiv f_w = f_s/3 + f_{cs}$ としている。なお主ケーブルおよびストームケーブルの張力増分は、それぞれ次式によって計算される。

$$H_p \cdot L_c/E_c A_c + d^2 y/dx^2 \cdot \int_0^l v dx = 0 \quad H_{ps} \cdot L_s/E_s A_s + d^2 y_s/dx^2 \cdot \int_0^l v dx = 0 \quad (6)$$

(5), (6) 式から ξ に作用する集中荷重 P による変形は次のように計算される。

$$H = H_w + (1 + f_s \sin \varphi / f - f_w \cos^2 \varphi / f_{ts}) H_{so} + H_p - H_{ps}, \quad \mu = \sqrt{H/EI_v} \text{ とおくと}$$

$$\left. \begin{aligned} v_L(x, \xi) &= P \cdot \frac{1}{H} \left[\frac{x}{l} \left(1 - \frac{\xi}{l} \right) - \frac{\sinh \mu l \cdot x/l \cdot \sinh \mu l (1 - \xi/l)}{\mu l \cdot \sinh \mu l} \right] - v_{Hp} \quad (x \leq \xi) \\ v_R(x, \xi) &= P \cdot \frac{1}{H} \left[\frac{\xi}{l} \left(1 - \frac{x}{l} \right) - \frac{\sinh \mu l \cdot \xi/l \cdot \sinh \mu l (1 - x/l)}{\mu l \cdot \sinh \mu l} \right] - v_{Hp} \quad (x \geq \xi) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$\text{ただし, } v_{Hp} = (H_p - H_{ps} \cdot f_s \sin \varphi / f) \frac{8f}{H} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{x}{l} - \left(\frac{x}{l} \right)^2 \right) - \frac{1}{(\mu l)^2} \left\{ 1 - \frac{\cosh \mu l (1/2 - x/l)}{\cosh \mu l / 2} \right\} \right]$$

であり、 H_p と H_{ps} は次式により与えられる。

$$\left. \begin{aligned} H_p(v, \xi) &= \frac{P \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\xi}{l} - \left(\frac{\xi}{l} \right)^2 \right) - \frac{1}{(\mu l)^2} \left\{ 1 - \frac{\cosh \mu l (1/2 - \xi/l)}{\cosh \mu l / 2} \right\} \right] - H_{ps} \sin \varphi \left[\frac{2}{3} \frac{f_s}{l} - \frac{8f_s}{l} \frac{1}{\mu l^2} \left\{ 1 - \frac{\tanh \mu l / 2}{\mu l / 2} \right\} \right]}{\left[\frac{2}{3} \frac{f}{l} - \frac{8f}{l} \frac{1}{\mu l^2} \left\{ 1 - \frac{\tanh \mu l / 2}{\mu l / 2} \right\} \right] + \frac{L_c}{E_c A_c} \frac{H}{8f}} \\ H_{ps}(\delta, \xi) &= \frac{P \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\xi}{l} - \left(\frac{\xi}{l} \right)^2 \right) - \frac{1}{(\mu l)^2} \left\{ 1 - \frac{\cosh \mu l (1/2 - \xi/l)}{\cosh \mu l / 2} \right\} \right] - H_p \left[\frac{2}{3} \frac{f}{l} - \frac{8f}{l} \frac{1}{\mu l^2} \left\{ 1 - \frac{\tanh \mu l / 2}{\mu l / 2} \right\} \right]}{\sin \varphi \left[\frac{2}{3} \frac{f_s}{l} - \frac{8f_s}{l} \frac{1}{\mu l^2} \left\{ 1 - \frac{\tanh \mu l / 2}{\mu l / 2} \right\} \right] + \frac{L_s}{E_s A_s} \frac{H}{8f_s \sin \varphi}} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

3. ねじり荷重によるねじり角

ねじり荷重によって図-3のように変形した場合、主ケーブルとストームケーブルの変位は(3)式などの関係を用いると次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} v_1(x) &= e v(x), \quad v_2(x) = -e v(x) \\ \eta_1(x) &= -e \left(1 - f_w \cos^2 \varphi / f_{ts} \right) v(x), \quad \eta_2(x) = e \left(1 - f_w \cos^2 \varphi / f_{ts} \right) v(x) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

したがって、前節に示した考え方をそのまま、準用すれば補剛げたの釣り合い方程式が次のように表わされる。

$$\begin{aligned} EC_w \cdot d^4 v/dx^4 - \{ GK + 2e^2 \{ H_w + (1 + f_s \sin \varphi / f - f_w \cos^2 \varphi / f_{ts}) H_{so} \} \} d^2 v/dx^2 \\ = m_T + 2e (H_p + H_{ps} \cdot f_s \sin \varphi / f) d^2 y/dx^2 \end{aligned} \quad (10)$$

一方、主ケーブル及びストームケーブルの張力増分は、おのおの次式で与えられる。

$$H_p \cdot L_c/E_c A_c + d^2 y/dx^2 \cdot \int_0^l e v dx = 0, \quad H_{ps} \cdot L_s/E_s A_s + d^2 y_s/dx^2 \cdot \int_0^l e \sin \varphi \cdot v dx = 0 \quad (11)$$

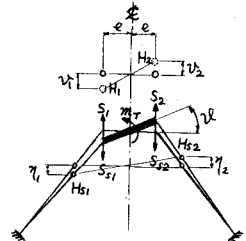
(10), (11) から ξ に作用する集中トルク M_T による変形は次のように計算される。

$$\left. \begin{aligned} H &= H_w + (1 + f_s \sin \varphi / f - f_w \cos^2 \varphi / f_{ts}) H_{so}, \quad \gamma = \sqrt{(GK + 2e^2 H)/EC_w} \text{ とおくと} \\ v_L(x, \xi) &= M_T \frac{1}{GK + 2e^2 H} \left[\frac{x}{l} \left(1 - \frac{\xi}{l} \right) - \frac{\sinh \gamma l \cdot x/l \cdot \sinh \gamma l (1 - \xi/l)}{\gamma l \cdot \sinh \gamma l} \right] - v_{Hp} \quad (x \leq \xi) \\ v_R(x, \xi) &= M_T \frac{1}{GK + 2e^2 H} \left[\frac{\xi}{l} \left(1 - \frac{x}{l} \right) - \frac{\sinh \gamma l \cdot \xi/l \cdot \sinh \gamma l (1 - x/l)}{\gamma l \cdot \sinh \gamma l} \right] - v_{Hp} \quad (x \geq \xi) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$\text{ただし, } v_{Hp} = (H_p + H_{ps} \cdot f_s \sin \varphi / f) \frac{16f \cdot e}{GK + 2e^2 H} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\xi}{l} - \left(\frac{\xi}{l} \right)^2 \right) - \frac{1}{(\gamma l)^2} \left\{ 1 - \frac{\cosh \gamma l (1/2 - \xi/l)}{\cosh \gamma l / 2} \right\} \right]$$

であり、 H_p と H_{ps} は次式により与えられる。

$$H_p(\xi) = \frac{M_T \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\xi}{l} - \left(\frac{\xi}{l} \right)^2 \right) - \frac{1}{(\gamma l)^2} \left\{ 1 - \frac{\cosh \gamma l (1/2 - \xi/l)}{\cosh \gamma l / 2} \right\} \right] - H_{ps} \cdot e \sin \varphi \left[\frac{4}{3} \frac{f_s}{l} - \frac{16f_s}{l} \frac{1}{(\gamma l)^2} \left\{ 1 - \frac{\tanh \gamma l / 2}{\gamma l / 2} \right\} \right]}{e \left[\frac{4}{3} \frac{f}{l} - \frac{16f}{l} \frac{1}{(\gamma l)^2} \left\{ 1 - \frac{\tanh \gamma l / 2}{\gamma l / 2} \right\} \right] + \frac{L_c}{E_c A_c} \frac{GK + 2e^2 H}{8f \cdot e}} \quad (13)$$



$$H_{ps}(\xi) = \frac{M_T \left\{ \frac{2}{3} \left[\frac{\xi}{l} - \frac{(f_s)^2}{l} \right] - \frac{1}{(f_s)^2} \left\{ 1 - \frac{\cosh \delta l (1/2 - \xi/l)}{\cosh \delta l / 2} \right\} \right\} - H_p e \left\{ \frac{4}{3} \frac{f_s}{l} - \frac{16 f_s}{l} \frac{1}{(\delta l)^2} \left\{ 1 - \frac{\tanh \delta l / 2}{\delta l / 2} \right\} \right\}}{e \sin \varphi \left\{ \frac{4}{3} \frac{f_s}{l} - \frac{16 f_s}{l} \frac{1}{(\delta l)^2} \left\{ 1 - \frac{\tanh \delta l / 2}{\delta l / 2} \right\} \right\} + \frac{L_s}{E_s A_s} \frac{GK + 2e^2 H}{8 f_s \cdot e \sin \varphi}} \quad (13)$$

4. 横荷重による水平横たわみ

横荷重が作用する場合、図-4に示すようにストームケーブルが水平。

すなわち、 φ が0度に近い状態で張られているならば、主ケーブルの抵抗力はストームケーブルの抵抗力に比較して二次的と考えられ、これを無視することができる。その場合、吊橋の状態は2節に述べた状態をそのまま90度回転した状態に近いと見なすことができるので、2

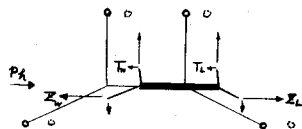


図-4

節で与えた基本式の考え方に沿うことによ、て横荷重をうける補剛桁の釣り合い方程式が次のように与えられる。

$$EI_h \cdot d^4 v / dx^4 - 2H_{s0} (1 - h_m \sin^2 \varphi / h_{TS}) d^2 v / dx^2 = P_h + 2H_{ps} \cdot \cos \varphi \cdot d^2 y_s / dx^2 \quad (14)$$

一方、ケーブルの張力増分はストームケーブルのみに対して、次式で与えられる。

$$H_{ps} \cdot L_s / E_s A_s + (d^2 y_s / dx^2) \cos \varphi \int_0^l v dx = 0 \quad (15)$$

(14), (15)式から等分布荷重 P_h による変形は次のように計算される。

$$H = 2H_{s0} (1 - h_m \sin^2 \varphi / h_{TS}), \quad v = \sqrt{H / EI_h} \text{ とおくと、}$$

$$v(x) = \frac{1}{H} \left\{ P_h l^2 - H_{ps} \cdot 16 f_s \cos \varphi \left\{ \frac{1}{2} \left[\frac{x}{l} - \frac{(x^2)}{l} \right] - \frac{1}{(\nu l/2)^2} \left\{ 1 - \frac{\cosh \nu l (1/2 - x/l)}{\cosh \nu l / 2} \right\} \right\} \right\} \quad (16)$$

であり、 H_{ps} は次式により与えられる。

$$H_{ps} = \frac{P_h \left\{ \frac{l}{2} - \frac{l}{(\nu l/2)^2} \left\{ 1 - \frac{\tanh \nu l / 2}{(\nu l/2)} \right\} \right\}}{\cos \varphi \left\{ 4 f_s / 3 l - 16 f_s / l \cdot \frac{1}{(\nu l/2)^2} \left\{ 1 - \frac{\tanh \nu l / 2}{(\nu l/2)} \right\} \right\} + L_s / E_s A_s \cdot H / 8 f_s \cos \varphi} \quad (17)$$

以上が水平に近い状態でストームケーブルが張られている場合の計算式であるが、ストームケーブルの傾斜角 φ が大きくなれば、その抵抗力が減少する一方、主ケーブルの抵抗力の全抵抗力に対する割合は増加してくる。したがって主ケーブルの横荷重に対する抵抗力を考慮に入れる必要が出てくるが、例えば $\varphi = 90^\circ$ の場合においては L.S. Moisseiff の弾性分配理論における考え方に従うと次のような釣り合い方程式が求められるので、これらに基いて所要の解を求めることが必要と考えられる。

$$\left. \begin{aligned} EI_h \cdot d^4 v / dx^4 + W_H (v - u) / h(x) + W_S (v - w) / h_S(x) &= P_t \\ -H_H \cdot d^2 u / dx^2 - W_H (v - u) / h(x) &= P_c \\ -H_S \cdot d^2 w / dx^2 - W_S (v - w) / h_S(x) &= P_s \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

ただし、 $W_H = W_t + W_s + S_H$, $W_S = S_s + W_s$, $S_H = (f_s / f) S_s$, $S_s = -H_s \cdot d^2 y_s / dx^2$

$H_H = H(W_t + W_c) + (f_s / f) H_{s0} + H_p$, $H_s = H_{s0} + H_{ps}$ とし、 u , v , w をおのおの主ケーブル、補剛げたストームケーブルの水平横変位としている。

5. 実験結果

以上に述べたストームケーブルをもつ吊橋の挙動に關する解析結果を実験的に検討するために表-1に示すような諸元をもつ模型に対して、鉛直荷重、ねじり荷重、横荷重の載荷実験を行なった。

l (cm)	$W \times 10^3$ (kg)	f, f_s (cm)	h_c, h_a (cm)	$2e$ (cm)	$EI_h \times 10^4$ (kg $\cdot$ cm 2)	$EI_h \times 10^7$ (kg $\cdot$ cm 2)	$GK \times 10^4$ (kg $\cdot$ cm 2)	EC_H (kg $\cdot$ cm 2)	$E_h, E_s, A_s \cdot 10^6$ (kg)
600	1.336	60	6	11	1.589	0.891	1.881	0	1.021

表-1 模型諸元

写真-1はその模型を示すものであり、 $\varphi = 45^\circ$ の状態である。これらの実験では各荷重による模型の変位状態を観察し、その実験値と計算値を比較検討したのであるが、表-2に主要な結果を示す。すなわち、この表には鉛直荷重 ($P = 0.96 \text{ kg}$)、ねじり荷重 ($M_T = 10.8 \text{ kg}\cdot\text{cm}$)、横荷重 ($p_H = 0.006 \text{ kg/cm}$) をそれぞれ単独に載荷した場合における載荷点の変位量の実験値と計算値を示したものである。なお、スチームケーブルの取り付け角 φ 、およびその初期張力 H_{50} についても種々変化を与えて実験を繰返しているが、表-2には $\varphi = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ 、 $H_{50} = 1 \text{ kg/ケーブル本当り}$ 、及び 5 kg/ケーブル本当り の場合の実験値を示してある。さらにスチームケーブルを取り付けない状態でも載荷実験を行ない、スチームケーブルの効果を明確ならしめている。表-2によりスチームケーブルの効果に關して各種の事項が知られるがその主なものは次のようである。

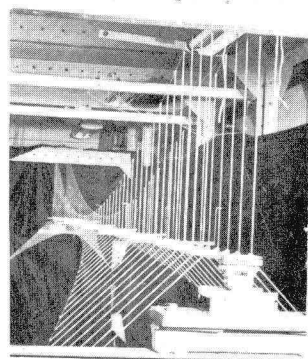


写真-1

- (1) 計算値と実験値の傾向が一致しており、また兩者の差も比較的少ないので、前述の解析は途中に多少の仮定が含まれているが、おむね妥当であると考えられる。
- (2) 当然のことながら、スチームケーブルは鉛直荷重とねじり荷重に対しては φ が大きい方が、また横荷重に対しては φ が小さい程、効果が大きい。
- (3) スチームケーブルに初期張力を導入することは補剛効果に大きく寄与する。
- (4) 横荷重が載荷される場合、荷重側のスチームケーブルは横荷重の増大とともに初期張力を失うので、その初期張力が完全に打ち消された場合には(14)式の妥当性がなくなることを見なければならぬ。

[鉛直集中荷重 $P = 0.96 \text{ kg}$]

取付角(°)	90				45				0				ストークス のない吊橋	
初期導入張力(kg)	1 kg/cab.		5 kg/cab.		1 kg/cab.		5 kg/cab.		1 kg/cab.		5 kg/cab.			
載荷位置目次	1/4	1/2	1/4	1/2	1/4	1/2	1/4	1/2	1/4	1/2	1/4	1/2	1/4	1/2
変位計算値(mm)	2.4	1.6	1.3	0.94	2.5	1.7	1.5	1.1	2.75	1.8	2.0	1.3	2.8	1.9
変位実験値(mm)	2.0	1.4	1.2	0.90	2.2	1.5	1.4	1.1	2.5	1.6	2.1	1.4	2.7	1.8
実験値/計算値	0.84	0.85	0.89	0.96	0.88	0.86	0.94	1.04	0.91	0.87	1.08	1.06	0.96	0.95

[ねじり集中荷重 $M_T = 10.8 \text{ kg}\cdot\text{cm}$]

変位計算値(mm)	3.3	3.1	3.2	3.0	4.0	4.7	3.9	4.0	4.3	4.9	4.3	4.9	4.3	4.9
変位実験値(mm)	3.5	3.7	3.2	3.0	3.7	3.9	3.4	3.8	3.8	3.9	3.6	3.8	3.6	4.4
実験値/計算値	1.07	1.18	1.02	1.01	0.93	0.83	0.87	0.95	0.88	0.80	0.84	0.775	0.84	0.90

[横方向等分布荷重 $p_H = 0.006 \text{ kg/cm}$]

変位計算値(cm)	(7.3)	(10.2)	(6.98)	(9.07)	(0.50)	(0.68)	0.45	0.63	(0.24)	(0.34)	0.25	0.34	5.7	8.0
変位実験値(cm)	4.6	6.5	3.9	6.3	0.94	1.38	0.36	0.52	0.63	0.90	0.22	0.35	5.3	7.8
実験値/計算値	(0.63)	(0.64)	(0.60)	(0.70)	(1.88)	(2.03)	0.79	0.82	(2.62)	(2.64)	0.90	1.04	0.93	0.98

() 中の値も(6)式にもとづき計算した値であるが、その妥当性については4節末尾あるいは上の(4)項に述べた理由によって、疑問が残るものである。