

## 吊橋の架設計算について

日本道路公团開門架橋工事技術部 正会員 村上己里 ○正会員 佐伯彰一

## 1. 概要

図-1は、架設時における吊橋のケーブルおよび補剛ゲタの変形、応力を電子計算機で計算する場合の計算順序の概略を示したものである。すなわち

- (1). 架設時の諸計算の基準となる完成時のケーブルの形状およびケーブルの無応力長を求める。
- (2). 架設時の吊弦力を仮定する。
- (3). (2)で仮定した吊弦力に基づいて、架設時のケーブル形状を求める。
- (4). 完成時のケーブル形状と架設時のケーブル形状より補剛ゲタの変形を求め、これに基づいて吊弦力を計算する。
- (5). (2)で仮定した吊弦力と(4)で求めたそれを比較するか否かを照査し、一致しない場合は(2)～(5)の計算を繰返す。

以上の方針で3径間2ヒンジ補剛吊橋を対象にプログラム

を作成しているが、こゝでは紙面の関係もありこの基本とした計算式のみを記すことにする。

## 2. 完成時のケーブル形状およびケーブルの無応力長の計算

吊橋完成時において、死荷重はすべてケーブルで支持されるものとすれば、ケーブル形状およびケーブルの無応力長の計算は図-2に示すようなケーブルのみを対象として行なえばよい。

格点  $i$  と  $i+1$  の間のケーブルにおいて、図-3のように記号を定義すれば、次の関係式を得る。

$$bi = (H/w) \{ \cosh \phi_i - \cosh (2\lambda i - \phi_i) \} \quad (1)$$

$$\text{ここで } \lambda i = w a_i / (2H) \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \phi_i &= \sinh^{-1} \{ -\sinh (2\lambda i - \phi_{i-1}) - Y_i / H \}, (i+1) \\ &= \sinh^{-1} (-Y_i / H) = \cosh^{-1} (T_i / H), (i=i) \end{aligned} \quad (3)$$

一般に完成時においては、ケーブル径間長  $L$ 、ケーブル径間距離  $a_i$  および吊弦力  $Y_i$  ( $i=2 \sim n-1$ ) は既知であるが、さらにその他既知により径間はつきの3つに分類される。

CASE 1:  $Y_i$  既知 (左右対称な径間では、1/2 径間を考えればよく、格点 1 は径間中央となり、 $Y_1$  は実際の吊弦力の  $1/2$  の値となる)。

CASE 2:  $H$  が既知 (例えば、3 径間吊橋の側径間。側径間の  $H$  は、中央径間のそれに等しく)

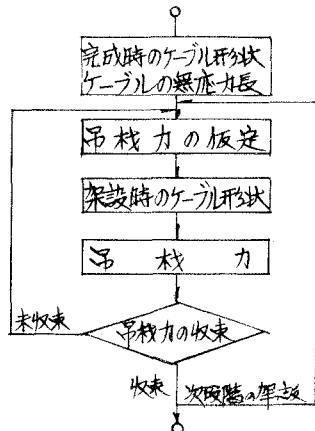


図-1

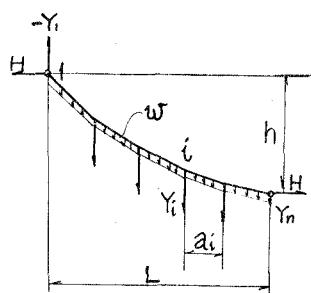


図-2

側径間の計算に先だって中央径間の計算を行なえば既知となる。)

CASE 3 :  $T_i'$  既知 (例えば、3径間吊橋のバックスティ。バックスティの側径間側端部のケーブル張力は、側径間のバックスティ側端部のそれと等しい。)。

したがって、CASE 1 および CASE 3 では  $H$  を、CASE 2 では  $Y_i$  を仮定すれば (1) ~ (3) 式より  $b_i$  は求めることができる。しかるに、 $b_i$  は、

$$H - \sum_{i=1}^n b_i = 0 \quad (4)$$

を満足していなければならない。これを満足していない場合は前述の仮定値  $H$  あるいは  $Y_i$  を、つぎに示す式から求まる  $\Delta H$  あるいは  $\Delta Y_i$  で  $H$  修正して再計算を行なう。

$$\Delta H \text{ (または } \Delta Y_i) = (H - \sum_{i=1}^n b_i) / \sum_{i=1}^n \lambda_i \quad (5)$$

$$\text{ここで } \lambda_i' = \beta_i + \alpha_i \mu_i$$

$$\begin{aligned} \beta_i &= \{ b_i + \alpha_i \sinh(2\lambda_i - b_i) \} ; & [\text{CASE 1, 3}] \\ &= 0 & [\text{CASE 2}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mu_i &= \lambda_i + \alpha_i \mu_{i-1} & (i \neq 1) \\ &= Y_i / (H^2 \cosh \phi_i) & ; [\text{CASE 1}] \\ &= 1 / (H \cosh \phi_i) & ; [\text{CASE 2}] \\ &= -T_i' / \cosh \phi_i & ; [\text{CASE 3}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha_i &= \{ 2\lambda_{i-1} \alpha_i + Y_i / (H^2 \cosh \phi_i) \} ; [\text{CASE 1, 3}] \\ &= 0 & ; [\text{CASE 2}] \end{aligned}$$

$$\alpha_i = \cosh(\phi_{i-1} - 2\lambda_{i-1}) / \cosh \phi_i$$

以上により、 $b_i$  が求まれば完成時のケーブル座標が計算され、ケーブルの形状が決定される。

また、ケーブルの無応力長  $l_{ui}$  は、完成時のケーブル長  $l_i$  から、その時のケーブルの弾性伸びを減ずることにより求められる。

$$l_{ui} = l_i - l_{ei} \quad (7)$$

$l_i, l_{ei}$  は、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} l_i &= \{ b_i^2 + (a_i \sinh \lambda_i / \lambda_i)^2 \}^{1/2} \\ l_{ei} &= H l_i^2 [ \lambda_i \coth \lambda_i + (a_i/l_i)^2 \{ 1 - \sinh(2\lambda_i) / (2\lambda_i) \} ] / 2 \end{aligned} \quad (8)$$

### 3. 桁設時のケーブル形状の計算

前述の完成時においては、 $a_i$  が既知であったが、桁設時の計算では  $a_i$  は未知で、 $l_{ui}$  が既知である。このような場合の計算式は下記の文献に記されており、それをそのまま用いた。

"Cable Movement under Two-Dimensional Loads"

by W. Terence O'Brien and Arthur J. Francis A.S.C.E., June 1974

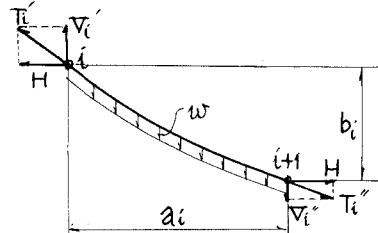


図-3

$$\begin{aligned}
 V_i'' &= V_i' - w.l.u_i \\
 V_i' &= V_{i-1}'' - Y_i \\
 T_i' &= H \sec \{ \tan^{-1} (V_i'/H) \} \\
 T_i'' &= H \sec \{ \tan^{-1} (V_i''/H) \} \\
 b_i &= (V_i' + V_i'') l_i / (T_i' + T_i'') \\
 Z_i &= H l_i \log \{ (T_i' + T_i'' + w.l.u_i) / (T_i' + T_i'' - w.l.u_i) \} / (w.l.u_i)
 \end{aligned} \quad | \quad (9)$$

したがって、 $b_i$  や  $Z_i$  は、 $H$  および  $V_i'$  を仮定すれば上式より求められる。

$H$  および  $V_i'$  が正しいか否かは、完成時の場合と同様の方法で照査するが、たゞ架設時の場合は、ケーラル径間長  $\Delta a$  およびケーラル径間継距  $\Delta b$  は、個々の径間の値としては与えることができず、吊橋全体に対する値となる。このため上記の照査も吊橋全体において満足するか否かを検することになる。このため、 $H$  および  $V_i'$  の修正量  $\Delta H$  および  $\Delta V_i'$  の計算式は、対象とする吊橋の形式により異なったものとなるが、いずれにしても  $H$  および  $V_i'$  の変化量  $\Delta H$  および  $\Delta V_i'$  と  $\sum_i a_i$  および  $\sum_i b_i$  の変化量  $\Delta a$  および  $\Delta b$  との関係が求まつておれば、その計算式は簡単に導くことができる。

$\Delta H$ 、 $\Delta V_i'$ 、 $\Delta a$  および  $\Delta b$  の関係はつきのとおりである。

$$\begin{aligned}
 \Delta V_i' &= (K_1 \Delta a + K_2 \Delta b) / K_4 \\
 \Delta H &= (K_2 \Delta a + K_3 \Delta b) / K_4 \\
 \text{ここで } K_1 &= \left\{ \sum_i (a_i^3 / l_i) \right\} / K_4 \\
 K_2 &= \left\{ \sum_i (a_i^2 b_i / l_i^2) \right\} / K_4 \\
 K_3 &= \left( \sum_i a_i \right) / H - K_1 \\
 K_4 &= K_1 K_3 - K_2^2
 \end{aligned} \quad | \quad (10)$$

なお、 $Y_i$  は、補剛が剛性を有する場合は未知数であり、前述したように仮定しなければならない。

#### 4. 架設時の吊戻力の計算(補剛ゲタが剛性を有する場合)

架設途中に、補剛ゲタが剛性を有する場合の吊戻力は、補剛ゲタの剛性がないとした場合の吊戻力に完成時と架設時との間の補剛ゲタの変形によって生じる吊戻力の変化量  $R_i$  を加えたものとなる。

$R_i$  の計算は、吊戻間隔  $a$  を支間長  $\Delta a$  とし、支点に上記の補剛ゲタの変形に相当する移動  $\delta_i$  を考慮した場合の支点反力を求ることと同じである。

図-4(a)にしめす連続ゲタの支点上の曲げモーメントを  $M_i$  とすれば、

$$\begin{aligned}
 M_{i-2} + 4M_{i-1} + M_i \\
 = -(6EI/a^2)(\delta_{i-2} - 2\delta_{i-1} + \delta_i)
 \end{aligned} \quad | \quad (11)$$

なる関係がある。

これより、 $M_0 = 0$  であることから  $M_i$  を仮定すれば  $M_i$  は求められる。いま、このようにして求めた支点上の曲げモーメントを  $M'_i$  とおく。

この場合、支点  $i$  の値  $M_n'$  は必ずしも 0

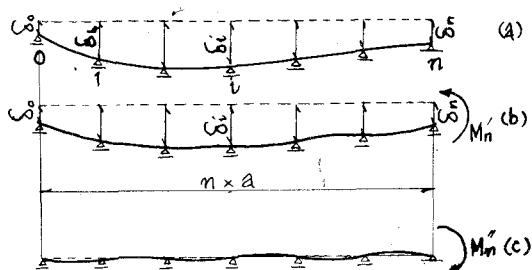


図-4

ではない。これを補正するには、支点に  $M_m'$  に大きさは等しく、方向が逆のモーメントが作用した場合の支点上曲げモーメント  $M_i''$  を求め、 $M_i'$  に加えればよい。すなわち

$$M_i = M_i' + M_i'' \quad (12)$$

で計算される。

$M_i''$  については、

$$M_{i-1}'' + 4M_i'' + M_{i+1}'' = 0 \quad (13)$$

なる関係があり、 $M_i = C\beta^i$  とおき、(13)に代入し、 $\beta \neq 0$  および  $M_0'' = 0$ 、 $M_m'' = -M_m'$  の3条件を考えると、 $M_i''$  は次式であらわされる。

$$M_i'' = -(\beta_1^i - \beta_2^i) M_m' / (\beta_1^n - \beta_2^n) \quad (14)$$

$$\text{ここで } \beta_1 = -2 + \sqrt{3}$$

$$\beta_2 = -2 - \sqrt{3}$$

また  $R_i$  は、次式で計算される。

$$R_i = -(M_{i-1} - 2M_i + M_{i+1}) / a \quad (15)$$

なお、実計算においては、それが大きくなると  $M_i'$  の仮定値によっては、 $M_i'$  と  $M_i''$  の大きさがかけはなれたものとなり、一度では正しい解が得られないことがある。この場合は (12)式で求めた  $M_i$  をあらためて  $M_i''$  とおき繰返し計算を行なわなければならない。