

室蘭工業大学工学部 正員 中村作太郎

1 緒言

本研究は力学的経済性と横安定度および支承部の耐震性を目的に、両端を固定鉸支承とせる変断面合成箱桁橋を支間50mの中級単径間橋梁として図-1および図-2に示す通り試案設計し、合成箱桁としての各部の応

力計算はもとより、両端に作用する軸張力とそれによつて発生する負の曲

げモーメントの影響を電子計算機(FACOM 231)の利用により吟味研究し、その力学的経済効果の著しいことを確認すると共に、その軸

力に関してはまだ知られていない微妙な特性のあることを見出し、これについて論述したものである。

2 設計条件

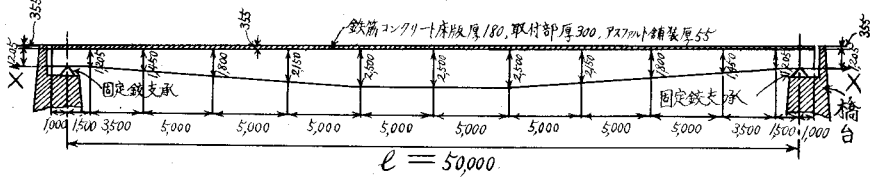
支間: 50m; 有効中員: 9m (車道, 歩道共); 橋径: 一等道路橋; 形式: 上路式活荷重合成箱桁橋 (変断面); 支承条件: 両端固定鉸支承; 荷重: T-20, L-20; 橋面勾配: 横断2%軸物線; 床版: 鉄筋コンクリート床版, $\sigma_{28} = 200 \text{ kg/cm}^2$, たゞし合成桁とした場合 $\sigma_{28} = 280 \text{ kg/cm}^2$, 支圧 $\sigma_g = 250 \text{ kg/cm}^2$; 舗装: アスファルト舗装 5.0 cm, 防水層 0.5 cm; 鋼許容応力度: SS 41, $\sigma_{ca} = 1,300 \text{ kg/cm}^2$, $\sigma_{ca} = 1,400 \text{ kg/cm}^2$, SM 50, $\sigma_{ca} = 1,800 \text{ kg/cm}^2$, $\sigma_{ca} = 1,900 \text{ kg/cm}^2$

3 満載等分布荷重を受ける両端固定鉸桁の解式

桁の左支承よりxの距離に生ずる曲げモーメントMは $M = Px/2 - 2x^2/2 - xy \dots (1)$ 桁の基本微分方程式

に代入すれば, $\frac{d^4y}{dx^4} - xy/kI + (Px/2 - 2x^2/2)/kI = 0 \dots (2)$

(a) 一般側面寸法図



(b) 曲げモーメントおよび抵抗曲げモーメント比較曲線図

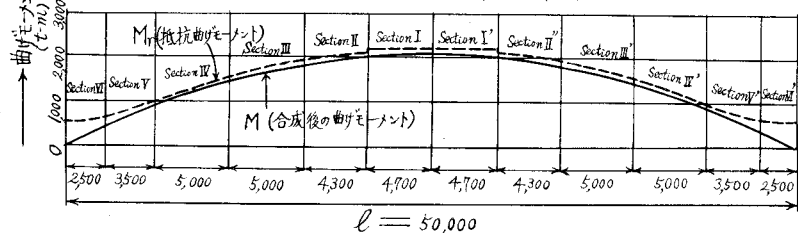


図-1 変断面合成箱桁橋の主桁寸法および曲げモーメント図

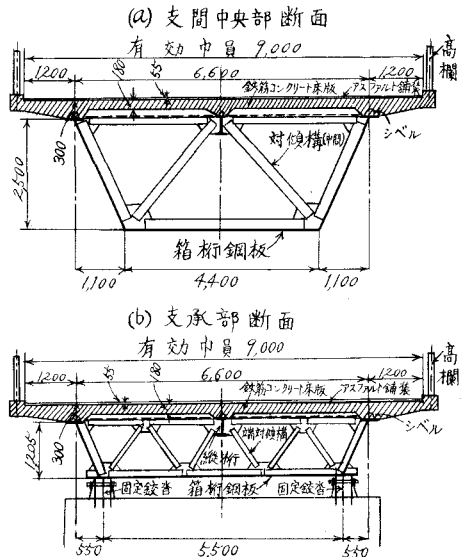


図-2 変断面合成箱桁橋の横断面図 (長さの単位: mm)

いま軸張力 X を一定とすれば、 K は X に無関係となり(2)の解は、 $y = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx} + P/2X - 2X^2/2X - 2KI/X^2$ 、ここに $m = \sqrt{X/KI}$ 、 $l = P/l$ ----- (3)、この式に含まれる二つの積分定数 C_1 、 C_2 は $x=0$ に対して $y=0$ 、 $x=l/2$ に対しては $dy/dx=0$ なる条件より決定される。

この二つの条件より、 $C_1 = 2KI (\cosh w - \sinh w) / 2X^2 \cosh w$ 、 $C_2 = 2KI (\cosh w + \sinh w) / 2X^2 \cosh w$ 、ここに $w = (l/2) \sqrt{X/KI}$ 、 K は $K = E(1 + X/EA)$ で与えられ、 X/EA が1に比べて微量であるから K の代りに E を用いても差支えないと考え、 $w = (l/2) \sqrt{X/EI}$ ----- (4)

C_1 、 C_2 を(3)式に代入し、 $y = (P/2X)(x - x^2/l - l/2w^2) + Pl \cosh(2xw/l - w) / 4w^2 X \cosh w$ 桁の中央部では、 $y = (Pl/4X) \{ 1/2 - (l/w^2)(1 - 1/\cosh w) \}$ ----- (5)

この式を二回微分して変形し、桁の基本微分方程式より曲げモーメント M の表式は次の通りとなる

$$M = (Pl/4w^2) \{ 1 - \cosh(2xw/l - w) / \cosh w \} \quad \text{中央部では、} \quad M = (Pl/4w^2) (1 - 1/\cosh w) \quad \text{--- (6)}$$

上述の解式の中には w および X を含んでいる。 w は X の函数であり、 X は荷重によって桁の両端に誘導せられるものであるから未知量である。そこで荷重によって誘導せられる X を決定出来れば(5)、(6)式によりたわみ y および曲げモーメント M が計算出来る。

軸張力 X は伸長した長さ $\Delta l = Xl/EA$ ----- (7) と dy/dx の微小なものに対する近似式 $\Delta l = \int_0^{l/2} (dy/dx)^2 dx$ ----- (8) より $\int_0^{l/2} (dy/dx)^2 dx - Xl/EA = 0$ ----- (9) を誘導し、(5)式より $(dy/dx)^2$ を求めて(9)式に代入すれば X に関する次のような函数方程式が得られるからこれによって求めることが出来る。

$$(P^2/96w^2 \cosh^2 w) (6 + 24 \cosh^2 w - 4w^2 \cosh^2 w - 15 \sinh 2w/w) + X^3/EA = 0 \quad \text{--- (10)}$$

$$w = (l/2) \sqrt{X/EI} \quad \text{--- (11)} \quad \text{(11)式より } X = (4w^2/l^2) EI \text{ を求め、(10)式に代入し整理すると、}$$

$$(6 + 24 \cosh^2 w - 4w^2 \cosh^2 w - 15 \sinh 2w/w) / w^6 \cosh^2 w = -6/44 E^2 I^3 / A^2 l^8 \quad \text{--- (12)}$$

ただし、 $l = P/l$ 、 $l^2 = P^2/l^2$

X の近似計算式：(12)式より X を求めることは甚だ面倒であるので w は通常の桁では相当小さいことに留意し、 $\sinh w = w + w^3/6 + w^5/120 + \dots$ 、 $\cosh w = 1 + w^2/2 + w^4/24 + \dots$ とし、これを(12)式に代入し微小項を省略すると、 $X = 17A(l/2)^2 l^4 / 8 E \cdot I^2$ ----- (13)

4 軸力 X の計算とたわみおよび曲げモーメントに対するその影響について

(12)式の左辺を $f(w)$ とすればこの函数は電子計算機(室蘭工業大学所有FACOM 231)にかけ、数値計算にて追跡した結果図-3のようになり、10桁計算で求めたグラフとは全く異なることがわかり、この函数は w が小さくなると累積誤差が増加し、微小な誤差でも鋭敏に影響することとなり、数値の精度が計算結果に著しく影響することが明白になった。

すなわち w が小さくなればなるほど有効桁数を多くとらなければ正確な結果は得られない。表-1は軸力 X の影響を受け、両端固定支持の桁の方が単純桁に比べ、たわみおよび曲げモーメントそれぞれの減少状況から見て有利であることを示している。なお変断面合成箱桁橋の軸張力の作用位置は高ければ高いほど有利となる。

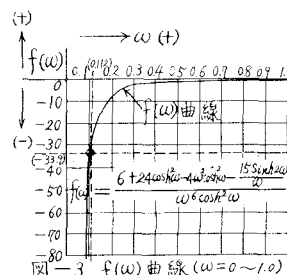


図-3 $f(w)$ 曲線 ($w=0 \sim 1.0$)

表-1 w 、軸力 X 、中央たわみ y 、中央曲げモーメント M

支持条件	一端固定他端可動	両端共固定
計算方法	単純桁公式 (手計算)	軸力 X による数値計算 (電卓計算機) 式(13) 式(12)による数値計算 (電子計算機)
w	0.112	0.138
軸力 X (t)	141.62	215.57
中央たわみ y (cm)	合成値 20.3 合成値 4.7 計 25.0	13.70 14.54
中央曲げモーメント M (t-m)	合成値 2478.68 合成値 223.913 計 2702.593	3757.77 3944.08