

有限変形法による斜張橋の解法

宮地鉄工 正司 後藤栄夫

〇今野光明

大西幸紀

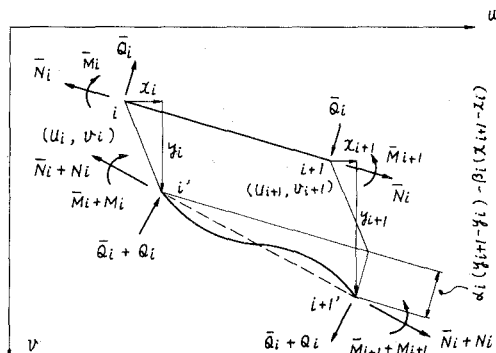
大槻 護

1. 要 旨

挽み易い補剛桁を、ケーブルで吊った構造である斜張橋は、吊橋程ではないにしても、変形が大きく、従つて断面力の算出にはその変形の影響を考慮に入れるべきであらう。しかもこの影響を考慮した場合の断面力は、吊橋では減少するが斜張橋では増加する傾向にある。以下にこの影響を考慮した、斜張橋の一つの解法と影響線計算例の二三を示す。

2. 計 算 式

右図の如く、部材 $i-i+1$ が死荷重等により軸力 $\bar{N}_i$ 、せん断力 $\bar{Q}_i$ 、曲げモーメント $\bar{M}_i$ で釣合っている状態から、更に荷重を受けて $i-i+1$ に変位し、各断面力が N_i, Q_i, M_i だけ増加したとする。部材がそれ程長くなく、曲げモーメントが直線分布するものとすれば、補剛桁及び塔梁、部材が連続しているという条件から次式が得られる。



$$x_{i-1} M_{i-1} + 2(x_{i-1} + x_i) M_i + x_i M_{i+1}$$

$$= -d'_{i-1} y_{i-1} + (d'_{i-1} + d'_i) y_i - d'_i y_{i+1} + B'_{i-1} - (B'_{i-1} + B'_i) x_i + B'_i x_{i+1} \quad \text{---(1)}$$

ここで $x_i = l_i / 6EI_i$, $d_i = (u_{i+1} - u_i) / l_i$, $d'_i = d_i / l_i$, $B_i = (v_{i+1} - v_i) / l_i$, $B'_i = B_i / l_i$ また l_i, I_i, E は夫々部材の長さ、断面二次モーメント、弾性係数である。

部材の伸び Δl_i は 変位の二次以上の項を無視すれば

$$\Delta l_i = \alpha_i (x_{i+1} - x_i) + \beta_i (y_{i+1} - y_i) \quad \text{---(2)}$$

となり、従つて N_i, Q_i は

$$N_i = EA_i \Delta l_i / l_i - \epsilon t EA_i \quad (A_i: \text{断面積}, \epsilon: \text{線膨張係数}, t: \text{上昇温度}) \quad \text{---(3)}$$

$$Q_i = (M_{i+1} - M_i) / l_i - (\bar{Q}_i + Q_i) \Delta l_i / l_i \quad \text{---(4)}$$

となる。橋端力の u, v 軸方向成分から、死荷重時に既に釣合っている部分を除けば $i, i+1$ 点で新しく釣合うべき u, v 軸方向成分 x_i, y_i が得られる。即ち

$$y_i = B'_i (\bar{N}_i + N_i) + d'_i (\bar{Q}_i + Q_i) - B_i \bar{N}_i - d_i \bar{Q}_i \quad \text{---(5)}$$

$$x_i = d'_i (\bar{N}_i + N_i) - B'_i (\bar{Q}_i + Q_i) - d_i \bar{N}_i + B_i \bar{Q}_i \quad \text{---(6)}$$

ここで d'_i, B'_i は変位後の方向余弦であり、変位の二次以上の項を無視すれば

$$d'_i = d_i + B'_i (x_{i+1} - x_i) / l_i - d_i B'_i (y_{i+1} - y_i) / l_i \quad \text{---(7)}$$

$$B_i' = B_i - \alpha_i B_i (X_{i+1} - X_i) / l_i + \alpha_i^2 (y_{i+1} - y_i) / l_i \quad (8)$$

であえられる。以上の式を利用し、更に

$$\begin{aligned} F_i &= E A_i / l_i, \quad \mu_i = (\bar{N}_i + N_i) / E A_i, \quad \nu_i = (\bar{Q}_i + Q_i) / E A_i \\ a_i &= F_i \alpha_i^2, \quad b_i = F_i B_i^2, \quad c_i = F_i \alpha_i B_i, \quad s_i = b_i + a_i' - 2c_i' \\ a_i' &= \mu_i a_i, \quad b_i' = \mu_i b_i, \quad c_i' = \mu_i c_i, \quad \sigma_i = a_i + b_i' + 2c_i' \\ a_i'' &= \nu_i a_i, \quad b_i'' = \nu_i b_i, \quad c_i'' = \nu_i c_i, \quad \tau_i = c_i - c_i' - a_i'' + b_i'' \end{aligned}$$

とおき、荷重及びケーブルの作用力の U, V 軸方向成分を夫々 $H_i, P_i; X_i^c, Y_i^c$ とすれば、力の釣合い条件から次式を得る。

$$\begin{aligned} P_i &= -P_{i-1} y_{i-1} + (P_{i-1} + P_i) y_i - P_i y_{i+1} - T_{i-1} x_{i-1} + (T_{i-1} + T_i) x_i - T_i x_{i+1} \\ &\quad - \alpha_{i-1}' M_{i-1} + (\alpha_{i-1}' + \alpha_i') M_i - \alpha_i' M_{i+1} + Y_i^c \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} H_i &= -T_{i-1} y_{i-1} + (T_{i-1} + T_i) y_i - T_i y_{i+1} - \delta_{i-1} x_{i-1} + (\delta_{i-1} + \delta_i) x_i - \delta_i x_{i+1} \\ &\quad + B_{i-1}' M_{i-1} - (B_{i-1}' + B_i') M_i + B_i' M_{i+1} + X_i^c \end{aligned} \quad (10)$$

これを補剛桁及び塔の全格点に適用し、 X_i^c, Y_i^c を式 (5) (6) で $Q = 0$ として求めて代入すれば塔の数が n 本の場合、結局次式の形にまとめることができる

$$\begin{bmatrix} A_0 & B_1 & B_2 & \cdots & B_n \\ B_1^* & A_1 & & & \\ B_2^* & & A_2 & & \\ \vdots & & & \ddots & \\ B_n^* & & & & A_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_0 \\ d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_0 \\ D_1 \\ D_2 \\ \vdots \\ D_n \end{bmatrix}$$

(* は行列の転置を示す)

左式の左辺左側の行列は、剛性行列に相当するものである。この中には N_i, Q_i の項が含まれており、この式を線形化するためには、これらの値を仮定しなければならない。しかしこれらの値の下限は死荷重により、上限は許容応力により押えられており、実用上充分の精度を得るための仮定は、比較的容易である、尚 d_i は変位 D_i は荷重である。

3. 計算例

下に変形を考慮した場合としない場合の影響線の数例を示す。この際 $\bar{N}_i + N_i$ として $\sigma = 1000 \text{ kg/cm}^2$ に相当する値を仮定し、せん断力は無視した。

