

大阪工業大学

正員 岡村宏一

大阪設計コンサルタンツKK

〇正員 吉田公憲

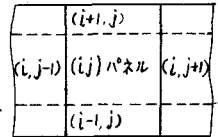
同

上

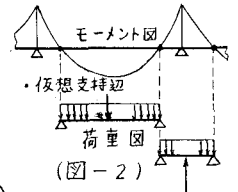
正員 進藤泰男

I) まえかき; 張出部を持つ床板橋は高速道路の高架部分等にはしばしば用いられているが、この構造は主板上に張出部が偏心合成しており、張出部のもつ突縁効果が最近問題になっている。実物実験及び模型実験の報告も若干発表されているが、これらの報告によると橋軸方向にそうとう大きな軸力が発生し、張出部の合成を考慮した設計の必要性を論じている。筆者の1人はすでに偏心変断面板の曲げ理論についての研究成果を報告してきたが、今回この理論を張出床板橋の設計上の応用面に拡張して、この構造物の特性を厳密に研究した。この解法は、板と板とが偏心合成する立体的解析であって断面の平面保持の仮定のもとに Fourier 級数を用いて厳密におこなったものである。解析法と共に実際の設計上の応用面を考慮した計算例を付して報告する。

II) 解法の概要; 本構造物は曲げと同時に Scheibe 効果の存在する板と板が偏心合成された形式であり、2次元弾性理論と平板理論を併用して厳密な解法をおこなったものである。すなわち板の微分方程式と Scheibe の応力関数を導入して適合条件式とを併用して板と板の偏心合成式を求めることが出来る。一般に張出床板橋は連続形式が採用されていて(図-1)に示すような多数のパネルの結合を考慮する必要がある。(i,j)パネルの接合辺は4辺である。この場合の厳密な偏心合成式はすでに偏心変断面板の曲げ理論で報告したが、実用解析としては複雑化する故(図-2)に示すような仮想支持辺を求め、単純張出床板に分離して解析する。



(図-1)



(図-2)

III) 板と板との偏心合成法; (図-3)に示すような偏心合成された張出床板の主板上に着目する。

1) 板の曲げによるたわみ(w), 断面力(モーメント M_x, M_y, M_{xy}), せん断力(Q_x, Q_y)

換算せん断力(V_x, V_y), 歪(ϵ_x, ϵ_y), 面内変形(u_x, v_y); 釣合方程式 ならびにたわみの一般形は(1)(2)で示され、断面力歪面内変形は(3)~(7)の各式から求める。

$$\Delta \Delta w = \frac{P(x,y)}{D} \quad (1)$$

$$w = w_0 + \sum_m (A_m \sinh \alpha_m y + B_m \cosh \alpha_m y + C_m \sinh \alpha_m y + D_m \cosh \alpha_m y) \sin \alpha_m x \quad (2)$$

$$\text{ただし、} w_0 = \frac{16}{\pi^2} \sum_{m,n} \frac{L_{mn}}{m^2 n^2} \sin \alpha_m x \sin \beta_n y, \quad \alpha_m = \frac{m\pi}{a}, \quad \beta_n = \frac{n\pi}{b},$$

L_{mn} ; 荷重展開係数 $= \int_0^a \int_0^b \sin \alpha_m x \sin \alpha_m u \sin \beta_n y \sin \beta_n v \, du \, dv$, 一般形は荷重中心から

(x_0, y_0)にある強度 q_0 分布面積 $2u \times 2v$ の矩形等分布荷重で与えられるが、

設計上必要な荷重に応じて変えることが出来る。

$$M_x = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right), \quad M_y = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right), \quad M_{xy} = -D(1-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (3), \quad Q_x = -D \left(\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right), \quad Q_y = -D \left(\frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + \frac{\partial^3 w}{\partial y \partial x^2} \right) \quad (4) \quad (図-3)$$

$$V_x = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + (2-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y^2} \right), \quad V_y = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + (2-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2 \partial y} \right) \quad (5), \quad \epsilon_x = -Z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \epsilon_y = -Z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (6), \quad u_x = Z \frac{\partial w}{\partial x}, \quad v_y = Z \frac{\partial w}{\partial y} \quad (7)$$

ただし D = 板の曲げ剛度 $\left(\frac{E}{12(1-\nu^2)} t^3 \right)$; t : 板厚; $P(x,y)$: 荷重関数; E = 弾性常数; ν = ポアッソン比

1) 岡村; 偏心変断面板ならびに板と板の完全合成構造の曲げ理論; 土木学会関西支部学術講演会 (S43.5)

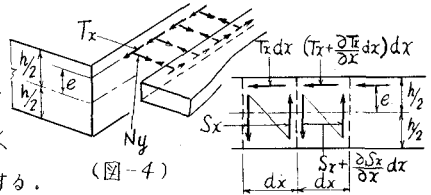
2) 板の Schleier 応力 ($\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$) 歪 (ϵ_x, ϵ_y); 応力関数中を導入して適合条件式, ならびに ϕ の一般形は (8), (9) で表わされる。 $\Delta \Delta \phi = 0$ — (8)

$\phi = \sum_m \frac{1}{\alpha_m^2} (\bar{A}_m \sinh \alpha_m y + \bar{B}_m \cosh \alpha_m y + \bar{C}_m \alpha_m y \sinh \alpha_m y + \bar{D}_m \alpha_m y \cosh \alpha_m y) \sin \alpha_m x$ — (9) 応力及び変形, 歪は上記中を用いて次の式で求まる。 $\sigma_x = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2}, \sigma_y = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}$ — (10) $\tau_{xy} = -\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y}$ — (11)

$\bar{\epsilon}_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_y), \bar{\epsilon}_y = \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu \sigma_x)$ — (12) 尚本式は単純支持辺において $\tau_{xy} = 0$ を満足していないが一般にこの影響は微量量であって, 実用上無視してさしつかえない。²⁾

3) 偏心水平せん断力, 及び軸力の換算;

(図-4) に示すように接合面に於て中立面からだけ偏心して作用する水平せん断力, T_x 及び軸力 N_y が板の境界におよぼす作用力を (図-5) に示すように中立面の縁辺に作用する水平せん断力, 軸力, 曲げモーメント, 換算せん断力に置換する。 (図-4)



4) 隣接板との接合面における拘束力; (図-6) を参照して張出板との接合面における拘束力歪変形を Fourier 級数に展開し基本式を求める。

($y=0$) 辺の拘束力歪変形を次のように表わす。

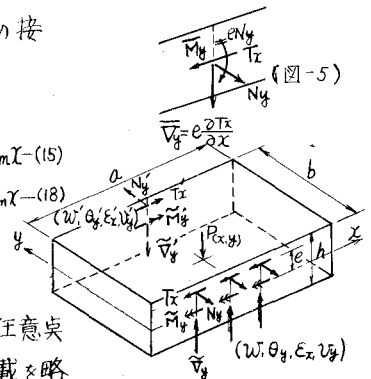
$$N_y = \sum_m N_m \sin \alpha_m x \text{ — (13), } T_x = \sum_m T_m \cos \alpha_m x \text{ — (14), } \bar{M}_y = \sum_m M_m \sin \alpha_m x \text{ — (15)}$$

$$\bar{V}_y = \sum_m V_m \sin \alpha_m x \text{ — (16), } W = \sum_m W_m \sin \alpha_m x \text{ — (17), } \theta_y = \sum_m \theta_m \sin \alpha_m x \text{ — (18)}$$

$$\bar{\epsilon}_x = \sum_m \epsilon_m \sin \alpha_m x \text{ — (19), } V_y + \bar{V}_y = \sum_m V_m \sin \alpha_m x \text{ — (20)}$$

($y=b$) 辺も同様に表わす。 (1)~(7), (19)~(20) を用いて演算を行い

式中に含まれる Non-Circular Function を更に級数展開して, 辺の任意点で成立つ関係式を導くことが出来る。(これら各式は紙面の都合で記載を略するが, 文献¹⁾を参照されたい。) 尚張出部についても同形の基本式を得る。



~で記したものは偏心の影響を考慮したものである。

図-6

5) 板と板との合成条件式; (図-3) を参照して主板と張出部の接合辺における合成条件を示す。

- (1) $N_m = 0$ — (21) 主板と張出部との接合辺に於てこれと直角方向の面内拘束を無視する。
- (2) $M_m = M'_m$ — (22) y 方向曲げモーメントの連続条件
- (3) $V_m = V'_m$ — (23) 換算せん断力の連続条件
- (4) $W_m = W'_m$ — (24) ねわみの連続条件
- (5) $\theta_m = \theta'_m$ — (25) y 方向ねわみ角の連続条件
- (6) $\bar{\epsilon}_m(z=0) = -\frac{T_m}{EA_0 \alpha_m}$ — (26) x 方向歪, 及び水平せん断力の連続条件

ただし, 実用解析上 張出部の x 方向軸力は y 方向に一定と仮定する: ($M'_m, V'_m, W'_m, \theta'_m$ は張出部係数) ($y=b$)

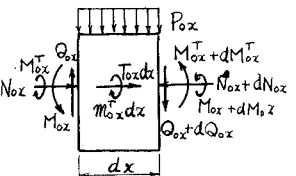
IV) 単純張出床板橋の解析;

1) 荷重が主板内にある場合; 荷重が主板内にある場合は張出部を

はりと考えてもさしつかえないと考える。すなわち III) で求めた基本式と

(図-7) に示すようなはりの基本式を組合はせることにより, 板と板との

合成の場合より簡略化して解析をおこなうことが出来る。



(断面力及び変形) はりの断面力及び変形は次の (27)~(30) より求まる

(図-7)

2) G. Allen はこの問題について論じた; Composite Action of Beams and Slabs. (Part II) 1961. Structural Eng.

$$\frac{dN_{0x}}{dx} = T_{0x} \quad (27) \quad EI_0 \frac{d^2 \omega_{0x}}{dx^2} = P_{0x} \quad (28) \quad m_{0x}^T = J_0 \frac{d^2 \varphi}{dx^2} \quad (29) \quad E_{0x} = -Z_0 \frac{d^2 \omega_{0x}}{dx^2} - \frac{N_0 x}{EA_0} \quad (30)$$

ただし、 EI_0 はりの曲げ剛度、 A_0 はりの断面積、 J_0 はりのねじり剛性係数、 φ はりのねじり角
(合成条件式) はりのねじり拘束を無視すると主板と張出部の接合辺で次の合成条件式を得る。

$$(1) N_m = 0 \quad (31), (2) M_m(e=0) = 0 \quad (32), (3) W_m = \frac{V_m}{E_0 I_0 \alpha_m^3} \quad (33), (4) E_m = \frac{-T_m}{EA_0 \alpha_m} \quad (34)$$

(対称条件式) 比較的単純な板では対称性を考慮すると便利である。対称性に関して次の関係式を得る。 $B_m = -\Gamma_m A_m - \Lambda_m C_m \quad (35), \bar{B}_m = -\Gamma_m \bar{A}_m - \Lambda_m \bar{C}_m \quad (35)'$

$$D_m = -\Delta_m C_m \quad (36), \bar{D}_m = -\Delta_m \bar{C}_m \quad (36)', \delta_m = \coth \lambda m \pi + \operatorname{Cosech} \lambda m \pi, \\ \varepsilon_m = \coth \lambda m \pi - \operatorname{Cosech} \lambda m \pi, \zeta_m = \lambda m \pi \operatorname{Cosech} \lambda m \pi \quad \lambda = b/a$$

(未知積分常数の決定) (35)~(36)' より未知の積分常数は $A_m, C_m, \bar{A}_m, \bar{C}_m$ の4個であり、合成条件式 (31)~(34) の各式からこれらの積分常数を求めると次のようになる。

$$A_m = \frac{1}{\Gamma_m} \left(\frac{2}{\lambda} - \Lambda_m \right) C_m \quad (37)$$

$$\bar{A}_m = -\frac{\Lambda_m}{\Gamma_m} \bar{C}_m \quad (38) \quad C_m = -\frac{1}{2} \frac{\lambda m}{\omega m^3} \left(\frac{1-K}{K} \right)^2 a^4 \bar{C}_m \quad (39)$$

$$\bar{C}_m = \frac{32(K)^2 \lambda \varphi_m m \omega}{\pi^{4(1-K)} \{ \lambda m \omega m + m \omega (\frac{\Lambda_m}{\Gamma_m} + \Delta_m) \}} \quad (40)$$

ただし、 $\omega_m = \pi^2 \left\{ \frac{2}{\Gamma_m} + \frac{1}{2} (\Delta_m + 2 \lambda m \rho K^2 m) - \frac{1}{\lambda} \frac{\Lambda_m}{\Gamma_m} \right\}$, $\lambda m = 2 m \pi + \frac{1}{\lambda} (\Delta_m + \frac{\Lambda_m}{\Gamma_m})$

$$\varphi_m = \sum_n \frac{n^2 + (1+\lambda) m^2 \lambda^2}{m^2 (m^2 \lambda^2 + n^2)^2} L_{mn}, \quad \omega = 6 \lambda^2 (1-K)^2 \pi^3 \quad K = \frac{b'}{b}, \quad K' = \frac{a}{b}, \quad \rho = \frac{A'}{A} = \frac{b' h'}{b h}, \quad \lambda = 1 - \lambda', \quad \lambda' = 1 + \lambda$$

2) 荷重が張出部にある場合;

この場合は張出部に局部曲げを生ずるので、III) で記載した板と板との合成法で解析する。

(未知積分常数の決定) はりの場合と同様に主板の対称性を考慮すると、未知の積分常数は $A_m, C_m, \bar{A}_m, \bar{C}_m, A'_m, B'_m, C'_m, D'_m$ の8個となり、合成条件式 (24)~(26) の各式と張出部自由辺 ($y'=0$) の条件式 $M_{y'}(y'=0) = 0 \quad (41), V_{y'}(y'=0) = 0 \quad (42)$ よりこれらの積分常数を求めると次のようになる。

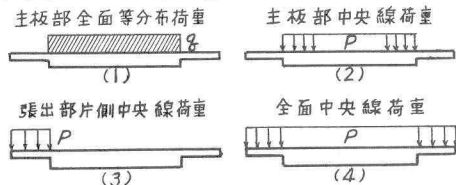
$$A_m = (R_m C_m + R'_m) \quad (43), \bar{A}_m = \zeta_m \bar{C}_m \quad (44), A'_m = K_m + \frac{1}{\lambda} D'_m \quad (45), B'_m = -\frac{2}{\lambda} C'_m \quad (46), C'_m = U_m C_m + U'_m \quad (47)$$

$$D'_m = (V_m C_m + V'_m) \quad (48), C_m = -\frac{1}{m^2 \omega_m} \left\{ \frac{1}{2} (\zeta_m - \Delta_m) \left(\frac{1-K}{K} \right)^2 \bar{C}_m + \frac{16}{\lambda} X \varphi'_m \right\} \quad (49), \bar{C}_m = \frac{16}{E \pi^3} \left\{ 2 m \pi \omega_m - \frac{X}{\lambda} \psi'_m (\zeta_m - \Delta_m) \right\} \quad (50)$$

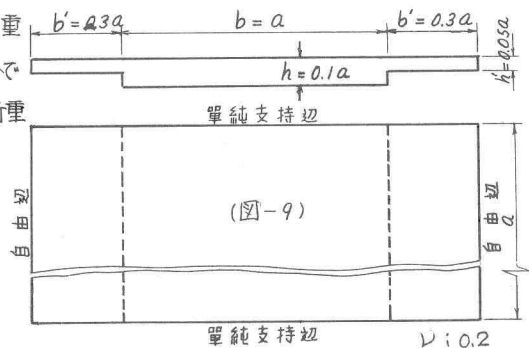
ただし、 $\chi_m = m \left\{ 3 \lambda^2 (1-K)^2 \pi^2 \Gamma_m \Lambda_m \zeta_m + \frac{\omega}{\lambda} (\Gamma_m R_m + \Lambda_m) \varphi'_m \right\}$, $\omega'_m = \pi^2 \left\{ R_m + \frac{1}{\lambda} \Delta_m - U_m (\chi m \pi \coth \chi m \pi + \frac{2}{\lambda} \lambda^2 \sinh \chi m \pi) - V_m \chi m \pi \sinh \chi m \pi \right\}$
 $\psi'_m = \frac{\lambda \varphi'_m}{\Gamma_m} + \lambda m \omega (\Gamma_m R_m + \Lambda_m)$, $\varphi'_m = m \zeta_m$, $\zeta_m = -\frac{\lambda \pi^6}{16 a^4 X} \left\{ K_m \cosh \chi m \pi - K'_m - R'_m + U'_m (\chi m \pi \coth \chi m \pi + \frac{2}{\lambda} \lambda^2 \sinh \chi m \pi) + V'_m \chi m \pi \sinh \chi m \pi \right\}$
 $\zeta'_m = -\frac{\lambda \pi^6}{16 a^4 X} R'_m$, $U_m = \frac{S_m}{O_m}$, $V_m = \frac{T_m}{O_m}$, $U'_m = \frac{S'_m}{O'_m}$, $V'_m = \frac{T'_m}{O'_m}$, $S_m = \lambda^2 K^3 \operatorname{Cosech} \chi m \pi \left\{ (R_m - \Delta_m) (\chi m \pi \coth \chi m \pi + \frac{1}{\lambda}) \right.$
 $\left. + (\Gamma_m R_m + \Lambda_m) (\chi m \pi + \frac{2}{\lambda} \coth \chi m \pi) \right\}$, $T_m = -\lambda^2 K^3 \operatorname{Cosech} \chi m \pi \left\{ (\Gamma_m R_m + \Lambda_m) (\chi m \pi \coth \chi m \pi - \frac{1}{\lambda}) + (R_m - \Delta_m) (\chi m \pi - \frac{2}{\lambda} \coth \chi m \pi) \right\}$
 $S'_m = \lambda^2 K^3 \left\{ (K^3 R'_m + \lambda M_m) \operatorname{Cosech} \chi m \pi - K_m \coth \chi m \pi (\chi m \pi \coth \chi m \pi + \frac{1}{\lambda}) + (K^3 \Gamma_m R'_m \operatorname{Cosech} \chi m \pi + K_m) (\chi m \pi + \frac{2}{\lambda} \coth \chi m \pi) \right\}$
 $T'_m = -\lambda^2 K^3 \left\{ (K^3 \Gamma_m R'_m \operatorname{Cosech} \chi m \pi + K_m) (\chi m \pi \coth \chi m \pi - \frac{1}{\lambda}) + (K^3 R'_m + \lambda M_m) \operatorname{Cosech} \chi m \pi - K_m \coth \chi m \pi (\chi m \pi - \frac{2}{\lambda} \coth \chi m \pi) \right\}$
 $R_m = \frac{(\frac{2}{\lambda} - \Lambda_m) O_m + Q'_m}{\Gamma_m O_m + O_m}$, $R'_m = \frac{\bar{Q}_m}{\Gamma_m O_m + O_m}$, $\bar{Q}_m = 2 \left\{ \operatorname{Cosech} \chi m \pi (\frac{1}{2} + \lambda \chi m \pi \coth \chi m \pi) K_m - \lambda \left\{ (\chi m \pi \coth \chi m \pi + \frac{2}{\lambda}) \operatorname{Cosech}^2 \chi m \pi \right. \right.$
 $\left. + (2 + \frac{1}{2}) \coth \chi m \pi \right\} M_m \right\}$, $Q'_m = K^3 \left\{ (2 + \frac{1}{2}) (24 m \coth \chi m \pi - \frac{1}{2} \Lambda_m) + \lambda (24 m + \lambda \chi m \pi \Lambda_m) \chi m \pi \operatorname{Cosech}^2 \chi m \pi \right\}$
 $Q_m = K^3 \left\{ (2 + \frac{1}{2}) (2 \coth \chi m \pi + \frac{1}{2} \Gamma_m) + \lambda (2 - \lambda \chi m \pi \Gamma_m) \chi m \pi \operatorname{Cosech}^2 \chi m \pi \right\}$, $O_m = 4 \coth^2 \chi m \pi - \frac{1}{2} + (\lambda \chi m \pi \operatorname{Cosech} \chi m \pi)^2$
 $K_m = -\frac{16 a^4 X}{\lambda \pi^6} \sum_n \frac{j^2 + (1+\lambda) m^2 \lambda^2}{m^4 (m^2 \lambda^2 + j^2)^2} L_{mj}$, $K'_m = -\frac{16 a^4 X}{\lambda \pi^6} \sum_n \frac{(-1)^j (j^2 + (1+\lambda) m^2 \lambda^2)}{m^4 (m^2 \lambda^2 + j^2)^2} L_{mj}$, $M_m = -\frac{16 a^4 X}{\lambda \pi^6} \sum_n \frac{(-1)^j j^2 X^2}{m^4 (m^2 \lambda^2 + j^2)^2} L_{mj}$
 L_{mj} : 張出部荷重の展布係数 (主板荷重展布係数 L_{mn} の n を j に置き変えて求める。) $\zeta'_m = \frac{\Delta'_m}{\Gamma_m}$, $\omega' = 3 \lambda^2 (1-K)^2 \pi^3$, $\lambda' = b'/a$

V) 計算例: 張出床板橋の曲げならびにScheib action を把握するため種々の荷重状態に対する計算を行った。諸元および荷重は (図9~10) に示す通りである。各種荷重による ($\lambda = 9/2$) ($\lambda = 9/4$) 奥における曲げモーメント M_x の分布図及び軸応力分布を (図11~14) に示す。尚 (図11~13) に記する非合成値

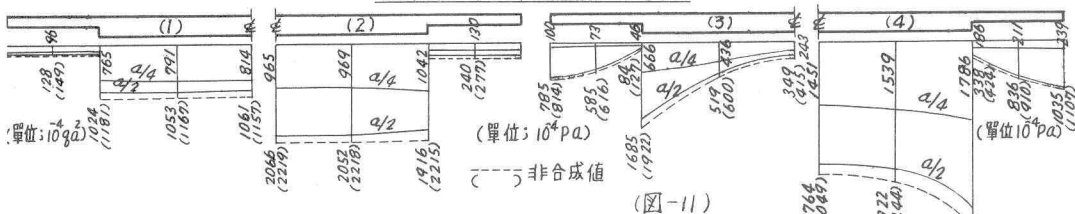
とはScheibe 効果を無視した場合の計算値である。(図-12)には曲げモーメント M_x によって生ずる応力 σ_{Mx} に対する軸応力の百分率を付加した。各荷重時の床板全面にわたる分布状態図は紙面の都合で記載出来ないが、例として張出部片側中央線荷重荷重時の M_x 分布図を(図-14)に示した。



(図-10)

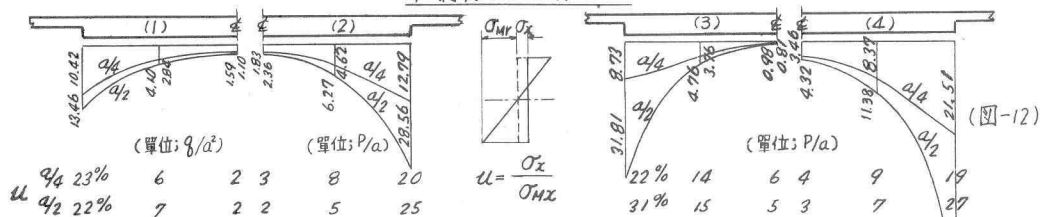


曲げモーメント M_x の分布図



(図-11)

軸応力 σ_x の分布図



VI) 結論: 計算結果によると各荷重状態共($x=a/2$)

($y=0$)点付近には大きな軸応力が生じ、 M_x によって生

ずる応力の20~30%になっている。この応力比は y 方向中央($y=b/2$)に近づくにしたがって急減している。又、支持

持辺に近づくに共に減少の傾向を示す。すなわち張出部突縁効

果は主板面内に一様でない、本式による合成計算値 M_x と非合成

値と比較すると合成値が10%程度小さいが、軸応力が生ずる故

下縁応力は合成値の方が大きい所も有る。張出部に載荷する場合、

張出部 M'_{xmax} は同 M_{ymax} より大きく、本例ではかばりの縦曲

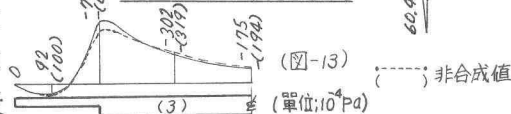
げを生ずる。一般に張出部の設計においては橋軸方向応力の計算

をおこぼっていないが、連続板の支承部付近の引張部には大きな

引張軸応力が生じることになり張出部 M_x による応力に加算さ

れることとなる。以上、設計上の見地から本文に提示する立体解析法の価値を見出すものである。

曲げモーメント M_y の分布図



(図-13)

荷重状態(4)における M_x 分布図(図-14)

