

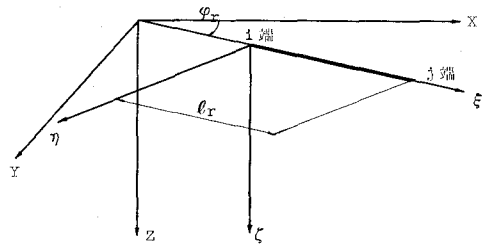
名古屋大学工学部 正員 工博 成岡昌夫

日建設計工務KK 正員 ○ 鷹羽信勝

この研究は、面外荷重をうける平面構造物の一つの解法として従来用いられている変形法を拡張し、断面のそり変形を拘束することにより生ずる曲げねじりモーメント、二次ねじりモーメントの影響をも考慮した各種境界状態に対する変形法の応用を求めたものである。従来の変形法による格子構造物の解析では、曲げねじりモーメント、二次ねじりモーメントを考慮しては、構造物の形状、および、断面形状によつては、不適当な場合も考えられる。また、曲げねじり理論による解法では、構造物の形状に制限があり、任意形状の格子桁に適用することができない。われわれは、上記の不都合さを減少させる一つの手段として、任意形状、任意支持状態の薄肉格子構造物の解析に対し、曲げねじりモーメント、二次ねじりモーメントをも考慮した変形法を用いた。

座標系を図-1のように定めるものとし、任意部材 r の材端における変形量（たわみ、たわみ角、ねじり角、ねじり率）と断面力（せん断力、曲げモーメント、ねじりモーメント、曲げねじりモーメント）を、それぞれ、 δ 、 $\theta\eta$ 、 $\theta\xi$ 、 ρ 、および、 S 、 $M\eta$ 、 $M\xi$ 、 $M\omega$ とする。部材内では曲げ剛性 $E I_r$ 、ねじり剛性 $E I_{Tr}$ 、曲げねじり剛性 $E C_{Mr}$ は一定であるものとすれば、断面力と変形量の間には次の関係がなりたつ。

図-1 部材座標と絶対座標



$$\begin{pmatrix} S_{ir} \\ M_{\xi ir} \\ M_{\eta ir} \\ M_{\omega ir} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12EI_r \frac{1}{l_r^3} & 12EI_r \frac{1}{l_r^3} & 0 & 0 & 6EI_r \frac{1}{l_r^2} & 6EI_r \frac{1}{l_r^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{2(\bar{\alpha}_r + \bar{\beta}_r) + \chi_r^2}{l_r^3} EC_{Mr} & \frac{2(\bar{\alpha}_r + \bar{\beta}_r) + \chi_r^2}{l_r^3} EC_{Mr} & 0 & 0 & \frac{\bar{\alpha}_r + \bar{\beta}_r}{l_r^2} EC_{Mr} & \frac{\bar{\alpha}_r + \bar{\beta}_r}{l_r^2} EC_{Mr} \\ 6EI_r \frac{1}{l_r^2} & -6EI_r \frac{1}{l_r^2} & 0 & 0 & -4EI_r \frac{1}{l_r} & -2EI_r \frac{1}{l_r} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\bar{\alpha}_r + \bar{\beta}_r}{l_r^2} EC_{Mr} & -\frac{\bar{\alpha}_r + \bar{\beta}_r}{l_r^2} EC_{Mr} & 0 & 0 & -\frac{\bar{\alpha}_r}{l_r} EC_{Mr} & -\frac{\bar{\beta}_r}{l_r} EC_{Mr} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta_{ir} \\ \delta_{jr} \\ \theta_{\xi ir} \\ \theta_{\xi jr} \\ \theta_{\eta ir} \\ \theta_{\eta jr} \\ \rho_{ir} \\ \rho_{jr} \end{pmatrix} \quad (1)$$

ただし、 $\lambda_r = (GI_{Tr}/EC_{Mr})^{1/2}$ 、 $\chi_r = \lambda_r/l_r$

$$\bar{\alpha}_r = -\frac{\chi_r \sinh \chi_r - \chi_r^2 \cosh \chi_r}{2(1 - \cosh \chi_r) + \chi_r \sinh \chi_r}, \quad \bar{\beta}_r = -\frac{\chi_r^2 \chi_r \cdot \sinh \chi_r}{2(1 - \cosh \chi_r) + \chi_r \sinh \chi_r}$$

である。部材 r は X 軸と時計方向に角度 φ_r をなすものとし、 $S_r = \sin \varphi_r$ 、 $C_r = \cos \varphi_r$ とする。絶対座標 X 、 Y 、 Z における変形量、断面力を部材座標と同様に定義するものとし、式(1)を絶対座標に座標変換を行なえば、次式が得られる。

$$\begin{pmatrix} S_{ir} \\ M_{Xir} \\ M_{Yir} \\ M_{Wir} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{k_1}{l_r^3} & \frac{k_1}{l_r^3} & -\frac{k_2}{l_r^2} S_r & -\frac{k_3}{l_r^2} S_r & \frac{k_2}{l_r^2} C_r & \frac{k_3}{l_r^2} C_r & 0 & 0 \\ -\frac{k_2}{l_r^2} S_r & \frac{k_2}{l_r^2} S_r & -\frac{k_4}{l_r} S_r^2 - \frac{g_1}{l_r^3} C_r^2 & \frac{k_5}{l_r} S_r^2 + \frac{g_1}{l_r^3} C_r^2 & \left(\frac{k_4}{l_r} - \frac{g_1}{l_r^3} \right) S_r C_r & \left(\frac{k_5}{l_r} + \frac{g_1}{l_r^3} \right) S_r C_r & \frac{g_2}{l_r^2} C_r & \frac{g_3}{l_r^2} C_r \\ \frac{k_2}{l_r^2} C_r & -\frac{k_2}{l_r^2} C_r & \left(\frac{k_4}{l_r} - \frac{g_1}{l_r^3} \right) S_r C_r & \left(\frac{k_5}{l_r} + \frac{g_1}{l_r^3} \right) S_r C_r & -\frac{k_4}{l_r} C_r^2 - \frac{g_1}{l_r^3} S_r^2 & -\frac{k_5}{l_r} C_r^2 + \frac{g_1}{l_r^3} S_r^2 & \frac{g_2}{l_r^2} S_r & \frac{g_3}{l_r^2} S_r \\ 0 & 0 & \frac{g_2}{l_r^2} C_r & -\frac{g_2}{l_r^2} C_r & \frac{g_2}{l_r^2} S_r & -\frac{g_2}{l_r^2} S_r & \frac{g_4}{l_r} & \frac{g_4}{l_r} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta_{ir} \\ \delta_{jr} \\ \theta_{Xir} \\ \theta_{Yir} \\ \theta_{Wir} \\ \rho_{ir} \\ \rho_{jr} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} S_{ir}^0 \\ M_{Xir}^0 \\ M_{Yir}^0 \\ M_{Wir}^0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$= \{S_{or}\} \{X_{or}\} + \{Cor\}$$

式中、係数 $k_1 \sim k_5$ 、 $g_1 \sim g_5$ は部材端の境界条件により定まる定数であり、おもな境界条件に対する値を示せば表-1 のようになる。また $\{Cor\}$ は部材間に作用する荷重に対する荷重項の列ベクトルであり、その要素 M_{Xir}^0 、 M_{Yir}^0 は、 $M_{Xir}^0 = C_r \cdot M_{\xi ir}^0 - S_r \cdot M_{\eta ir}^0$ 、 $M_{Yir}^0 = S_r \cdot M_{\xi ir}^0 + C_r \cdot M_{\eta ir}^0$ で与えられる。おもなねじり荷重に対する荷重項を示せば、表-2 (当日配布) のようになる。また、式(2)において、 $\varphi_r = \varphi_r + 180^\circ$ とすれば、j 端の断面力が計算できる。式(2)をすべての部材について求め、各節点におけるつり合い条件式を作れば、変形量を未知数とする $4n$ 元の連立方程式 $\{S\}\{X\} = \{P\}$ が得られる。これより、すべての変形量 X は、与えられた支持条件のもとに、求めることができる。変形量 $\{X\}$ より材端の断面力は、通常行なわれている方法により、容易に計算される。ただし、断面応力度を求める場合、ねじりモーメントについては、St. Venant のねじりモーメント $M_{\xi s}$ と、二次ねじりモーメント $M_{\xi w}$ に分割して考える必要がある。それらは、次式より計算される。

$$M_{\xi sir} = \frac{GI_{Tr}}{l_r} (\theta_{\xi ir} - \theta_{\xi jr}) + M_{\xi sir}^0, \quad M_{\xi wir} = M_{\xi ir}^0 - M_{\xi sir}^0$$

表-1 係数 $k_1 \sim k_5$ 、 $g_1 \sim g_5$

$\times EI_r$						$\times EI_{Mr}$					
材端の境界条件	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	材端の境界条件	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5
	1/2	6	6	4	2		$2(\bar{\alpha}_r + \bar{\beta}_r) + \bar{\chi}_r^2$	$\bar{\alpha}_r + \bar{\beta}_r$	$\bar{\alpha}_r + \bar{\beta}_r$	$\bar{\beta}_r$	$\bar{\alpha}_r$
	3	0	3	0	0		$\bar{\gamma}_r + \bar{\chi}_r^2$	0	$\bar{\gamma}_r$	0	0
	3	3	0	3	0		$\bar{\gamma}_r + \bar{\chi}_r^2$	$\bar{\gamma}_r$	0	0	$\bar{\gamma}_r$

また部材中間における曲げモーメント、せん断力、ねじりモーメントは、材端の断面力と、中間荷重より、通常行なわれる方法で求められる。しかし、曲げねじりモーメントは、材端の断面力のみからは計算できず、材端の変形量も factor となり、 ξ 点における断面力は次式より求められる。

$$\begin{pmatrix} \theta_{\xi} \\ \rho \\ M_{\xi}/GI_{Tr} \\ M_{\omega}/GI_{Tr} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -\sinh(\lambda_r \xi)/\lambda_r & \xi - \sinh(\lambda_r \xi)/\lambda_r & 1 - \cosh(\lambda_r \xi) \\ 0 & \cosh(\lambda_r \xi) & \cosh(\lambda_r \xi) - 1 & \lambda_r \sinh(\lambda_r \xi) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \sinh(\lambda_r \xi)/\lambda_r & \sinh(\lambda_r \xi)/\lambda_r & \cosh(\lambda_r \xi) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_{\xi ir} \\ \rho_{ir} \\ M_{\xi ir}/GI_{Tr} \\ M_{\omega ir}/GI_{Tr} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \tilde{\theta}_{\xi} \\ \tilde{\rho} \\ \tilde{M}_{\xi} \\ \tilde{M}_{\omega} \end{pmatrix}$$

ここに、 $\tilde{\theta}_{\xi}$ 、 $\tilde{\rho}$ 、 $\tilde{M}_{\xi}$ 、 $\tilde{M}_{\omega}$ は中間荷重に対する補正項であり、おもなねじり荷重に対する値を表-3 (当日配布) に示す。