

有限要素法による板の解析

法政大学 正員 大地 羊三

大日本コンサルタント 正員 野村 國勝

1. まえびき

科学技術の発展に伴い構造解析分野においてもマトリックス構造解析法なるものが急速に発展して来た。この解析法の特徴は一般に構造物に加えられる外荷重とそれに対応して生ずる変位とを連立一次方程式として関係づけ処理する事にあると思われる。板の解析方法においてもここ数年マトリックス構造解析法の一つである有限要素法 (Finite Element Method) が広く紹介されて来た。

この解析法の特徴は板の形状、板厚の変化、荷重条件、境界条件、に対する処理が極簡単に取扱える事にあり従来の微分方程式法、差分方程式法等に比較して適用範囲が広いが反面解の精度が粗いという欠点を有している。本報告においては特に斜板を例にとりて実物模型による測定値と有限要素法による理論解値とを比較検討する事にした。

2. 有限要素法の基礎概念

一般に有限要素法に於て構造解析を行う場合、次の三つの過程を経る。

(1). 構造物の理想化

与えられた構造物を板の場合には三角形、四角形等に細分し、その各節点において互いに連結されている有限要素の集合体に理想化する事。

(2). 要素の特性を計算する事

理想化された構造物の要素について各要素の変形様式をある簡単な形に仮定して一次元梁の場合と同様に各節点力とそれに対応する節点変位との関係を求めて要素の剛性マトリックスを定義する。

$$F = S \cdot D \quad (F: \text{節点力}, S: \text{剛性マトリックス}, D: \text{変形})$$

(3). 各要素の再集合

(2)において求めた個々の要素の剛性マトリックスを節点のつながりを考慮して加え合わせ構造物全体の剛性マトリックス $[K]$ を作り各節点に作用する外力 $\{R\}$ と各節点の変形 $\{P\}$ との関係方程式 $\{R\} = [K] \cdot \{P\}$ より与えられた外力の $\{R\}$ に対する節点の変形量が $\{P\} = [K]^{-1} \cdot \{R\}$ として求める事ができる。

以上の三つの過程において次の三条件を同時に満足していなければならない。

a) 釣合条件 (各節点に作用する内力の和は節点に与えられた外力の和と釣り合っている。)

b) 適合条件 (各要素の変形はその接続する節点との幾何学的条件を満足している。)

c) 変形条件 (内力と内部変形はその要素の固有する物理的性質により関係づけられている。)

以上の過程に基づいて種々の解式が Adini, Tocher, Clough, Pian, Zienkiewicz 等により研究されている。有限要素法においては板をどのように理想化するか、又理想化された構造物の要素の変形様式をどのような式に仮定するか、が大きな問題となり多くの研究が為されている現状である。本報告に於ては比較的精度の高い Tocher の式にもとづいて計算を行い、簡単な構造物を解析して有限要素法の精度の問題を検討し、かつ斜板の解析を行ってその特性を明らかにした。(有限要素法の解式についての詳細な説明は各方面で広く紹介されておりここでは省略する。)

3. 解析結果

(1). 一端固定長方形板

図-1のような片持板の自由端に等分布線荷重 $w = 4 \text{ kg/cm}$ を載荷した時に図-2のような4つのモデルについて解を求め弾性論に求めた値と比較した。

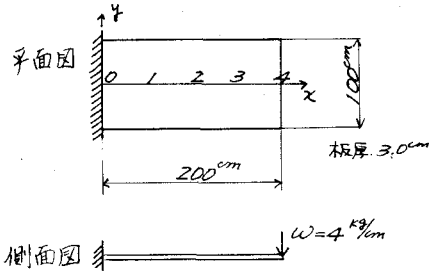
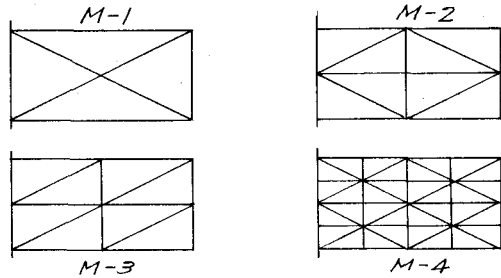


図-1



解の比較

図-2

たわみ cm

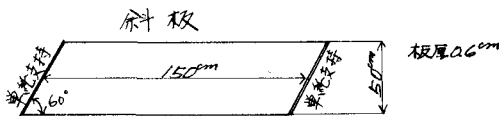
断面	M-1	M-2	M-3	M-4	弾性論
0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1				0.194	0.194
2	0.688	0.703	0.701	0.696	0.705
3				1.420	1.429
4	2.272	2.242	2.256	2.252	2.258

曲げモーメント $\text{kg}\cdot\text{cm}$

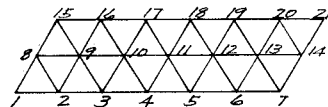
断面	M-1	M-2	M-3	M-4	弾性論
0	792	784	823	795	800
1				598	600
2	429	355	391	417	400
3				201	200
4	24	22	-12	7	0

(2). 斜板

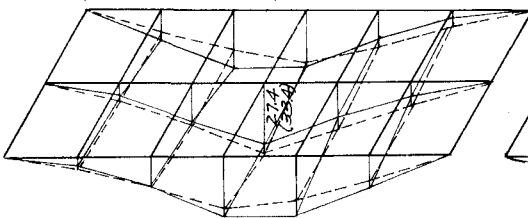
斜板については下図のような両端単純支持で斜角 60° の板について測定を行い、実測値と有限要素法による解析値とを比較した。断面の都合上、11 点に $P = 50 \text{ kg}$ 、載荷時のたわみ、曲げモーメント (M_x) のみ掲載した。



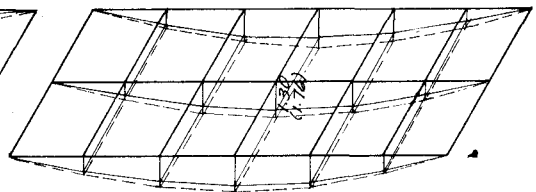
モデル



曲げモーメント図 (M_x) $\text{kg}\cdot\text{cm}$



タリミ図 cm



実線——測定値

実線-----有限要素法による解

他点に載荷した場合や、斜角 30° の場合等についての詳細な比較、検討は当日報告する予定である。