

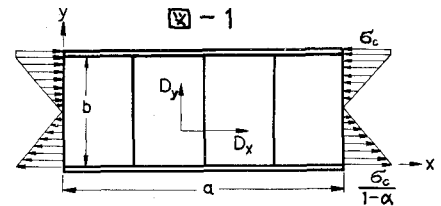
関西大学工学部 正会員 ○米 沢 博

関西大学工学部 正会員 三 上 市 蔵

関西大学工学部 正会員 赤 松 洋 一

純曲げを受けるプレート ガーダーの圧縮フランジのねじれ座屈あるいは水平曲げ座屈に関する研究は、極めて広範囲にわたって行なわれてきた。しかし上フランジは単一圧縮材として存在するのではなく、必ず腹板それと多くの場合補剛された腹板と接合している。したがって純粋にねじりあるいは水平曲げのみの座屈は不可能で、程度の差はあっても両者は連成して発生すると考えられる。さらにフランジが座屈すればほとんどの場合腹板も座屈すると考えられる。ここでは圧縮フランジのねじれ座屈、水平曲げ座屈および補剛された腹板の曲げ座屈が連成した場合を理論的に解析してみよう。

図-1に示すような純曲げを受けるプレート ガーダーにおいて、圧縮フランジは一樣な非弾性応力を受けるものとする。実際には腹板の一部にも非弾性応力が作用するわけであるが、解析を簡単にするため腹板部は弾性領域にあるものと仮定する。



座屈したときの上方フランジの微分方程式はつぎのようになる。

$$B_b \tau \frac{d^4 w_b}{dx^4} + F \sigma_c \frac{d^2 w_b}{dx^2} = \left[D_y \frac{\partial^3 w_p}{\partial y^3} + (4C_p + \nu_x D_y) \frac{\partial^3 w_p}{\partial x^2 \partial y} \right]_{y=b} \quad (1)$$

$$C_p \tau \frac{d^4 \phi_b}{dx^4} - (C_b \sqrt{\tau} - \sigma_c I_o) \frac{d^2 \phi_b}{dx^2} = -D_y \left(\frac{\partial^2 w_p}{\partial y^2} + \nu_x \frac{\partial^2 w_p}{\partial x^2} \right)_{y=b} \quad (2)$$

腹板部に対して

$$D_x \frac{\partial^4 w_p}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w_p}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w_p}{\partial y^4} = -\frac{\sigma_c h}{1-\alpha} \left(1 - \alpha \frac{y}{b} \right) \frac{\partial^2 w_p}{\partial x^2} \quad (3)$$

ただし w_b , ϕ_b , w_p はそれぞれ上フランジの水平たわみ、ねじれ角および腹板のたわみ； $\tau = (\sigma_y - \sigma_c) \sigma_c / (\sigma_y - \sigma_p) \sigma_p$ [σ_y : 降伏応力, σ_p : 比例限度]; B_b , C_p , C_b は上フランジの弾性限度内における曲げ剛さ, そり剛さおよび純ねじり剛さ； F , I_o , h は上フランジの断面積, 極2次モーメントおよび腹板厚である。非弾性域における弾性係数としては $E = E_T$ および $G = G_T$ を仮定する。

フランジの両端は単純支持, 腹板は引張フランジおよび $x = 0$, a にて単純支持と仮定し, 式(1), (2), (3) の解をつぎのように表わす。

$$w_b = \sum_{m=1}^{\infty} A_m \sin \frac{m\pi x}{a} \quad (4) \quad \phi_b = \sum_{m=1}^{\infty} A_m \sin \frac{m\pi x}{a} \quad (5)$$

$$w_p = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} a_n \left(\frac{y}{b} \right)^n \sin \frac{m\pi x}{a} \quad (6)$$

まず式(6)を式(3)へ代入し、さらに腹板の $y=0$ における境界条件を用いると定数 Q_n ($n \geq 4$)はすべて Q_1 と Q_3 で表わされることがわかる。そこで式(4), (5), (6), を $y=b$ における腹板と上フランジとの連続条件

$$w_p = w_b \quad (7) \quad \frac{\partial w_p}{\partial y} = \phi_b \quad (8)$$

に代入する。また式(4), (5), (6)をそれぞれ式(2), (3)へ代入し、以上4個の式の Q_1, Q_3, A_1, A_2 の係数行列式を0に等置すれば座屈荷重方程式がつぎのように得られる。

$$\begin{vmatrix} M_0 & 0 & M_p \lambda_{12} - \lambda_{14} & M_p \lambda_{22} - \lambda_{24} \\ 0 & N_0 & -N_p \lambda_{11} + \lambda_{13} & -N_p \lambda_{21} + \lambda_{23} \\ 1 & 0 & -\lambda_{11} & -\lambda_{21} \\ 0 & 1 & -\lambda_{12} & -\lambda_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} M_0 \lambda_{11} + M_p \lambda_{12} - \lambda_{14} & M_0 \lambda_{21} + M_p \lambda_{22} - \lambda_{24} \\ N_0 \lambda_{12} - N_p \lambda_{11} + \lambda_{13} & N_0 \lambda_{22} - N_p \lambda_{21} + \lambda_{23} \end{vmatrix} = 0 \quad (9)$$

ただし $M_0 = \frac{B_0 \tau}{b D_y} \left(\frac{m \pi b}{a} \right)^4 - \mu \frac{F}{b h}$, $\mu = \frac{G_c h b^2}{D_y} \left(\frac{m \pi b}{a} \right)^2$, $M_p = \frac{4 C_p + \lambda_x D_y}{D_y} \left(\frac{m \pi b}{a} \right)^2$,

$N_0 = \frac{C_F \tau}{b^3 D_y} \left(\frac{m \pi b}{a} \right)^4 + \frac{C_b \sqrt{\tau}}{b D_y} \left(\frac{m \pi b}{a} \right)^2 - \frac{I_0}{b^3 h} \mu$, $N_p = \lambda_x \left(\frac{m \pi b}{a} \right)^2$ であり

また $\lambda_{11} = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n$, $\lambda_{12} = \sum_{n=1}^{\infty} n \alpha_n$, $\lambda_{13} = \sum_{n=1}^{\infty} n(n-1) \alpha_n$, $\lambda_{14} = \sum_{n=1}^{\infty} n(n-1)(n-2) \alpha_n$, $\lambda_{21} = \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n$, $\lambda_{22} = \sum_{n=1}^{\infty} n \beta_n$, $\lambda_{23} = \sum_{n=1}^{\infty} n(n-1) \beta_n$, $\lambda_{24} = \sum_{n=1}^{\infty} n(n-1)(n-2) \beta_n$, $\alpha_1 = 1$, $\alpha_2 = 0$, $\alpha_3 = 0$, $\alpha_4 = 0$, $\alpha_5 = -B/120$, $\beta_1 = 0$, $\beta_2 = 0$, $\beta_3 = 1$, $\beta_4 = 0$, $\beta_5 = A/20$, $n \geq 6$ に対して $\delta_n = \alpha_n$ or β_n とおくと

$$\delta_n = \frac{A \delta_{n-2}}{n(n-1)} - \frac{B \delta_{n-4} + C \delta_{n-5}}{n(n-1)(n-2)(n-3)}, \quad A = 2 \kappa \sqrt{\frac{D_x}{D_y}} \left(\frac{m \pi b}{a} \right)^2, \quad B = \frac{D_x}{D_y} \left(\frac{m \pi b}{a} \right)^4 + \frac{n}{\alpha - 1}$$

$C = -\alpha \mu / (\alpha - 1)$ である。

式(9)を満足する σ_{cr} を求めればよいわけである。すなわち $\sigma_{cr} \leq \sigma_p$ の時は $\tau = 1$ として計算し、その間に根があれば弾性座屈であり、 $\sigma_y > \sigma_{cr} > \sigma_p$ に対してはそのままの τ を用いて計算し、その間に根が存在すれば非弾性座屈となる。

数値計算例を示すとつぎのようである。すなわちフランジ断面 210×20 , ウェブ断面 2000×8 のプレート ガーダーにおいて、 $B_b/b D_x \approx 1.50$, $C_b/b D_x \approx 2$, $F/b h \approx 0.25$, $I_0/F b^2 \approx 0.001$, $C_F/b D_x \approx 0$, $\alpha = 2$, $G_c h b^2/D_x \approx 750$, $m = 1$, $a/b = 1$ の場合について、無補剛の腹板すなわち $D_y/D_x = 1$ と $D_y/D_x = 50$ なる鉛直補剛材を有する腹板のときの座屈荷重を計算すると表のようになる。表の値から同一断面のプレート ガーダーでも腹板が無補剛のときは $\sigma_{cr} = 0.6201 \sigma_y$ で弾性座屈し、鉛直補剛材が加れると $\sigma_{cr} = 0.9593 \sigma_y$ にて塑性座屈することがわかる。

D_y/D_x	$H/\sqrt{D_x D_y}$	σ_{cr}/σ_y
1	1	0.6201
50	0.1414	0.9593

このようにして式(9)に対する計算を行なえば、上フランジの曲げねじり座屈と腹板の曲げ座屈が連成して生ずる場合の座屈荷重が弾性域、非弾性域にわたって決定でき、かつそれに対する上フランジの曲げ剛さ、ねじり剛さおよび腹板の補剛材の影響を考察することができる。