

信州大学 正員 ○草間 孝志

名古屋大学 正員 福本 孝士

名古屋大学 正員 成岡 昌夫

1 まえがき 構造物の設計に際して、その構造物が外力の増加とともに、どのような過程で、いかに荷重になったとき最大荷重に達するかということと同時に、最大荷重に達した後の耐力の低下も、安全率の選定に関連して重要な問題である。一般に曲げと軸力（圧縮）とを同時にうける部材は、曲げのみをうける部材の場合と異なり、最大荷重後の耐力低下がいちじるしいことが予想されるが、鋼材のもつひずみ硬化の性質を考えると、この耐力低下はある程度緩和されるものと考えられる。そこで、本研究は、等偏心圧縮をうける長方形断面柱と工形断面柱について、荷重と変形との関係、ならびにひずみ硬化の影響を検討しようとしたものである。

計算にあたっては次の仮定を設けた。

- 1) 部材の応力-ひずみ曲線は図-1に倣うものとする。
- 2) 変形は作用する曲げモーメントの面内にとみずする。
- 3) 部材の断面は変形後も平面が保たれる。
- 4) せん断力の影響は考へない。
- 5) 部材がすでにうけた履歴は考へない。
- 6) 残留応力の影響は考へない。

2 荷重-変形曲線の数値計算

軸力 P と曲げモーメント M とをうけるある断面の垂直応力度分布の状態は、弾性、塑性、ひずみ硬化の各種組合わせによって表わされ、これらの状態に対するつり合い条件式は、次式で示される。

$$P = \int_A b \sigma u du, \quad M = \int_A b \sigma u du \quad (1)$$

上式を計算すると、各種の垂直応力度分布状態に対する $M-P$ 曲線、ならびに M 、 P とひずみ分布の関係が得られる。一方、部材の長さ L を n 等分した要素の長さを l とし、分割点を左端より順次、 $0, 1, 2, \dots, n-1, n$ とする。図-2は変形した i 番目の要素を図示したものである。この要素のたわみ曲線を円弧と仮定し、図示の記号を用いると、 i 点と $i+1$ 点との間には次式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} \theta_{i+1} &= \theta_i - \phi_i l, & y_{i+1} &= y_i + \frac{l}{\phi_i} (\cos \theta_{i+1} - \cos \theta_i) \\ \phi_i \text{ が非常に小さい場合には} & & y_{i+1} &= y_i + l \left[\left(1 - \frac{(\phi_i l)^2}{12} + \frac{(\phi_i l)^4}{15} - \dots \right) \sin \theta_i \right. \\ & & & \left. - \left(\frac{\phi_i l}{12} - \frac{(\phi_i l)^3}{14} + \dots \right) \cos \theta_i \right] \\ i, i+1 \text{ 間の水平距離 } x_{i+1} & \text{ は } & x_{i+1} &= \frac{l}{\phi_i} (\sin \theta_i - \sin \theta_{i+1}) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

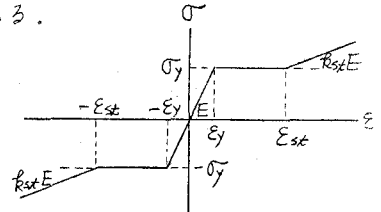


図-1

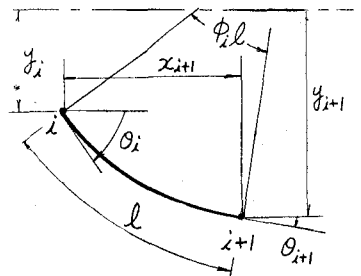


図-2

$$\phi_i \text{が非常に小さい場合には } x_{i+1} = l \left[\left(1 - \frac{(\phi_i l)^2}{12} + \frac{(\phi_i l)^4}{15} - \dots \right) \cos \theta_i \right. \\ \left. + \left(\frac{\phi_i l}{12} - \frac{(\phi_i l)^3}{14} + \dots \right) \sin \theta_i \right]$$

$i, i+1$ 間の部材の縮み Δl_{i+1} は $\Delta l_{i+1} = l \varepsilon_q$ (ε_q : 圆心のひずみ)

$i+1$ 稜のモーメント

$$M_{i+1} = M_i + P(y_{i+1} - y_i) + Q_i \cdot x_{i+1}$$

式(2)は i 稜の変形と断面力より $i+1$ 稜の変形と断面力を求める式である。図-3に示すように、両端にモーメントと軸力をうけ、両端の相対変位 δ が既知なはりを考える。端モーメント M_A, M_B は偏心によるモーメントを含むものとする。部材の縮みは L に比し微小であるから、 Q_A, Q_B はモーメントのつり合いより $Q_A = Q_B = (M_A + M_B + P\delta)/L$ より求められる。もし、部材の縮みの Q_A, Q_B に与える影響をも考慮したいときには、上式によって得られる Q_A, Q_B を近似値としておけばよい。図-3の場合の荷重-変形曲線を求めるためには、まず、A稜の θ_A を与え、軸力 P を仮定する。この P と M_A の値によって、A稜の垂直応力度状態と曲率 ϕ_A が式

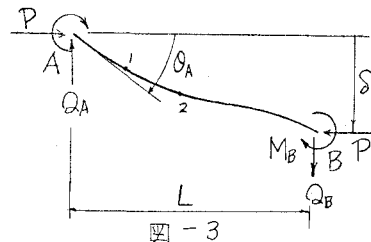


図-3

(1)より試算法によって決定することができる。A稜における θ は θ_A であることを考慮し、 ϕ_A を用いて式(2)を計算すると、1稜の θ_1, y_1, M_1 が求められる。 M_1 が求まると、式(1)より ϕ_1 が得られ、次の区間に進むと、さきと同様にして、 θ_2, y_2, M_2 が求まる(先1の区間より先2の区間に進む前に ϕ の値を $(\phi_A + \phi_1)/2$ を用いて計算を再び繰り返すと、さらによい結果が得られる)。このようにして順次計算を行なっていくと、最後に n 稜すなわちB稜のたわみ y_n が求められる。そして、この y_n が最初に与えた δ に一致しない場合には、軸力 P を仮定しなおして、再びA稜より計算を繰り返す。 y_n がある誤差範囲内で δ に一致するまで行なう。このようにして得られた P の値がA稜の回転角 θ_A 、A B稜の相対変位 δ の状態に釣り合う荷重である。A B間の見かけの縮み Δ は部材の曲がりによる縮み Δ_f とひずみによる縮み Δ_c との和で与えられる。

$$\Delta = \Delta_f + \Delta_c$$

$$\text{ここに、 } \Delta_f = L - \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\Delta_c = \sum_{i=1}^n \Delta l_i$$

さらに、部材の変形のみならず、式(1)によって得られる M, P と断面内のひずみ分布より、荷重と塑性域とひずみ硬化域のひろがりを求めることができる。この方法による数値計算の精度を検討するため、産屈後の弾性変形を取り扱った大たわみ理論によるElasticaの問題に適用すると、図-4を得る。図中の実線は厳密解であり、プロットした稜は、材長を5等分して計算した場合である。かなり大きな変形(プロットの最大値は $\theta = 176^\circ$)まで、比較よく合うことが分かった。そこで、以下等偏心圧縮柱に対し、材長の $1/2$ を5等分して計算を行なった。

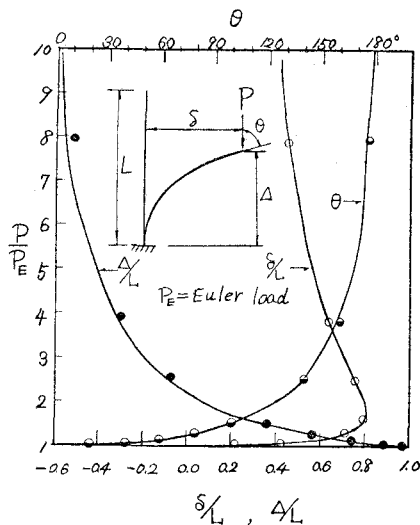


図-4

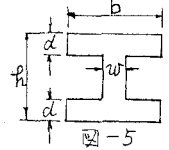
3 等偏心圧縮柱の弾性安定線と塑性崩壊線 前述の方法は荷重-変形性状を正確に求めることができるが、その一般的傾向を知るためには、弾性安定線と塑性崩壊線によるのが便利である。等偏心圧縮柱の場合核半径 s と R を用いて無次元化すると、弾性安定線は次のように得られる。

$$\frac{P}{P_y} = \frac{\pi^2}{\epsilon_y \lambda^2} \frac{\frac{y_m}{s}}{\frac{4}{\pi} \frac{e}{s} + \frac{y_m}{s}}, \quad \frac{P}{P_y} = \frac{\pi^2}{\epsilon_y \lambda^2} \frac{O_0}{\frac{4e}{L} + O_0}, \quad \frac{P}{P_y} = \frac{1}{\epsilon_y} \frac{\Delta}{L}$$

ここに、 λ = 細長比、 e = 偏心量、 y_m = 中央負のたわみ、 O_0 = 材端回転角、 Δ = 材の縮みである。

次に、材料を剛-ひずみ硬化性と仮定して、 $M-\phi-P$ 曲線を求め、等偏心圧縮柱に適用すると、ひずみ硬化を考慮したときの塑性崩壊線を求めることができる。図-5の記号を用い、

$$K = 1 - 2 \frac{d}{h}, \quad R_j = (1 - \frac{2d}{b}) K^j, \quad j = 1, 2, 3, \quad f = \frac{3}{2} \frac{1 - R_3}{1 - R_3}$$



とあき、たわみ曲線を $y = y_m \cdot \sin(\pi x/L)$ と仮定すると、塑性崩壊線は

a) ウェブ内に中立軸がある場合 ($P/P_y < \frac{K}{1-R_1} \gamma_1$) b) フランジ内に中立軸がある場合 ($P/P_y > \frac{K}{1-R_1} \gamma_1$)

$$\frac{P}{P_y} = \frac{2\gamma_1}{K} \left[-\gamma_1 \delta + \sqrt{\gamma_1^2 \delta^2 + K \left(f + \frac{R_{st} \pi^2}{\epsilon_y \lambda^2} \frac{y_m}{s} \right)} \right]$$

$$\frac{P}{P_y} = \frac{1}{(1-R_1)^2} \left[-\zeta + \sqrt{\zeta^2 + (1-R_1)^2 \left(\gamma_2 \gamma - R_3^2 \right)} \right]$$

$$\text{ここに } \delta = \frac{e}{s} + \frac{y_m}{s}, \quad \gamma_1 = 1 - \frac{R_1}{K} + (1-R_1) \frac{R_{st} \pi^2}{\epsilon_y \lambda^2} \frac{y_m}{s},$$

$$\text{ここに, } \gamma_2 = \left\{ 1 + R_{st}(1-R_1) \frac{\pi^2}{\epsilon_y \lambda^2} \frac{y_m}{s} \right\}^2$$

$$K = \frac{6(1-R_1)(1-R_1)^2}{1-R_3} \quad \text{である。}$$

$$\gamma = 1 + \frac{2}{3}(1-R_3) \frac{R_{st} \pi^2}{\epsilon_y \lambda^2} \frac{y_m}{s}, \quad \zeta = R_1(1-R_1) + \frac{1}{3}(1-R_3) \gamma_2 \delta$$

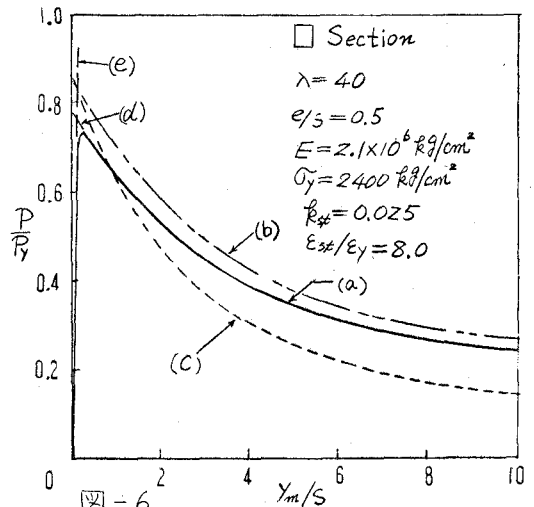
となる。そして、材端回転角 O_0 、曲がりによる見かけの縮み Δ_f 、ひずみによる縮み Δ_c は、

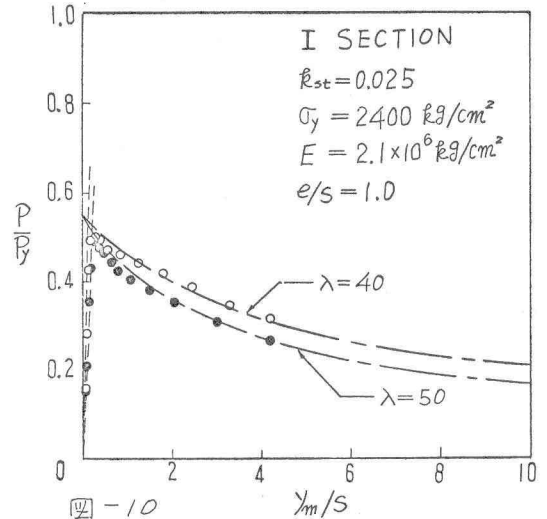
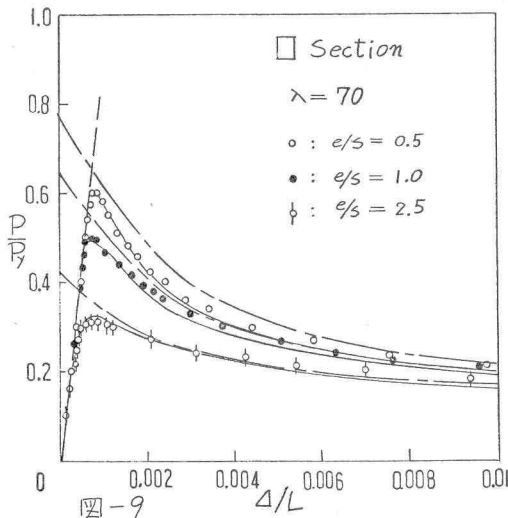
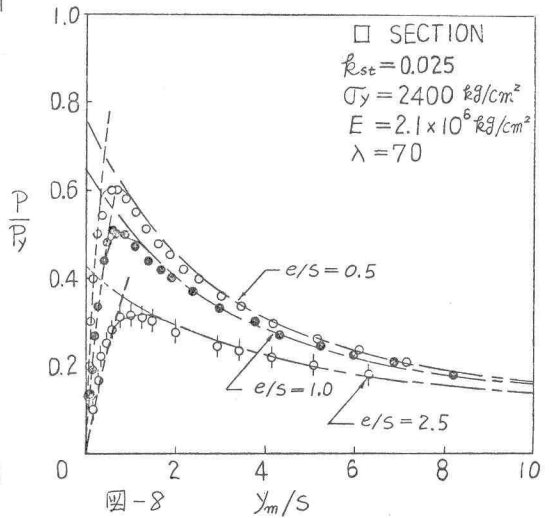
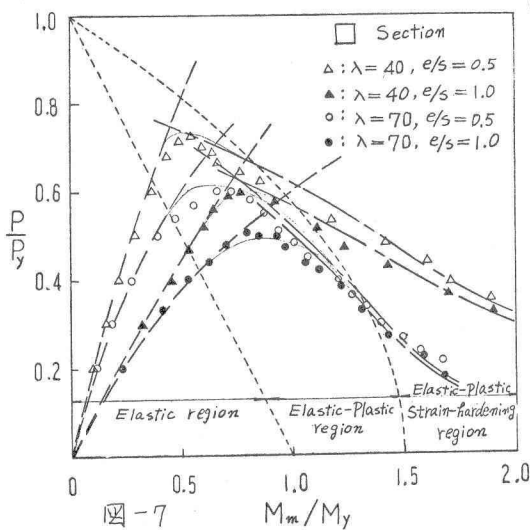
$$O_0 = \frac{\pi s}{L} \frac{y_m}{s}, \quad \Delta_f = \frac{1}{2} \int_0^L \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 dx = \frac{\pi^2}{4} \left(\frac{s}{L} \right)^2 \left(\frac{y_m}{s} \right)^2, \quad \Delta_c = (\epsilon_y)_m L = \frac{\pi^2}{\lambda^2} \frac{\frac{y_m}{s} \frac{P}{P_y}}{1 + \frac{R_{st} \pi^2}{\epsilon_y \lambda^2} \frac{y_m}{s}}$$

より、 y_m/s を媒介変数として、それぞれ求めることができる。図-6は計算結果の一例である。曲線 (a) は式 (2) を用いて計算したものであり、(e) は弾性安定線、(b) は塑性崩壊線でひずみ硬化を考慮したもの、(c) は塑性崩壊線でひずみ硬化を無視したものである。図より明らかなように、一般に上限値を示すと言われていた (c) 曲線は、かならずしも上限値を示すものではない。ひずみ硬化を考慮した (b) 曲線は明らかに上限値を示すものであり、さらに、(a) と (b) の曲線が同じ傾向を示していることは興味深い。曲線 (a) は曲線 (b) の P/P_y に a_0 を乗じたものであって、ほとんど精解に近い。

4 実験ならびに考察 実験に用いた材料は SS 41 であり、試験の結果、 $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ 、 $\sigma_y = 2400 \text{ kg/cm}^2$ 、 $E_{st}/E_y = 8.0$ 、 $R_{st} = 0.025$ を得た。実験は長方形断面 (25×50) と工形断面 ($b=25$, $R=25$, $d=5$, $w=3$) の2種類に対し

□断面は弱軸に、工断面は強軸に偏心を与えて行なった。なお、材端にはローラー支承を用いた (写真-1)。実験結果の一部を図-7~10に示した。





図中の鎖線は弾性安定線であり、一長鎖線はひずみ硬化を考慮したときの塑性崩壊線の P/P_y に 0.9 を乗じたものを示してある。

等偏心圧縮をうける柱に対し、結論として次のことが云える。

- 1) SS41 クラスの材料で、細長比が約 20 より大きな場合には、最大荷重にひずみ硬化の影響はない。
- 2) 細長比の小さい部材ほど、最大荷重後ひずみ硬化の影響が早くあらわれ、後って、荷重の低減が少ない。
- 3) 最大荷重後の荷重変形性状は、ひずみ硬化を考慮した塑性崩壊線によって得られる荷重に 0.9 を乗じると、比較的よく一致する。

4) 部材の見かけの縮みは最大荷重を過ぎると急激に増大する。これは部材の曲がりによる縮みが増大するためであって、これに比し、ひずみによる縮みの増加は小さい。本研究は、草間が文部省内地研究員として、名古屋大学成岡教授、福本助教授に師指導を戴いたものの一部である。

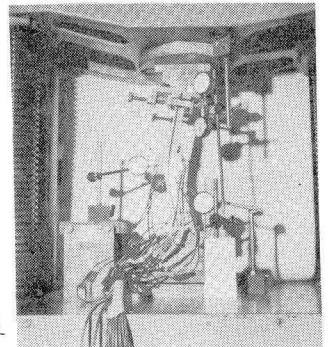


写真 - 1