

京大 正員 小西 一郎

” ” 白石 成人

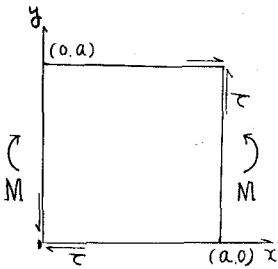
” ” 〇 浜田 敬之介

§1. まえがき

プレートガーダーなどの板構造物を対象としてその後座屈域での挙動を解析し、その耐荷力について考察することは、腹板厚を薄くしようとすると最近の傾向とあいまって重要なことであると思われる。ここでは、後座屈域での耐荷力を考察する一方法として従来より多く用いられている腹板の周辺に適當な境界条件を仮定し、Karmanの方程式によつて解析する方法によつた。^(1,2)

著者はさきにも述べたせん断力を受ける正方形板⁽²⁾、続いて面内曲げモーメントを受ける正方形板⁽³⁾に関してこの方法を適用して耐荷力についての解析をおこなつたが、ここでは腹板に外力が作用する場合のもつと一般的な応力状態と考えられる面内曲げモーメントとせん断力を同時に受ける正方形板を想定して後座屈域での挙動を解析しようとしたものである。

§2. 基本方程式の誘導



図に示すように面内曲げモーメント M とせん断力 V とを同時に受ける正方形板の挙動を次の Karman の方程式 (1), (2), によつて解析する。厳密解を見出すことは困難であるので近似解として 2重フーリエ級数を仮定してその係数に関する代数方程式を誘導する。^(1,2)

$$\nabla^4 F = E \left\{ \left(\frac{\partial W}{\partial x} \right)^2 - \frac{\partial W}{\partial x^2} \frac{\partial W}{\partial y^2} \right\} \quad \text{--- (1)}$$

$$\nabla^4 W = \frac{h}{D} \left\{ \frac{\partial W}{\partial x^2} \frac{\partial F}{\partial y^2} + \frac{\partial W}{\partial y^2} \frac{\partial F}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial W}{\partial x \partial y} \frac{\partial F}{\partial x \partial y} \right\} \quad \text{--- (2)}$$

ここで W : z 軸方向のたわみ F : xy の外力関数 E : ヤング率

V : ボアソン比 D : 板剛度 h : 板厚

次に境界条件として周辺単純支持とすると

$$\left. \begin{aligned} W = \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} = 0 & \quad \text{along } x=0, x=a \\ W = \nu \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} = 0 & \quad \text{along } y=0, y=a \end{aligned} \right\} \text{--- (3)}$$

面内曲げモーメントとせん断力を同時に受ける正方形板の周辺における応力の満足すべき条件として次式を仮定する。

$$\left. \begin{aligned} M = -h \int_0^a y \sigma_x dy & \quad \text{along } x=0, x=a \\ \int_0^a \sigma_y dx = 0 & \quad \text{along } y=0, y=a \\ \frac{\partial F}{\partial x \partial y} = -\tau & \quad \text{all boundaries} \end{aligned} \right\} \text{--- (4)}$$

いま(6)式の条件を満足するため変型 \$W\$ として次の 2 重級数を仮定する。

$$W = h \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{a}$$

(6)式では項数が無数にあるので実際には、項数をいかにとるかが重要問題である。ここでは決めるように考えて項数を 7 項までとった。いま \$W\$ の型は外力としてのパラメータ \$M\$ としてによって決まるがその型を想定することはあつかいのように思われる。そこで、\$M=0\$ のときのたわみ型 \$W_0\$ として仮定式であたえられる。²⁾

$$W_0 = h \left(\sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{a} + \sin \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{2\pi y}{a} + \sin \frac{3\pi x}{a} \sin \frac{3\pi y}{a} + \sin \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{2\pi y}{a} + \sin \frac{3\pi x}{a} \sin \frac{3\pi y}{a} + \sin \frac{3\pi x}{a} \sin \frac{3\pi y}{a} \right) \dots (6)$$

次に \$\tau=0\$ ときのたわみ型 \$W_H\$ としては、次式があたえられる。³⁾

$$W_H = h \sin \frac{2\pi x}{a} \left(\sin \frac{\pi y}{a} + \sin \frac{2\pi y}{a} + \sin \frac{3\pi y}{a} \right) \dots (7)$$

(6)式と(7)式を加えた次の(5)を面内角ゲージとせん断力と同時に受ける正方形板のたわみ型 \$W\$ と仮定した。

$$W = h \left\{ \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{a} + \sin \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{2\pi y}{a} + \sin \frac{3\pi x}{a} \sin \frac{3\pi y}{a} + \sin \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{2\pi y}{a} + \sin \frac{3\pi x}{a} \sin \frac{3\pi y}{a} + \sin \frac{2\pi x}{a} \left(\sin \frac{\pi y}{a} + \sin \frac{2\pi y}{a} + \sin \frac{3\pi y}{a} \right) \right\} \dots (8)$$

(5)を(1)式に代入して(4)式を満足するように \$F\$ を次のように決める。

$$F = -\frac{2M}{a^2 h} \left(y - \frac{a}{2} \right) - \tau xy + E h^2 \sum_{p=0,1} \sum_{q=0,1} \Phi_{pq} \cos \frac{p\pi x}{a} \cos \frac{q\pi y}{a} \dots (9)$$

\$= 2\tau \cdot \Phi_{pq} \cdot A_{mn}\$ に関する 2 次式。

(5)式と(8)式を(2)式に代入して Galerkin の方法によって \$A_{mn}\$ を求める。

$$\int_0^a \int_0^a \left\{ \nabla^4 W - \frac{h}{D} \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \right) \right\} \sin \frac{r\pi x}{a} \sin \frac{s\pi y}{a} dx dy = 0 \dots (10)$$

(\$r=1,2,3 \quad s=1,2,3\$)

(10)式を計算して整理すると次の基本方程式がえられる。

$$\frac{(r^2+s^2)^2}{4} \pi^4 A_{rs} - \frac{M}{D} r^2 \sum_{n=1}^3 \frac{12MS}{(n^2-s^2)^2} [(H)^{ns} - 1] A_{rn} - \frac{h a^2 \tau}{D} \sum_{m=1}^3 \sum_{n=1}^3 \frac{2m \times r \times s}{(m^2+r^2 \times n^2-s^2)^2} [(H)^{mr} - 1][(H)^{ns} - 1] A_{mn} - \frac{3}{4} \cdot \frac{\pi^4}{(1-\nu^2)} \sum_{m=1}^3 \sum_{n=1}^3 \left\{ -(nr+ms)^2 \left[\Phi_{mnr, n-s} + \Phi_{m-r, n-s} + \Phi_{mrs, s-n} + \Phi_{r-m, s-n} \right] + (nr-ms)^2 \left[\Phi_{rnm, nrs} + \Phi_{m-r, s-n} + \Phi_{m-r, n-s} + \Phi_{r-m, s-n} + \Phi_{r-m, n-s} \right] \right\} A_{mn} = 0 \dots (11)$$

(11)式は係数 \$A_{mn}\$ に関する 1 次と 3 次の項のみよりなる代数方程式になる。たがみ(5)式と仮定して(10)式による \$\tau\$ と \$s\$ だけの \$A_{mn}\$ に関する 7 元 3 次の連立方程式の数値解を求めて耐荷力について解析をおこなうことは発表当日報告する予定である。

参考文献

- 1) N.YAMAKI, "Postbuckling Behavior of Rectangular plates with small Initial Curvature Loaded in Edge Compression" Journal of Applied Mechanics 1959
- 2) 小西, 白石, 渡辺 "腹板の耐荷力に関する一考察" 土木学会論文集 136号 (S40.12月)
- 3) 小西, 白石, 須田 "後座屈域における腹板の耐荷力に関する 2,3 の基礎的研究" 関西支部講演会 (S43.5月)