I－29　　プレートガーダー腹板の座屈後の挙動について

大阪大学工学部　正員　小松定夫

1．まえがき

近年，K. Basler, Ch. Massonnet, P.B. Cooper, K.C. Rockey, M. Skaloud，関西橋梁鉄骨溶接研究会や小西一郎，米沢博，三上市蔵，奥村敏恵，西野文雄の諸先生方により，プレートガーダーの耐荷力に関する実験が実施され，注目を浴びるに至った。これらの実験結果から，プレートガーダーは腹板の座屈後も，かなりの耐荷性能を発揮できることが実証された。これは腹板の座屈した部分が，フランジや補剛材の近隣にあるまだ座屈していない部分に拘束されるため，2次的な膜応力が発生しそれが座屈後の腹板の安定性に寄与するためだと考えられている。従って腹板の座屈時の荷重がプレートガーダー全体の極限荷重だとはいえないのである。最近，高強度の鋼材がプレートガーダーに用いられるようになったが，そのような場合ますます座屈荷重と真の極限荷重の差が著しくなるものと考えられる。それで腹板座屈後の腹板自身の挙動ならびに，それがプレートガーダー全体の力学的性状に及ぼす影響を明確にして，座屈後の余剰強度を考慮に入れたより合理的な設計概念を確立することが期待されていいのではないかと考える。

そこで，腹板座屈後の中立面の伸びを考慮に入れ，腹板の膜作用と周辺の骨組との相関性について実際的な仮定を設けて，非線形弾性問題として理論的に座屈後の応力分布ならびに変形が荷重の増加に伴い，どのように変化するかを調べるのが，本研究の目的である。

2．基礎方程式

腹板座屈後のプレートガーダーの力学的性状を正確に究明するには，腹板の挙動を追跡してゆくことが基本的な重要なことである。そこで初期たわみを有する板に関するKarmanの有限変位理論の基礎方程式を忠実に解析することとする。すなわち図1に示すように，腹板パネルの両端断面に曲げモーメントとせん断力を受けるために生ずる腹板のたわみ　$w(x,y)$　と板面内膜応力に関する応力関数 $\Phi(x,y)$　について次の非線形連立方程式が成立つ。

$$\Delta\Delta w = \frac{t}{D}\left\{\Phi_{yy}(w+\bar{w})_{xx} + \Phi_{xx}(w+\bar{w})_{yy} - 2\Phi_{xy}(w+\bar{w})_{xy}\right\} \tag{1}$$

$$\Delta\Delta \Phi = E\left\{w_{xy}^2 - w_{xx}w_{yy} + 2w_{xy}\bar{w}_{xy} - \bar{w}_{xx}w_{yy} - w_{xx}\bar{w}_{yy}\right\} \tag{2}$$

ここに $\bar{w}(x,y)$ は初期たわみで既知とする。Dは板剛度，tは腹板厚である。

この方程式の摂動解を次式で与える。

$$\Phi = \Phi_0 + \lambda^2\Phi_2 + \cdots,\quad w = \lambda w_1 + \lambda^3 w_3 + \cdots,\quad \bar{w} = \lambda\bar{w}_1 \tag{3}$$

解(3)を方程式(1),(2)に代入して，λの同じべきの項を相等しいとおけば

λの項：
$$\Delta\Delta w_1 = \frac{t}{D}\left\{\Phi_{0,yy}(w_1+\bar{w}_1)_{xx} + \Phi_{0,xx}(w_1+\bar{w}_1)_{yy} - 2\Phi_{0,xy}(w_1+\bar{w}_1)_{xy}\right\} \tag{4}$$

λ^2の項：
$$\Delta\Delta \Phi_2 = E\left\{w_{1,xy}^2 - w_{1,xx}w_{1,yy} + 2w_{1,xy}\bar{w}_{1,xy} - \bar{w}_{1,xx}w_{1,yy} - w_{1,xx}\bar{w}_{1,yy}\right\} \tag{5}$$

λ^3の項：
$$\Delta\Delta w_3 = \frac{t}{D}\left\{\Phi_{0,yy}w_{3,xx} + \Phi_{2,yy}(w_1+\bar{w}_1)_{xx} + \Phi_{0,xx}w_{3,yy} + \Phi_{2,xx}(w_1+\bar{w}_1)_{yy} - 2\Phi_{0,xy}w_{3,xy} - 2\Phi_{2,xy}(w_1+\bar{w}_1)_{xy}\right\} \tag{6}$$

方程式(4), (5), (6)は線形方程式であるから、ディジタル計算機による数値計算が容易である。

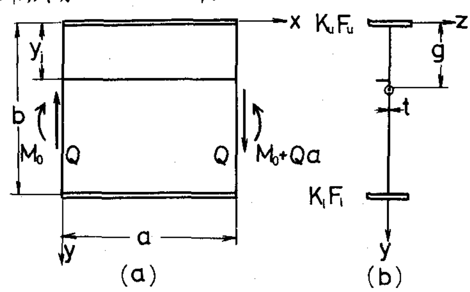
3. 腹板応力と応力函数

腹板に生ずる膜応力の3成分は

$$\left.\begin{aligned} \sigma_x &= \sigma_{x,0} + \lambda^2 \sigma_{x,2}, \quad \sigma_y = \sigma_{y,0} + \lambda^2 \sigma_{y,0} \\ \tau &= \tau_0 + \lambda^2 \tau \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

で表わす。ここに添字0を付した応力

$$\sigma_{x,0} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2}, \quad \sigma_{y,0} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}, \quad \tau_0 = -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \qquad (8)$$



図－1

は工学的曲げ理論によるもので以下これに準ずる。

従って応力函数Φ_0は容易に次式によって与えられる。

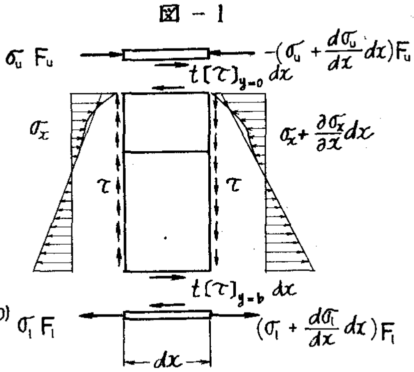
$$\Phi_0 = \frac{M(x)}{It}\left[\frac{t}{6}y^3 - \frac{gt}{2}y^2 + \left(bgt - \frac{b^2t}{2} - S_l\right)y\right] \qquad (9)$$

ここにIは桁の断面2次モーメント、gは重心位置、

S_lは下フランジの断面1次モーメント

そこで式(9)を方程式(4)に代入すれば

$$\Delta\Delta w_1 = \frac{t}{D}\left\{\frac{M(x)}{I}(y-g)(w_1+\bar{w}_1)_{xx} + 2\frac{QS}{It}(w_1+\bar{w}_1)_{xy}\right\} \qquad (10)$$



図－2

4. 解 $w_1(x, y)$

境界条件を満足する方程式(4)の解は $\quad w_1(x,y) = \sum_m \sum_n A_{mn} \sin\frac{m\pi x}{a} \cdot g_n(y) \qquad (11)$

ここに $\quad g_n(y) = \prod_j (y - y_j)(B_n y^{n+2} + C_n y^{n+1} + D_n y^n) \quad (n = 1, 2, \cdots)$

境界条件として

$y = 0$ において $\quad w_1(x, 0) = 0 \quad -D\left(\frac{\partial^2 w_1}{\partial y^2} - \nu\frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2}\right) = K_u \frac{\partial^3 w_1}{\partial x^2 \partial y} \qquad (12)$

$y = b$ において $\quad w_1(x, b) = 0 \quad D\left(\frac{\partial^2 w_1}{\partial y^2} - \nu\frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2}\right) = K_l \frac{\partial^3 w_1}{\partial x^2 \partial y} \qquad (13)$

ここにK_u, K_lは上,下フランジのねじり剛性

$y = y_j$ において $\quad w_1(x, y_j) = 0 \qquad (14)$

を満足するように、係数B_n, C_n, D_nが決定できる。

初期たわみについては、同様に $\quad \bar{w}_1(x,y) = \sum_m \sum_n B_{mn} \sin\frac{m\pi x}{a}\, g_n(y) \qquad (15)$

解(11)と式(15)を方程式(10)に代入して、与えられたB_{mn}に対し多元連立1次方程式の解として、A_{mn}を決定できる。

5. 断面力と応力の関係

図2のようにパネルの両端断面に応力が作用するとき、断面力と応力の関係は

$$\left.\begin{aligned} &\sigma_u F_u + \sigma_l F_l + t\int_0^b \sigma_x\,dy = 0, \qquad \sigma_u F_u g + \sigma_l F_l (b-g) + t\int_0^b \sigma_x (y-g)\,dy = M \\ &t\int_0^b \tau\,dy = Q \end{aligned}\right\} \qquad (16)$$

上,下フランジ応力σ_u, σ_lについても、$\sigma_u = \sigma_{u,0} + \lambda^2 \sigma_{u,2}$, $\quad \sigma_l = \sigma_{l,0} + \lambda^2 \sigma_{l,2} \quad (17)$ と考える。

すると、
$$\left.\begin{aligned} &\sigma_{u,2} F_u + \sigma_{l,2} F_l + t\int_0^b \sigma_{x,2}\,dy = 0, \qquad -\sigma_{u,2} F_u g + \sigma_{l,2} F_l (b-g) + t\int_0^b \sigma_{x,2}(y-g)\,dy = 0 \\ &\int_0^b \tau_{xy,2}\,dy = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (18)$$

以下紙面の都合上講演時に御説明申し上げる。