

九州大学 工学部 正員 山崎徳也

" " 学生員 石川信隆

" " " 〇松隈秀信

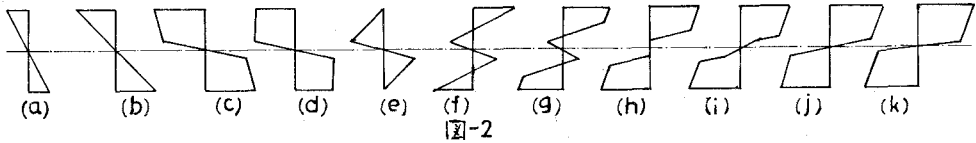
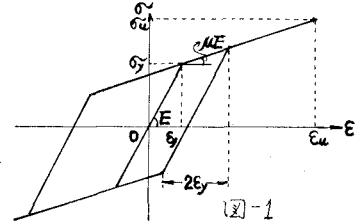
1. 緒言

弾性限度を越えたくり返し移動荷重による不静定はりのたわみ安定性に関する既往の報告としては、福本・吉田氏の崩壊メカニズムによる変形硬化荷重を求めたものおよび収束たわみに関する理論的実験的研究が挙げられるが、いずれの研究も歪硬化の影響を無視している。

本研究は上記研究とはその概念および手法を異にするもので、まずくり返し荷重の場合に慣用のBilinear型の応力-歪関係を⁽³⁾用いて厳密 M-φ 関係式を求め、次いでエネルギー等置条件よりBilinear型の近似 M-φ 関係式を誘導し、さらにφ-法公式を用いてくり返し移動荷重を受ける連続はりの弾塑性解析を確立するとともに、初期降伏時より最終崩壊時に至る全過程のたわみ性状を解明せんとするものである。

2. 近似 M-φ 関係式の誘導

応力-歪関係を図-1のごとくBilinear型のモデルに仮定すれば、くり返し曲げモーメントを受ける矩形断面に生ずる応力分布は図-2のごとくなり、これらの応力分布を用うれば曲げモーメント M と曲率 φ との関係式がそれぞれ次のごとく求められる。



(1) 負荷 (i) 弾性範囲 (図-2(a)~(b))

$$M/M_y = \phi/\phi_y, \quad 0 \leq \phi/\phi_y \leq 1 \quad \text{----- (1)}$$

ここに、 M_y, ϕ_y : 初期降伏時の曲げモーメントおよび曲率

(ii) 弾塑性範囲 (図-2(c))

$$M/M_y = \{3 - (\phi/\phi_y)^2\}/2 + \{\phi/\phi_y + \phi_y/2\phi^2 - 3/2\}\mu, \quad 1 \leq \phi/\phi_y \leq \phi_u/\phi_y \quad \text{----- (2)}$$

ここに、 μ : 局部座屈としての限界歪 ϵ_{qr} に基づく限界曲率

(2) 除荷 (i) 図-2(d)~(f)

$$M/M_y = [3 - \{2\phi/\phi_y + (\phi/\phi_y)^2\} + 2\phi/\phi_y]/2 + \{\phi/\phi_y + \phi_y/2\phi^2 - 3/2\}\mu, \quad \phi/\phi_y - 2 \leq \phi/\phi_y \leq \phi_u/\phi_y \quad \text{----- (3)}$$

ここに、 ϕ_0 : 除荷直前時の曲率

(ii) 図-2(g)~(j)

$$M/M_y = \{-3 - (\phi/\phi_y)^2 + 8\phi_y/(\phi - \phi_y)^2 + \{\phi/\phi_y + \phi_y/2\phi^2 + 3/2 - 4\phi_y/(\phi - \phi_y)\}\mu, \quad -\phi_0/\phi_y \leq \phi/\phi_y \leq \phi_u/\phi_y - 2 \quad \text{----- (4)}$$

(iii) 図-2(k)

$$M/M_y = -\{3 - (\phi/\phi_y)^2\}/2 - \{\phi/\phi_y + \phi_y/2\phi^2 - 3/2\}\mu, \quad -\phi_u/\phi_y \leq \phi/\phi_y \leq -\phi_0/\phi_y \quad \text{----- (5)}$$

式(1)~式(5)より M-φ 関係は μ をパラメータとして図-3のごとく表わされる。

しかし、以上の厳密 M-φ 曲線は以後の解析を極めて煩雑ならしめるゆえ、ここでは図-4のごと

く塑性域のM-φ曲線をABおよびBCの2本の直線で近似することとする。

ここで、未知のM-φ近似直線の勾配を示す κ および臨界曲げモーメント $\bar{M}_y$ はエネルギー等置条件および幾何学的条件によって決定され、それぞれ次の式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \kappa &= \frac{\phi_u/\phi_y - \bar{\phi}_y/\phi_y}{M_u/M_y - \bar{M}_y/M_y} \\ \frac{\bar{\phi}_y}{\phi_y} &= \frac{3(\phi_u/2\phi_y + \phi_y/2\phi_y - 1)}{\phi_u/\phi_y + \phi_y/2\phi_y - 3/2} \end{aligned} \right\} (6)$$

ただし、 $M_u/M_y = \{3 - (\phi_u/\phi_y)\}/2 + \{\phi_u/\phi_y + \phi_y/2\phi_y - 3/2\}\mu$

式(6)中の ϕ_u は平面保持の仮定により $\phi_u/\phi_y = \epsilon_u/\epsilon_y = (\sigma_u/\sigma_y - 1)\mu + 1$ (ただし ϵ_u : 極限強度 σ_u に対応する歪)の値と求められるので、結局鋼材の機械的性質によって決まる ϵ_u および μ を与えれば κ の値が算定されることになる。

いま ϵ_u/ϵ_y すなわち ϕ_u/ϕ_y を1.0より5.0まで1.0刻みに、 μ を0.01より0.05まで0.01刻みに変化させて κ の値を求めれば表-1がえられ、これらを実用に供すべく図表化するれば図-5のごとくなる。

よって近似M-φ関係は、図-6のごとく全てのくり返し応力状態を包含した平行四辺形ABCDにモデル化され、これら直線AB, BC, CD, DAに対処するM-φ関係式はそれぞれ次の式で与えられる。

(1) AB部 (Case 1)

$$\phi = \kappa [M - (\bar{M}_{ye} - EI \bar{\phi}_y / \kappa)] / EI, \quad M \geq \bar{M}_{ye} \quad (7)$$

ただし、 $\bar{M}_{ye} = M_a + 2\bar{M}_y$, $\bar{M}_{ye}, \bar{\phi}_y$: A側の曲げモーメントおよび曲率

M_a : D側の曲げモーメント

(2) BC部 (Case 2)

$$\phi = \{M - (M_b - EI \bar{\phi}_b) / EI\} / EI, \quad \bar{M}_{ye} \leq M \leq M_b \quad (8)$$

ただし、 $\bar{M}_{ye} = M_b - 2\bar{M}_y$, $M_b, \bar{\phi}_b$: B側の曲げモーメントおよび曲率

$\bar{M}_{ye}$: C側の曲げモーメント

(3) CD部 (Case 3)

$$\phi = \kappa [M - (\bar{M}_{ye} - EI \bar{\phi}_y / \kappa)] / EI, \quad M \leq \bar{M}_{ye} \quad (9)$$

ただし、 $\bar{\phi}_y$: C側の曲率

(4) DA部 (Case 4)

$$\phi = \{M - (M_a - EI \bar{\phi}_a) / EI\} / EI, \quad M_a \leq M \leq \bar{M}_{ye} \quad (10)$$

ただし、 $\bar{\phi}_a$: D側の曲率

よって以後の解析の簡易化を図るため、式(7)~式(10)の式表現を次の式で一般表示し、ただ係数内容のみを変化させることにする。すなわち、

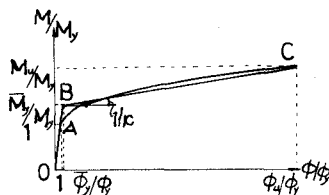
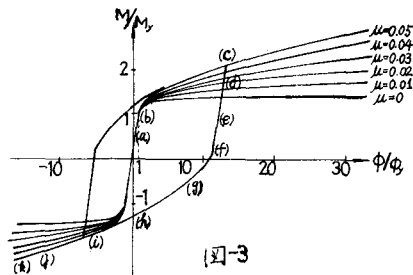


図-4

表-1

μ	ϵ_u/ϵ_y	κ	$\bar{M}_y/M_y$	M_u/M_y
0.01	1.0	56.585	1.4286	1.5800
	2.0	84.142	1.4634	1.6838
	3.0	92.301	1.4754	1.7845
	4.0	95.530	1.4815	1.8847
	5.0	97.097	1.4851	1.9848
0.02	1.0	36.238	1.4286	1.6651
	2.0	45.729	1.4634	1.8688
	3.0	48.017	1.4754	2.0695
	4.0	48.868	1.4815	2.2697
	5.0	49.271	1.4851	2.4698
0.03	1.0	26.654	1.4286	1.7502
	2.0	31.998	1.4634	2.0538
	3.0	32.449	1.4754	2.3545
	4.0	32.832	1.4815	2.6547
	5.0	33.011	1.4851	2.9548
0.04	1.0	21.079	1.4286	1.8352
	2.0	23.906	1.4634	2.2388
	3.0	24.504	1.4754	2.6395
	4.0	24.720	1.4815	3.0397
	5.0	24.820	1.4851	3.4398
0.05	1.0	17.433	1.4286	1.9202
	2.0	19.301	1.4634	2.4238
	3.0	19.685	1.4754	2.9245
	4.0	19.822	1.4815	3.4247
	5.0	19.886	1.4851	3.9248

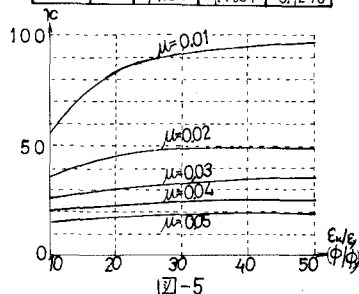


図-5

$$\phi = \bar{\kappa}(M - \bar{M})/EI \quad (11)$$

ここに係数 $\bar{\kappa}$ および $\bar{M}$ は表-2に示す内容となり、各Caseに応ずる値を用いることになる。

3. くり返し移動荷重を受ける連続ばりの弾塑性解析法

2.で導いた近似 $M-\phi$ 関係および ϕ -法公式を用いて以下に連続ばりの弾塑性解析法を解説する。

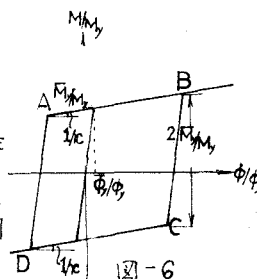


表-2

	$\bar{\kappa}$	$\bar{M}$
Case 1	κ	$M_{pe} - EI\phi_p/\kappa$
Case 2	1	$M_0 - EI\phi_p$
Case 3	κ	$\bar{M}_{pe} - EI\bar{\phi}_p/\kappa$
Case 4	1	$M_0 - EI\bar{\phi}_p$
$\bar{\phi}_p = \phi_p(M_{pe} - M_0)/EI$ $\bar{\phi}_p = \phi_p(M_0 - M_{pe})/EI$		
$\bar{\phi}_p = \phi_p + (M_{pe} - M_0)/EI$ $\bar{\phi}_p = \phi_p + (M_0 - M_{pe})/EI$		

図-7に示すごとき2スパン連続ばりに集中荷重 P が A より B , C 方向に、またしより B , A 方向にくり返し移動荷重するとき、初期降伏時より最終崩壊時に至る全過程のたわみを求めねば次のことである。

(1) 不静定量の算定

まず、くり返し移動荷重 P を支点 A より移動距離 s なる点 i に載荷するときの任意点の曲げモーメントは、 B 点の曲げモーメント M_0 を不静定量として次式のごとく表わされる。

(a) $0 \leq s \leq l$ の場合

$$M = M_0 x/l + P(l-s)x/l, \quad 0 \leq x \leq s$$

ただし、 x : 支点 A より任意点までの距離 (12)

$$M = M_0 x/l + Ps(l-x)/l, \quad s \leq x \leq l$$

$$M = M_0(2l-x)/l, \quad l \leq x \leq 2l$$

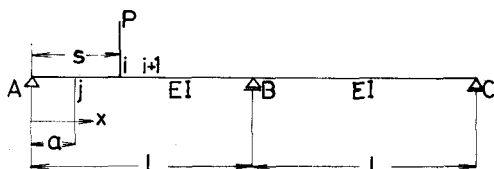


図-7

(b) $l \leq s \leq 2l$ の場合

$$M = M_0 x/l, \quad 0 \leq x \leq l$$

$$M = M_0(2l-x)/l + P(2l-s)(x-l)/l, \quad l \leq x \leq s$$

$$M = M_0(2l-x)/l + P(s-l)(2l-x)/l, \quad s \leq x \leq 2l$$

つぎに部材 AB および BC の B 点のたわみ角は ϕ -法公式を用いてそれぞれ次式で与えられる。

$$\theta_{BA} = \int_0^l \phi(x/l) dx \quad (14)$$

$$\theta_{BC} = \int_l^{2l} \phi(2l-x)/l dx \quad (15)$$

一方、 B 点におけるたわみ角の連続条件 $\theta_{BA} = \theta_{BC}$ より、式(14)と式(15)を等置して次式をうる。

$$\int_0^l \phi(x/l) dx + \int_l^{2l} \phi(2l-x)/l dx = 0 \quad (16)$$

よって式(16)に式(12), (13)を代入したうえで M_0 について解けば、所要の不静定量を次式のごとく求められる。

(a) $0 \leq s \leq l$ の場合

$$M_0 = \left\{ -P(l-s) \int_0^l \bar{\kappa} \left(\frac{x}{l} \right)^2 dx - Ps \int_l^{2l} \bar{\kappa} \left(\frac{2l-x}{l} \right) \left(\frac{x-l}{l} \right) dx + \int_0^l \bar{\kappa} \bar{M} \left(\frac{x}{l} \right) dx + \int_l^{2l} \bar{\kappa} \bar{M} \left(\frac{2l-x}{l} \right) dx \right\} / \left[\int_0^l \bar{\kappa} \left(\frac{x}{l} \right)^2 dx + \int_l^{2l} \bar{\kappa} \left(\frac{2l-x}{l} \right)^2 dx \right] \quad (17)$$

(b) $l \leq s \leq 2l$ の場合

$$M_0 = \left\{ -P(2l-s) \int_l^{2l} \bar{\kappa} \left(\frac{2l-x}{l} \right) \left(\frac{2l-x}{l} \right) dx - P(s-l) \int_l^{2l} \bar{\kappa} \left(\frac{2l-x}{l} \right) \left(\frac{x-l}{l} \right) dx + \int_0^l \bar{\kappa} \bar{M} \left(\frac{x}{l} \right) dx + \int_l^{2l} \bar{\kappa} \bar{M} \left(\frac{2l-x}{l} \right) dx \right\} / \left[\int_l^{2l} \bar{\kappa} \left(\frac{2l-x}{l} \right)^2 dx + \int_l^{2l} \bar{\kappa} \left(\frac{2l-x}{l} \right)^2 dx \right] \quad (18)$$

式(17), (18)の演算は当初 $\bar{\kappa}$, $\bar{M}$ が未知なるゆえ、まず第1次近似として M_0 の弾性値すなわち式(17), (18)に $\bar{\kappa} = 1$, $\bar{M} = 0$ を代入した値を用いて以後式(12), (13)および表-2の値を用いてくり返し試算となる。

なお、式(17), (18)中の積分を行なうに当り、 $\bar{\kappa}$, $\bar{M}$ が各断面においてそれぞれ異なる値となるため、

ここでは部材を n 等分して、区間長 $\Delta l = l/n$ 内では $\bar{\kappa}$ および $\bar{M}$ の値を一定と見做すことにした。

(2) たわみの算定

支点 A より a なる距離 j 点のたわみは s および a の値に応じてそれぞれ異なるが、いま一例として $0 \leq s \leq l$ および $0 \leq a \leq s$ の場合を考えれば j 点のたわみ δ_j が ϕ -法公式を用いて次式のごとく求められる。

$$\delta_j = a\theta_A - \frac{1}{EI} \left[\{M_B + P(l-s)\} \int_0^a \bar{\kappa} \frac{x(l-x)}{l} dx - \int_0^a \bar{\kappa} \bar{M}(a-x) dx \right] \quad \text{----- (11)}$$

$$\text{ただし、} \theta_A = \frac{1}{EI} \left[M_B \int_0^s \bar{\kappa} \left(\frac{x}{l} \times \frac{l-x}{l} \right) dx + P \{ (l-s) \int_0^s \bar{\kappa} \left(\frac{x}{l} \times \frac{l-x}{l} \right) dx + s \int_s^l \bar{\kappa} \left(\frac{l-x}{l} \right) dx \} - \int_0^s \bar{\kappa} \bar{M} \left(\frac{l-x}{l} \right) dx \right]$$

ここに式(11)中の積分演算は式(7), (8)のそれに準ずる。

(3) 解法の手順

(i) まずデータとして鋼材の材料試験よりえられる μ, ϵ_u を与え、近似 $M-\phi$ 関係に関する $\bar{\kappa}, \bar{M}_j$ を決定する。

(ii) ついで弾性解析を行ない最大弾性曲げモーメントが臨界曲げモーメント $\bar{M}_j$ に達するときの荷重すなわち初期降伏荷重 P_0 を求める。

(iii) 荷重が P_0 より大きい P_1 に増加した状態に移行し、 P_1 を A 点より移動させる。いま j 点に P_1 が載荷するときの不静定量 M_0 を式(7), (8)より式(12), (13)を併用してくり返し試算により算出する。

(iv) (iii) でえた収斂値を用いてたわみ δ_j を式(11)などより算定する。

(v) 以下 $i+1, i+2, \dots$, B 点 $\rightarrow$ C 点 $\rightarrow$ B 点 $\rightarrow$ A 点の順に逐次荷重を移動させ (iii) と (iv) の操作をくり返す。

(vi) さらに荷重を $P_2, P_3, \dots$ と逐次漸増させ、(v) の操作をくり返し、ある断面の曲げモーメント M が局部座屈発生時の限界歪 ϵ_{cr} に基づく最大限界曲げモーメント M_{cr} に達するときを最終崩壊と見做し、計算を完了する。

4. 結言

本法によってくり返し移動荷重を受ける連続梁の弾塑性挙動が歪硬化の影響をも考慮して解明されることとなったが、本研究の成果としては

- (1) Bilinear型の近似 $M-\phi$ 関係を理論的に誘導することにより、解析の簡易化を図ることかできたこと。
- (2) 塑性履歴に関する係数を $\bar{\kappa}$ および $\bar{M}$ で一般表示することにより、不静定量の算定を容易ならしめたこと。
- (3) くり返し移動載荷する場合の新しい解析手順を提示しえたこと。

の3点があげられる。

参考文献 1) 福本吉田: くり返し荷重による連続桁橋のたわみ安定性について, 土木学会論文集, 第120号, 昭和40年8月

2) 福本小堀吉田: くり返し移動荷重による不静定梁のたわみ安定性に関する理論と実験, 土木学会論文集, 第144号, 昭和42年8月

3) 藤本盛久: 塑性履歴と鋼材構造物, 建築学会論文報告集号外, 昭和42年10月

4) 藤本・藤本水: 繰返し荷重をうける鋼構造物の歪硬化モデルを用いた弾塑性解析, 建築学会論文報告集, 第145号, 昭和43年3月

5) 山崎太田石川: 補正エネルギー法による直線材構造物の弾塑性解析, 土木学会論文集, 第134号, 昭和41年10月

6) 山崎太田: エネルギー法による移動荷重を受ける梁の弾塑性解析, 土木学会西部支部研究発表会論文集, 昭和43年2月