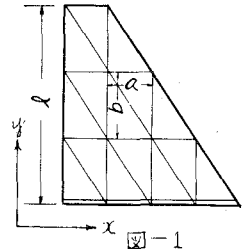


北海道大学工学部 正員 芳村 仁
 “ “ “ 奥村 勇

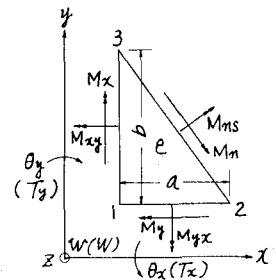
1) まえがき: 橋梁取付部の道路の擁壁としてしばしば見られる, 図-1 のような一辺が固定で他の三辺が自由の片持台形板の曲げについて, 直角三角形板要素を用いた有限要素法により解法を試みたので報告する。



2) 三角形板要素の撓み形状関数について

三角形板要素の stiffness matrix の誘導には, R.W. Clough, O.C. Zienkiewicz⁽¹⁾ の板要素の撓み形状関数を仮定する方法と, R.T. Severn⁽²⁾ の板要素の応力分布を仮定する方法とがあるが, 本研究では, O.C. Zienkiewicz の撓み形状関数を用いることにする。

図-2 の直角三角形板要素 e の全体変位を各節点の撓みおよび撓み角を成分とする (9×1) の列 matrix $(\delta)^e$ で表わし, 全体変位 $(\delta)^e$ の成分から各節点の撓み成分を除いた相対変位を (6×1) の列 matrix $(\delta^*)^e$ で表わすことにする。→板要素 e の全体撓みを



$$w = w_1 L_1 + w_2 L_2 + w_3 L_3 + w^* \quad (1)$$

図-2

ここで $L_1 = 1-x-y$, $L_2 = x$, $L_3 = y$, $L_1 L_2 L_3 = \bar{L}$ (2) と表わすと, 上式の右辺の最初の三項の和は, 板要素の剛体的な並進運動であり, 板要素の歪 (曲率撓率) に無関係な撓みである。内部仕事に関係するのは各節点で零となるような板要素自身の相対的撓み w^* であり, この形状関数を次のように表わす。

$$w^* = [F_{x1}, F_{y1}, F_{x2}, F_{y2}, F_{x3}, F_{y3}] [L] (\delta^*)^e, \quad (\delta^*)^e = [\theta_{x1}^*, \theta_{y1}^*, \dots]^T \quad (3)$$

$$\begin{aligned} F_{x1} &= -L_1^2 L_3 - \bar{L}/2, & F_{y1} &= L_1^2 L_2 + \bar{L}/2, \\ F_{x2} &= -L_2^2 L_3 - \bar{L}/2, & F_{y2} &= -L_2^2 L_3 - L_2^2 L_1 - \bar{L}, \\ F_{x3} &= L_3^2 L_1 + L_3^2 L_2 + \bar{L}, & F_{y3} &= L_3^2 L_2 + \bar{L}/2, \end{aligned} \quad [L] = \begin{bmatrix} l & 0 & 0 \\ 0 & l & 0 \\ 0 & 0 & l \end{bmatrix}, \quad l = \begin{bmatrix} b & 0 \\ 0 & a \end{bmatrix} \quad (4)$$

3) 直角三角形板要素の Stiffness Matrix

板要素の任意点のひずみ (X) と応力 $[M]$ との関係は次のように表わされる。

$$(X) = \left[-\frac{\partial w^*}{\partial x^2}, -\frac{\partial w^*}{\partial y^2}, 2 \frac{\partial w^*}{\partial x \partial y} \right]^T = [B^*] [L] (\delta^*)^e \quad (9)$$

$$[M] = [M_x, M_y, M_{xy}]^T = [D] (X) = [D] [B^*] [L] (\delta^*)^e \quad (10)$$

ここで $[B^*]$ は 3×6 の行列であり次のようになる。但し, $p = a/b$ とする。

$$[B^*] = \frac{1}{ab} \begin{bmatrix} p^2 y & p^2 (4-6x-3y) & p^2 y & p^2 (2-6x-2y) & 2p^2 y & p^2 y \\ p(6y+3x-4) & -px & -px & -2px & p(6y+2x-2) & -px \\ 3-2x-6y & 2y+6x-3 & 2y-2x-1 & 4x+4y-2 & 2-4x-4y & 2y-2x+1 \end{bmatrix}$$

従って, 仮想働の原理により相対 stiffness matrix $[k^*]$ は

$$[k^*] = [L] \left(\int_0^a \int_0^{b-y} [B^*]^T [D] [B^*] dx dy \right) [L], \quad (F^*)^e = [k^*] (\delta^*)^e \quad (11)$$

$$[k^*] = [L] \left(\int_0^a \int_0^{b-y} [B^*]^T [D] [B^*] dx dy \right) [L], \quad (F^*)^e = [k^*] (\delta^*)^e \quad (12)$$

