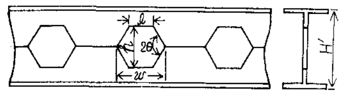
I－2　　非正六角形孔を有する工型単純ばりの孔縁応力

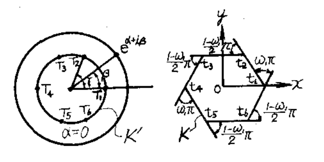
九州大学工学部　正員　山崎徳也
〃　　学生員　後藤恵之輔
〃　　〃　　○川島孝義

1.序　最近、欧米は勿論、我国においても土木および建築構造物に主として重量を増すことなしに剛度を強めうる経済的見地より多用されつつあるのがキャストレーテッド・ビーム（図－1参照）であるが、その製作に際し問題となるのは(1)傾斜辺の角度 θ (2)平行辺の長さ l (3)切込み深さ R の値をどの程度にすれば応力集中を避けうるかということである。これに関しては村上氏らによる実験的研究[1)]があるが、著者らは有孔ばりの理論的研究の一環として本構造を2次元問題として取り扱い、かかる問題の理論的解析を試みた。すなわち、キャストレーテッド・ビームのごとき内外に境界を有するはりの応力の計算は孔を含めて境界の変換座標を決定することが困難であるゆえ、本論では前3報[2),3),4)]と同じく孔が腹部の高さに比べて比較的小さく（$R/H' \leq 0.25$）、作用する外力から充分遠く離れているという仮定のもとに、腹部に直線辺で隅を丸めた左右上下対称の非正六角形孔を有し、スパン中央点に集中荷重をうける工型単純ばり（図－4参照）の孔形状を考慮した孔縁応力式を誘導し、算例として正六角形孔を有する矩形断面単純ばりの孔縁応力を算定して隅角部の丸味の孔縁応力におよぼす影響を吟味検討した。なお、解は複素変数法によって求めることとする。



図－1

2.写像函数　図－2に示すごとく、z－面上の原点に中心を有する六角形 K が ζ－面上の単位円 K' に、また K の外部が K' の外部にそれぞれ等角写像されるものとし、かつ K 上の隅角部 $t_1 \sim t_6$ が K' 上の点 $T_1 \sim T_6$ に相対応するものとすれば、文献(4)を参照して次式がえられる。



ζ-Plane（$\zeta=e^{\alpha+i\beta}$）　z-Plane（$z=x+iy$）

図－2

$$z = N\left(\zeta - \frac{f_2}{\zeta} - \frac{f_4}{3\zeta^3} - \frac{f_6}{5\zeta^5} - \frac{f_8}{7\zeta^7} - \frac{f_{10}}{9\zeta^9} - \cdots\cdots\right) \quad \cdots\cdots\cdots (1)$$

ここに f_{2n}（$n=1,2,3,\cdots$）は ω_1, γ の函数で N は z－面と ζ－面とのスケール比である。式(1)が所要の写像函数であり、無限級数によって z－面上の完全な直線辺で隅に丸味をもたない六角形を ζ－面上の単位円に写像する。しかし実際問題として無限項をとることは煩雑を招来し、また有限項で打切ってもその項数とえられる図形との関係が明確でないゆえ、本論では Heller らの写像法[5)]を用うることとする。すなわち、式(1)の有限項をとり、その項数および係数を変化させることによって直線辺で隅に任意の曲率半径を有する六角形を写像することができ、かかる孔形に適した写像函数が次式のごとくえられることとなる。

$$z = A\zeta + \frac{B}{\zeta} + \frac{C}{\zeta^3} + \frac{D}{\zeta^5} + \frac{E}{\zeta^7} + \frac{F}{\zeta^9} + \cdots\cdots \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

3.写像函数の係数の決定　式(2)を展開し両辺の実数部と虚数部とをそれぞれ等置して $\alpha=0$ とすれば、孔の境界を定義する次式がえられる。

$$\left.\begin{aligned} x &= (A+B)\cos\beta + C\cos 3\beta + D\cos 5\beta + E\cos 7\beta + F\cos 9\beta + \cdots\cdots \\ y &= (A-B)\sin\beta - C\sin 3\beta - D\sin 5\beta - E\sin 7\beta - F\sin 9\beta - \cdots\cdots \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

式(3)中の係数 A, B, C, … は実際の孔をなるべく正確に表わすべく決定しなければならないが、本論では8ケの値 A, B, C, D, E, F, G および H を決定し、応力計算には A, B, C, D, E および F の6ケを用うることとする。係数決定の条件は式(3)で定義される曲線が与えられた一連の点を通過することで、これらの点を図－3に示すが、各点の座標値は次のごとくである。

$$
\left.
\begin{array}{ll}
x_1 = O_{1x} + \rho\ ; & y_1 = 0 \\
x_2 = O_{1x} + \rho\cos\theta_2\ ; & y_2 = \rho\sin\theta_2 \\
x_3 = 0.5\cos^2\dfrac{1-2\bar{\theta}}{2}\pi\ ; & y_3 = 0.25\sin(1-2\bar{\theta})\pi \\
x_4 = O_{2x} + \rho\cos\theta_4\ ; & y_4 = O_{2y} + \rho\sin\theta_4 \\
x_5 = O_{2x} + \rho\cos\theta_5\ ; & y_5 = O_{2y} + \rho\sin\theta_5 \\
x_6 = O_{2x} + \rho\cos\theta_6\ ; & y_6 = O_{2y} + \rho\sin\theta_6 \\
 & y_7 = 0.5\lambda \\
x_8 = 0\ ; & y_8 = 0.5\lambda
\end{array}
\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (4)
$$

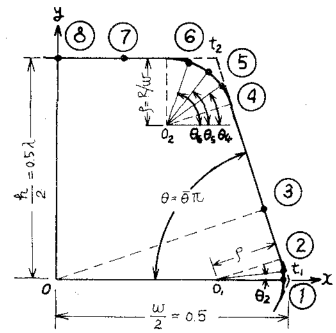


図 - 3

ただし　$A_x = 0.5$, $B_x = 0.5 - 0.5\lambda\cot\bar{\theta}\pi$, $B_y = 0.5\lambda$.

$O_{1x} = A_x - \rho\,\mathrm{cosec}\,\bar{\theta}\pi$,　$O_{2x} = B_x - \rho\tan\dfrac{\bar{\theta}}{2}\pi$, $O_{2y} = B_y - \rho$, $\bar{\theta} = \theta/\pi$

ここに孔は計算の便宜のため，もとの隅に丸味をもたない六角形が単位幅 $w=1$ となるごとき形状とし高さ $h=\lambda$ である。座標 x_7 は解を簡単にするため固定していない。対称性により $\beta_1 = 0$, $\beta_8 = \pi/2$ であり，β_7 は既知であるとする。式(4)を式(3)に代入することにより未定係数 A～H および未知量 $\beta_2 \sim \beta_6$ に関する13元連立方程式がえられ，Newtonの反復解法により決定されうることとなる。なお，θ_2, θ_4, θ_5, θ_6 の値としてはそれぞれ $\pi/12$, $\pi/4$, $\pi/3$, $5\pi/12$ をとる

4. スパン中央点に集中荷重をうけるI型単純ばりの孔縁応力式の誘導　図-4に示すごとき荷重場を考えれば，孔より充分遠く離れた位置における腹部の応力は次式で与えられる。

$$\sigma_x = \frac{P(L+x)(y+e)}{I}\ ,\ \sigma_y = 0\ ,\ \tau_{xy} = \frac{P}{2I}\left[h'^2 - (y+e)^2\right] \quad \cdots\cdots(5)$$

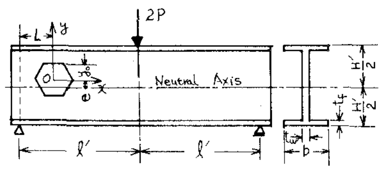


図 - 4

ここに　$x \leqq l' - L$, e : 孔中心の中立軸からの偏心量，I : もとの孔をもたないI型ばりの中立軸に関する断面2次モーメント，L : 左支点から孔中心までの距離，l' : 支点からスパン中央点までの距離で h' は次式で与えられるものである。　$h'^2 = \left(\dfrac{H'}{2}\right)^2\left[1 + \dfrac{2bt_f}{\left(\frac{H'}{2}\right)t_w}\right]$

直角座標における応力 σ_x, σ_y および τ_{xy} は次式に示す Kolosov-Muskhelishvili の公式によってポテンシャル函数 $\Phi(z)$ と $\Psi(z)$ とにより決定される。

$$
\left.
\begin{array}{l}
\sigma_x + \sigma_y = 2\left[\Phi'(z) + \overline{\Phi'(z)}\right] \\
\sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy} = 2\left[\bar{z}\Phi''(z) + \Psi'(z)\right]
\end{array}
\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (6)
$$

ここに　$\bar{z} = x - iy$, $' = \dfrac{\partial}{\partial z}$

しかるにポテンシャル函数 $\Phi(z)$ および $\Psi(z)$ は

$$\Phi(z) = \sum_{n=1}^{k} A_n z^n + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{z^n}\ ,\quad \Psi(z) = \sum_{n=1}^{k} B_n z^n + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{b_n}{z^n} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (7)$$

と表わされるゆえ，式(5)および式(7)を式(6)に代入して未定係数 A_n , B_n を決定すれば $\Phi(z)$ および $\Psi(z)$ が次式のごとくえられることとなる。

$$
\left.
\begin{array}{l}
\Phi(z) = \dfrac{P}{24I}\left\{6Lez + 3(e - iL)z^2 - iz^3\right\} + \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{z^n} \\
\Psi(z) = \dfrac{P}{24I}\left[-12\left\{Le + i(e^2 - h'^2)\right\}z - 3(3e - iL)z^2 + i\cdot 2z^3\right] + \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{b_n}{z^n}
\end{array}
\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (8)
$$

キャステレーテッド・ビームの孔縁はパイプなどが通っている場合を除いて通常何らの外力も作用していないゆえ，孔縁における境界条件として次式が成立する。

$$\varphi(\sigma) + \frac{z(\sigma)}{\overline{z'(\sigma)}}\overline{\varphi'(\sigma)} + \overline{\psi(\sigma)} = 0 \quad \cdots\cdots\cdots (9)$$

ここに　　$\Phi(z) = \Phi[z(\zeta)] = \varphi(\zeta)$, $\Psi(z) = \Psi[z(\zeta)] = \psi(\zeta)$, $\sigma = (\zeta)_{\alpha=0} = e^{i\beta}$

式(9)より所要のポテンシャル函数 $\varphi(\zeta)$ を決定しうるわけであるが，式(2)の写像函数と式(8)より式(9)に必要な諸

函数が次のごとくえられる。

$$\left.\begin{aligned}
&\varphi(\zeta)=\frac{P}{24I}\left\{6LeA\zeta+3(e-iL)A^2\zeta^2-iA^3\zeta^3\right\}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{\zeta^n}\ ,\quad \bar{\varphi}'(\bar{\sigma})=\frac{P}{24I}\left\{6LeA+\frac{6(e+iL)A^2}{\sigma}+i\frac{3A^3}{\sigma^2}\right\}-\sum_{n=1}^{\infty}n\bar{a}_n\sigma^{n+1}\\
&\psi(\zeta)=\frac{P}{24I}\left[-12\{Le+i(e^2-k^2)\}A\zeta-3(3e-iL)A^2\zeta^2+i2A^3\zeta^3\right]+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{b_n}{\zeta^n}\ ,\quad \bar{\psi}(\bar{\sigma})=\frac{P}{24I}\left[-12\{Le-i(e^2-k^2)\}\frac{A}{\sigma}-3(3e+iL)\frac{A^2}{\sigma^2}-i\frac{2A^3}{\sigma^3}\right]+\sum_{n=1}^{\infty}\bar{b}_n\sigma^n\\
&z(\sigma)=A\sigma+\frac{B}{\sigma}+\frac{C}{\sigma^3}+\frac{D}{\sigma^5}+\frac{E}{\sigma^7}+\frac{F}{\sigma^9}\ ,\qquad \bar{z}'(\bar{\sigma})=A-B\sigma^2-3C\sigma^4-5D\sigma^6-7E\sigma^8-9F\sigma^{10}
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(10)$$

式(10)を式(9)に代入し$z(\sigma)/\bar{z}'(\bar{\sigma})$に相当する部分を部分分数に展開して整理すれば次式がえられる。

$$\begin{aligned}
&\varphi(\sigma)+\left(\frac{C_1}{\sigma}+\frac{C_3}{\sigma^3}+\frac{C_5}{\sigma^5}+\frac{C_7}{\sigma^7}+\frac{C_9}{\sigma^9}\right)\left[\frac{P}{24I}\left\{6LeA+\frac{6(e+iL)A^2}{\sigma}+i\frac{3A^3}{\sigma^2}\right\}-\sum_{n=1}^{\infty}n\bar{a}_n\sigma^{n+1}\right]\\
&\quad+\frac{P}{24I}\left[-12\{Le-i(e^2-k^2)\}\frac{A}{\sigma}-3(3e+iL)\frac{A^2}{\sigma^2}-i\frac{2A^3}{\sigma^3}\right]+\sum_{n=1}^{\infty}\bar{b}_n\sigma^n=0 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(11)
\end{aligned}$$

ここに

$$\left.\begin{aligned}
&C_1=\frac{B}{A}+\frac{BC+3CD+5DE+7EF}{A^2}+\frac{B^2D+6BCE+10BDF+9C^2F}{A^3}+\frac{B^3E+9B^2CF}{A^4}+\frac{B^4F}{A^5}\\
&C_3=\frac{C}{A}+\frac{BD+3CE+5DF}{A^2}+\frac{B^2E+6BCF}{A^3}+\frac{B^3F}{A^4}\\
&C_5=\frac{D}{A}+\frac{BE+3CF}{A^2}+\frac{B^2F}{A^3}\ ,\quad C_7=\frac{E}{A}+\frac{BF}{A^2}\ ,\quad C_9=\frac{F}{A}
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(12)$$

式(11)の両辺に$d\sigma/2\pi i(\sigma-\zeta)$を乗じCauchyの定理を用いて積分すれば次式がえられる。

$$\left.\begin{aligned}
\varphi(\zeta)=&\frac{P}{24I}\left\{6LeA\zeta+3(e-iL)A^2\zeta^2-iA^3\zeta^3\right\}+\left[-\frac{P}{24I}6LeAC_1+\bar{a}_1C_3+3\bar{a}_3C_5+5\bar{a}_5C_7+7\bar{a}_7C_9+\frac{P}{24I}\cdot12\{Le-i(e^2-k^2)\}A\right]\frac{1}{\zeta}\\
&+\left[-\frac{P}{24I}\cdot6(e+iL)A^2C_1+2\bar{a}_2C_5+4\bar{a}_4C_7+6\bar{a}_6C_9+\frac{P}{24I}\cdot3(3e+iL)A^2\right]\frac{1}{\zeta^2}+\left[-\frac{P}{24I}6LeAC_3-\frac{P}{24I}\cdot i3A^3C_1+\bar{a}_1C_5+3\bar{a}_3C_7+5\bar{a}_5C_9\right.\\
&\left.+\frac{P}{24I}\cdot i2A^3\right]\frac{1}{\zeta^3}+\left[-\frac{P}{24I}6(e+iL)A^2C_3+2\bar{a}_2C_7+4\bar{a}_4C_9\right]\frac{1}{\zeta^4}+\left[-\frac{P}{24I}6LeAC_5-\frac{P}{24I}\cdot i3A^3C_3+\bar{a}_1C_7+3\bar{a}_3C_9\right]\frac{1}{\zeta^5}\\
&+\left[-\frac{P}{24I}6(e+iL)A^2C_5+2\bar{a}_2C_9\right]\frac{1}{\zeta^6}+\left[-\frac{P}{24I}6LeAC_7-\frac{P}{24I}i\cdot3A^3C_5+\bar{a}_1C_9\right]\frac{1}{\zeta^7}+\left[-\frac{P}{24I}\cdot6(e+iL)A^2C_7\right]\frac{1}{\zeta^8}\\
&+\left[-\frac{P}{24I}6LeAC_9-\frac{P}{24I}\cdot i3A^3C_7\right]\frac{1}{\zeta^9}+\left[-\frac{P}{24I}\cdot6(e+iL)A^2C_9\right]\frac{1}{\zeta^{10}}+\left[-\frac{P}{24I}i3A^3C_9\right]\frac{1}{\zeta^{11}}
\end{aligned}\right\}\cdots(13)$$

式(10)の$\varphi(\zeta)$の式と式(13)とにおいてζの同べき数の係数を比較すれば，未定係数$a_1\sim a_{11}$に関する連立方程式がえられ，これを解くことにより$a_1\sim a_{11}$が次のごとく決定される。

$$\left.\begin{aligned}
&a_1=\frac{PA}{24I}(-6Lea_1'+i3a_1'')\ ,\quad a_2=\frac{PA}{24I}(-3eAa_2'+i\cdot3LAa_2'')\\
&a_3=\frac{PA}{24I}(-6Lea_3'+ia_3'')\ ,\quad a_4=\frac{PA}{24I}(-6eAa_4'+i\cdot6LAa_4'')\\
&a_5=\frac{PA}{24I}(-6Lea_5'+i\cdot3a_5'')\ ,\quad a_6=\frac{PA}{24I}(-6eAa_6'+i\cdot LAa_6'')\\
&a_7=\frac{PA}{24I}(-6Lea_7'+i\cdot3a_7'')\ ,\quad a_8=\frac{PA}{24I}(-6eAC_7-i\cdot6LAC_7)\\
&a_9=\frac{PA}{24I}(-6LeC_9-i\cdot3A^2C_7)\ ,\quad a_{10}=\frac{PA}{24I}(-6eAC_9-i\cdot6LAC_9)\\
&a_{11}=\frac{PA}{24I}(-i\cdot3A^2C_9)
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

ここに

$$\left.\begin{aligned}
&a_1'=\frac{(-2+C_1+5C_5C_7+7C_7C_9)(1-3C_7-15C_9^2)+3(C_3+5C_5C_9)(C_5+5C_7C_9)}{(1-C_3-5C_7^2-7C_9^2)(1-3C_7-15C_9^2)-3(C_5+5C_7C_9)^2}\ ,\\
&a_1''=\frac{\{-4(e^2-k^2)-5A^2C_3C_7+7A^2C_5C_9\}(1+3C_7-15C_9^2)-A^2(C_5-5C_7C_9)(-2+3C_1-15C_3C_9)}{(1+C_3-5C_7^2-7C_9^2)(1+C_3-15C_9^2)-3(C_5-5C_7C_9)^2}\\
&a_2'=\frac{(-3+2C_1+12C_5C_9)(1-4C_9)+8C_3C_7}{(1-2C_5-12C_9^2)(1-4C_9)-8C_7^2}\ ,\quad a_2''=\frac{(1-2C_1+2C_5C_9)(1+4C_9)-8C_3C_7}{(1+2C_5-12C_9^2)(1+4C_9)-8C_7^2}\\
&a_3'=\frac{C_3+5C_5C_9+(C_5+5C_7C_9)a_1'}{1-3C_7-15C_9^2}\ ,\quad a_3''=\frac{A^2(2-3C_1+15C_3C_9)-3(C_5-5C_7C_9)a_1''}{1+3C_7-15C_9^2}\\
&a_4'=\frac{C_3+C_7a_2'}{1-4C_9}\ ,\quad a_4''=\frac{-C_3-C_7a_2''}{1+4C_9}\\
&a_5'=C_5+C_7a_1'+3C_9a_3'\ ,\quad a_5''=-A^2C_3-C_7a_1''-C_9a_3''\\
&a_6'=C_5+C_9a_2'\ ,\quad a_6''=-C_5-6C_9a_2''\\
&a_7'=C_7+C_9a_1'\ ,\quad a_7''=-A^2C_5-C_9a_1''
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(15)$$

したがって所要のポテンシャル函数$\varphi(\zeta)$が次式のごとく決定されることとなる。

$$\varphi(\zeta)=\frac{PA}{24I}\Big[6Le\zeta+3(e-iL)A\zeta^2-iA^2\zeta^3+\frac{-6Lea_1'+i\cdot 3a_1''}{\zeta}+\frac{-3eAa_2'+i3LAa_2''}{\zeta^2}+\frac{-6Lea_3'+ia_3''}{\zeta^3}+\frac{-6eAa_4'+i6LAa_4''}{\zeta^4}$$
$$+\frac{-6Lea_5'+i\cdot 3a_5''}{\zeta^5}+\frac{-6eAa_6'+i\cdot LAa_6''}{\zeta^6}+\frac{-6Lea_7'+i\cdot 3a_7''}{\zeta^7}-6(e+iL)AC_7\frac{1}{\zeta^8}+(-6LeC_9-i3A^2C_7)\frac{1}{\zeta^9}-6(e+iL)AC_9\frac{1}{\zeta^{10}}$$
$$-i3A^2C_9\frac{1}{\zeta^{11}}\Big] \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (16)$$

次にこのポテンシャル函数を用いて孔縁応力〔$(\sigma_\beta)_{\alpha=0}$〕が次式のごとく決定される。

$$(\sigma_\beta)_{\alpha=0}=2\left[\frac{\varphi'(\sigma)}{z'(\sigma)}+\frac{\bar{\varphi}'(\bar{\sigma})}{\bar{z}'(\bar{\sigma})}\right] \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (17)$$

式(2)と式(16)とを式(17)に代入整理すれば所要の孔縁応力式が次式のごとくえられることとなる。

$$J_0^2\left[\frac{(\sigma_\beta)_{\alpha=0}}{\frac{PLy_0}{I}}\right]=\frac{A}{12}\Big[\frac{e}{y_0}(A_0+A_2\cos 2\beta+A_4\cos 4\beta+A_6\cos 6\beta+A_8\cos 8\beta+A_{10}\cos 10\beta)+\frac{A}{y_0}\frac{e}{L}(A_1\cos\beta+A_3\cos 3\beta+A_5\cos 5\beta+A_7\cos 7\beta+A_9\cos 9\beta+A_{11}\cos 11\beta)$$
$$+\frac{A}{y_0}(B_1\sin\beta+B_3\sin 3\beta+B_5\sin 5\beta+B_7\sin 7\beta+B_9\sin 9\beta+B_{11}\sin 11\beta)+\frac{1}{Ly_0}(B_2\sin 2\beta+B_4\sin 4\beta+B_6\sin 6\beta+B_8\sin 8\beta+B_{10}\sin 10\beta+B_{12}\sin 12\beta)\Big]$$
$$\cdots\cdots (18)$$

ここに　$A_0 \sim A_{10}$＝省略、　$A_1 \sim A_{11}$＝省略

$B_1=12\{A+Ba_2''-3C(a_2''-4a_4'')-5D(4a_4''-a_6'')+7E(8C_7-a_6'')-18F(4C_7-5C_9)\}$

$B_3=-12\{Aa_2''+B(1-4a_4'')-3Ca_6''+5D(a_2''-8C_7)+14E(2a_4''-5C_9)+9Fa_6''\}$

$B_5=-12\{4Aa_4''-Ba_6''+3C(1-8C_7)-50DC_9+7Ea_2''+36Fa_4''\}$

$B_7=-12(Aa_6''-8BC_7-30CC_9+5D+9Fa_2'')$, $B_9=-12(8AC_7-10BC_9+7E)$, $B_{11}=-12(10AC_9+9F)$.

$B_2=-6\{(a_1''-A^2)-Ba_3''+3C(a_1''-5a_5'')+5D(a_3''-7a_7'')+7E(5a_5''-9A^2C_7)+9F(7a_7''-11A^2C_9)\}$

$B_4=-6\{Aa_3''-B(5a_5''-A^2)-21Ca_7''+5D(a_1''-9A^2C_7)+7E(a_3''-11A^2C_9)+45Fa_5''\}$

$B_6=-6\{5Aa_5''-7Ba_7''-3A^2C(9C_7-1)-55A^2DC_9+7Ea_1''+9Fa_3''\}$

$B_8=-6(7Aa_7''-9A^2BC_7-33A^2CC_9+5A^2D+9Fa_1'')$, $B_{10}=6A^2(11BC_9-7E)$, $B_{12}=-6A^2(11AC_9+9F)$.

孔のy軸方向の偏心も考慮しない場合には式(18)においてe＝0であるゆえ、この場合の孔縁応力式は次式となる。

$$J_0^2\left[\frac{(\sigma_\beta)_{\alpha=0}}{\frac{PLy_0}{I}}\right]=\frac{A}{12}\Big[\frac{A}{y_0}(B_1\sin\beta+B_3\sin 3\beta+B_5\sin 5\beta+B_7\sin 7\beta+B_9\sin 9\beta+B_{11}\sin\beta)+\frac{1}{Ly_0}(B_2\sin 2\beta+B_4\sin 4\beta+B_6\sin 6\beta+B_8\sin 8\beta+B_{10}\sin 10\beta+B_{12}\sin 12\beta)\Big] \cdots (19)$$

式(19)において右辺オ2項のLはnominal shear stress ($P/H'tw$)のnominal bending stress ($PLH'/2I$)に対する比、すなわちshear-moment ratio (τ/σ)を用いて次のごとく置き換えうる。

$$L=\frac{1}{\frac{\tau}{\sigma}}\,\frac{2I}{H'^2 tw} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (20)$$

したがって式(19)の孔縁応力式を次式のごとく表わすこともできる。

$$J_0^2\left[\frac{(\sigma_\beta)_{\alpha=0}}{\frac{PLy_0}{I}}\right]=\frac{A}{12}\Big[\frac{A}{y_0}(B_1\sin\beta+B_3\sin 3\beta+B_5\sin 5\beta+B_7\sin 7\beta+B_9\sin 9\beta+B_{11}\sin 11\beta)$$
$$+\frac{\tau}{\sigma}\frac{H'^2 tw}{2Iy_0}(B_2\sin 2\beta+B_4\sin 4\beta+B_6\sin 6\beta+B_8\sin 8\beta+B_{10}\sin 10\beta+B_{12}\sin 12\beta)\Big] \quad \cdots\cdots\cdots (21)$$

5. 計算例　省略

6. 結語

本論はまだ耐荷力が未知で充分なる安全度のもとに使用されているキャストレーテッド・ビームを理論的に厳密に解析するための基礎的研究として行なったもので、隣接孔の影響を無視しかつ孔が桁高に比較してかなり大きい場合については考慮していないが、実際構造物の性状を把握するうえにおいて充分効力を発揮しうるものと思われる。キャストレーテッド・ビームには八角形孔を有するものもあるが、これについても本論の手法をそのまま適用すればよく、隣接孔の影響を考慮した場合および孔がかなり大きい場合やパイプ孔の解析などと並行して目下研究進行中であり、有限要素法による解法とともに後日発表の予定である。

1) 村上ほか3名，九大工学集報，39-4，昭和42年1月．2) 山崎・後藤，九大工学集報，41-5，昭和42年11月．
3) 山崎・後藤，第17回応用力学連合講演会論文抄録集，昭和42年10月．4) 山崎・後藤，昭和42年度土木学会西部支部研究発表会論文集，昭和43年2月．5) S.R. Heller, Jr., et al., Proc. 3rd U.S. Natl. Cong. Appl. Mech., Jun. 1958.