

名古屋工業大学 正 員 渡辺新三
名古屋工業大学大学院 学生員 ○金丸次男

1. まえがき

交通量が増大し、混雑してくるにしたがって、交通流内に前車に追従しながら走行する車の数が増加し、交通流は *random flow* とみなせなくなってくる。すなわち交通流は単独走行車と車群とによって形成される。本研究は交通流が *random flow* とみなしうるような状態と交通量が非常に多く、相互干渉しあう長い車列が続いているような状態との中間状態の交通流について、交通流の構成単位として車群を考え(この場合、単独走行車は1台の車で構成されている車群と考える)、道路上の任意地点を任意時間間隔の間に通過する車両数の分布を求めたものである。

2. 数学モデル

付近に交差点など道路交通流を乱す要因のない道路区間において、交通の流れを *random queue* とみなしてつぎのような交通流の数学モデルを設定した。

- (1). 交通流の構成単位として車群を考え、単独走行車は1台の車で構成されている車群と考える。車群の先頭車と追従車はほぼ等しい速度で走行し、かつ車群内の追従車は限界車頭間隔(4参照)よりも小さい間隔で追従走行しているものとする。
- (2). 車群間隔の確率法則は指数分布に従う。ここに車群間隔は任意の車群の先頭車の車頭からつぎの車群の先頭車の車頭までの *time interval* とするものとする。前述したように、本研究は交通量が非常に多く、長い車の列が続いているような場合を対象としていない。したがって、ここで取扱われる車群は比較的小規模であり、個々の車群の独立性が近似的に満足されるので、この仮説はさほど無理なく適用できるものである。
- (3). 車群台数の分布——交通流の中から任意にとりだした1つの車群の構成車両数の分布——は経験的に $r=1$ の *Borel-Tanner* 分布で近似できることが知られている。本研究でもこの分布を採用した。以上の数学モデルの上になつて、道路上の任意地点で、任意の時間間隔 t 内に n 台の通過車両を観測する確率を求めた。

3. 時間間隔 t 内に n 台の通過車両を観測する確率

いま、道路上のある地点を単位時間当りに通過する車群の平均数を λ とすると、交通流を *random queue* とみなした場合、仮説(2)より、任意の時間間隔 t 内に k 個の車群が通過する確率 $W_k(t)$ は

$$W_k(t) = (\lambda t)^k e^{-\lambda t} / k! \quad (\text{ただし } k=0, 1, 2, 3, \dots) \quad (1)$$

で与えられる。また交通流の中から任意に選びだされた1つの車群がちょうど m 台の車で構成されている確率を p_m とし、その母函数を $\Phi(z)$ とおくと、 $\Phi(z)$ は次のように与えられる。

$$\Phi(z) = \sum_{m=1}^{\infty} p_m z^m \quad (\text{ただし } m=1, 2, 3, \dots; p_m \geq 0, \sum_{m=1}^{\infty} p_m = 1) \quad (2)$$

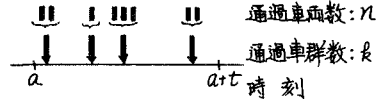
つぎに任意時刻 a から時刻 $a+t$ の間に車群がちょうど k 個通過するものとし、それら k 個の時点において全体として n 台の車が通過する確率を $P_k(n)$ で表わすものとする、車群が通過する k 個の時点の車両の台数の和はつぎの母函数をもつ確率変数である。(図-1. 参照)

$$\sum_{n=0}^{\infty} P_k(n) \cdot Z^n \quad (\text{ただし、} n < k \text{ のとき } P_k(n) = 0; \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots) \quad (3)$$

いま、ここで取扱っている道路交通流は相互干渉しあう長い

図-1

車列が連続しているような場合を対象としていないので、個々の車群は比較的小規模であり、したがって車群が通過する各時点において確率 P_k は与えられた時点およびその時点までの流れ



の経過に無関係であると考えることができるゆえ、この確率変数はおのおのが母函数 $\Phi(Z)$ をもつ互いに独立な k 個の確率変数の和である。したがって、

$$\sum_{n=0}^{\infty} P_k(n) \cdot Z^n = \{\Phi(Z)\}^k \quad (4)$$

他方、注目している流れにおいて、任意時間間隔 t 内に k 台の車が通過する確率 $v_k(t)$ は

$$v_k(t) = \sum_{n=0}^{\infty} w_k(t) P_k(n) \quad (5)$$

であるから、 $v_k(t)$ の母函数を $F(t, Z)$ で表わすと

$$F(t, Z) = \sum_{n=0}^{\infty} v_k(t) Z^n = \sum_{n=0}^{\infty} Z^n \sum_{k=0}^{\infty} w_k(t) P_k(n) = \exp[\lambda t \{\Phi(Z) - 1\}] \quad (6)$$

となる。すなわち $v_k(t)$ は $F(t, Z)$ の Z^n の係数を計算することによって求められる。

ここで仮説を用いて、交通流の中から任意に選ばれた1つの車群がちょうど m 台の車で構成されている確率 P_m を $t=1$ の Borrel-Tanner 分布で与えると、

$$P_m = \frac{m!}{m!} \alpha^{m-1} e^{-\alpha m} \quad (\text{ただし、} \alpha: \text{パラメーター}; \quad m = 1, 2, 3, \dots) \quad (7)$$

この分布は、平均値 $1/(1-\alpha)$ 、分散 $\alpha/(1-\alpha)^3$ をもつ分布である。

$$\beta = \alpha e^{-\alpha} \quad (8)$$

と置いて、その逆函数を $\alpha = \varphi(\beta)$ とすると、 $\varphi(\beta)$ は β のべき級数に展開しうゆえ

$$\alpha = \varphi(\beta) = \sum_{m=1}^{\infty} a_m \beta^m \quad (9)$$

$$\Phi(Z) = \sum_{m=1}^{\infty} P_m Z^m = \alpha^{-1} \sum_{m=1}^{\infty} a_m (\beta Z)^m = \alpha^{-1} \varphi(\beta Z) \quad (10)$$

$$F(t, Z) = \exp[\lambda t \{\alpha^{-1} \varphi(\beta Z) - 1\}] \quad (11)$$

$v_k(t)$ は $F(t, Z)$ の Z^n の係数で与えられるから、 $y = \beta Z$ とおくと

$$\beta^{-n} v_k(t) = \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} v_k(t) (\beta^{-1} y)^n \text{ の } y^n \text{ の係数} \right\} = \left\{ \exp[\lambda t \{\alpha^{-1} \varphi(y) - 1\}] \text{ の } y^n \text{ の係数} \right\}$$

なる関係が成立つ。ここでテイラー展開の定理を用いると

$$\beta^{-n} v_k(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_c \frac{\exp[\lambda t \{\alpha^{-1} \varphi(y) - 1\}]}{y^{n+1}} dy \quad (12)$$

(12)において、逆函数 $\varphi(y)$ を $\varphi(y) = u$ とおけば $y = u e^{-u}$ であるから

$$\begin{aligned} \beta^{-n} v_k(t) &= \frac{1}{2\pi i} \int_c \frac{e^{\lambda t (\alpha^{-1} u - 1)} e^{-u} (1-u)}{u^{n+1} e^{-\alpha u}} du = \frac{1}{2\pi i} \int_c \frac{e^{\lambda t (\alpha^{-1} \lambda t + n) u}}{u^{n+1}} du = \frac{1}{2\pi i} \int_c \frac{e^{\lambda t (\alpha^{-1} \lambda t + n) u}}{u^n} du \\ &= b_n - b_{n-1} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\text{ただし } b_n = \frac{1}{2\pi i} \int_c \frac{e^{\lambda t (\alpha^{-1} \lambda t + n) u}}{u^{n+1}} du \quad b_{n-1} = \frac{1}{2\pi i} \int_c \frac{e^{\lambda t (\alpha^{-1} \lambda t + n) u}}{u^n} du \quad \text{これより逆に、}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} b_n u^n = e^{\lambda t (\alpha^{-1} \lambda t + n) u} \quad \text{すなわち } b_n \text{ は } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{\lambda t (\alpha^{-1} \lambda t + n) u}}{n!} \text{ の } u^n \text{ の係数で与えられる}$$

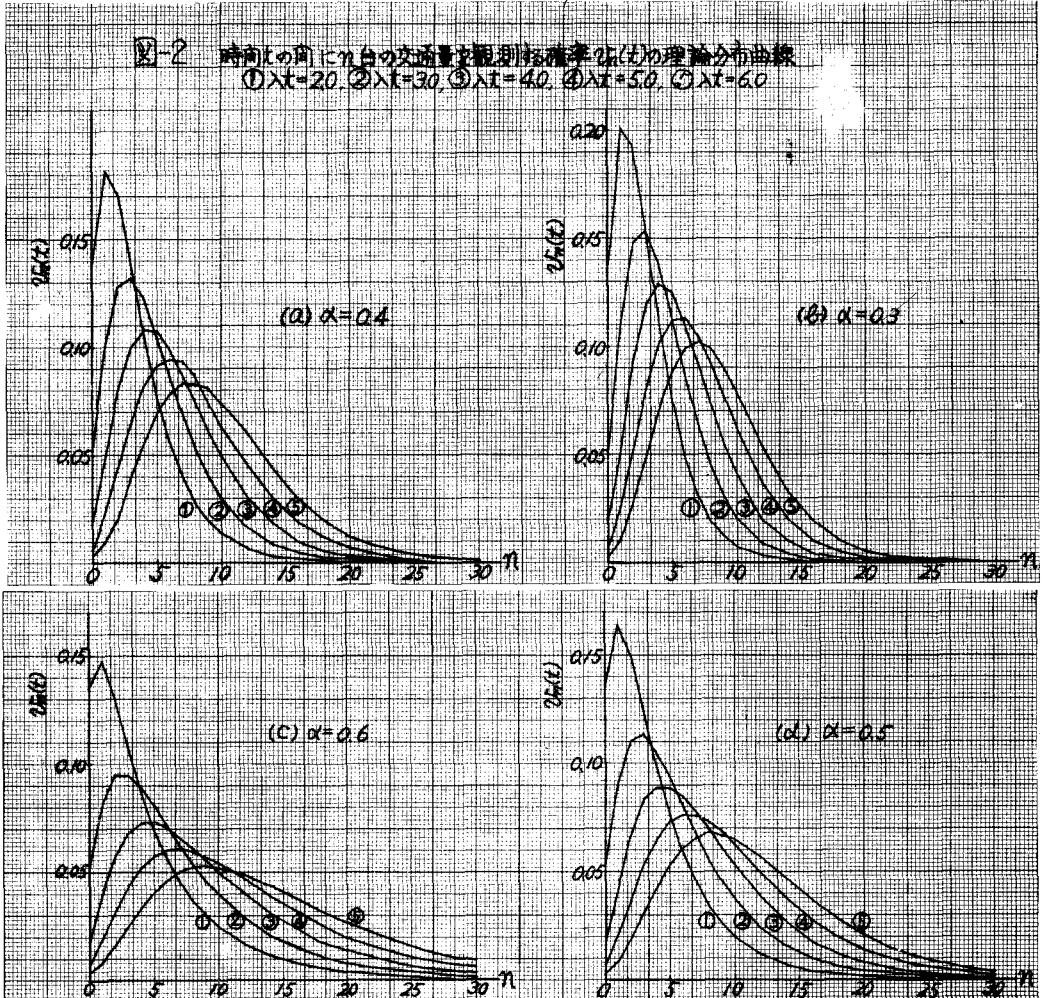
$$b_n = e^{\lambda t (\alpha^{-1} \lambda t + n) \frac{n}{n!}} \quad \text{また } b_{n-1} = e^{\lambda t (\alpha^{-1} \lambda t + n) \frac{n-1}{(n-1)!}} \quad \text{となる。}$$

よって、道路上の任意地点において、任意の時間間隔 t 内に n 台の通過車両を観測する確率 $p_n(t)$ は

$$p_n(t) = \frac{(\lambda t + n\alpha)^{n-1}}{n!} \lambda t e^{-(\lambda t + n\alpha)} \quad (n = 0, 1, 2, 3, \dots) \quad (14)$$

で与えられる。また、この分布の平均値は $\lambda/(1-\alpha)$ である。ここに α は車群台数の分布(式(7))のパラメーター、 λ は車群の出現確率(式(1))のパラメーターである。

種々の α および λ について $p_n(t)$ を計算した結果を図-2に示した。



4. 観測

実際の交通流において車群の観測を行なう場合、車群の判定基準が問題となる。車群と車群との切れ目を判断する基準となるのは追従車の車頭間隔であるが、一般に走行中の車両について追従車とそうでない車との区別はかなり難しく、限界車頭時間についてはまだ研究段階にあり、定説化されていない。著者らは追従車と認定しうる車頭間隔の限界値を限界車頭間隔と呼び、これをつぎの2点より考察した。

(a) 走行の自由性—個々の車両が自由走行している場合、車頭時隔の分布は指数分布をなすが、交通流内に追従車の数が増加すると、指数分布が適合しなくなってくる。この原因は追従車が増える程度数分布の左側(車頭時隔の小さい部分)に大きな頻度数が現われるためである。そこである車頭時隔 T (秒)以下の部分をtruncateし、truncateされた分布に対し適合度の検定を行なうことによって、限界車頭時隔を見いだすことができる。著者らが国道153号線で観測したデータについては4秒であった。

(b) 走行車両の合流可能限界—同一車線上を連続して走行している前後2車の間に、他車が合流または割り込みを行なうのに必要な最小限の間隔 L_m は図-3のように考えられる。車頭時隔が L_m よりも大きい場合はA,B2車の間にはいつでも他車の合流が可能であり、合流が行われれば後車Bは新しい前車(合流車)に追従することになる。このことは追従車の車頭時隔の限界値が L_m の付近に存在していることを暗示している。いま L_m を限界車頭時隔と考えると L_m は次式によって与えられる。

$$L_m = L_1 + L_2 \quad (6)$$

表-1は高速道路調査会の最小車頭時隔式を用いて、A,B車と合流車との速度差が15%の場合における種々の速度に対する L_m の値を求めたものである。またこの場合の限界車頭時間 L_T は次式によって求めた。

$$L_T = 3.6 L_m / V_1$$

以上(a)(b)2つの方法により、著者らは限界車頭時隔を4秒と決定し、車群観測にこの値を用いた。国道153号線において、車群の出現確率、車群台数の分布、時間間隔 t_n の間に n 台の交通量を観測する確率 $p_n(t)$ について観測した結果の一部を示すと図-4~6のごとくである。

図-3



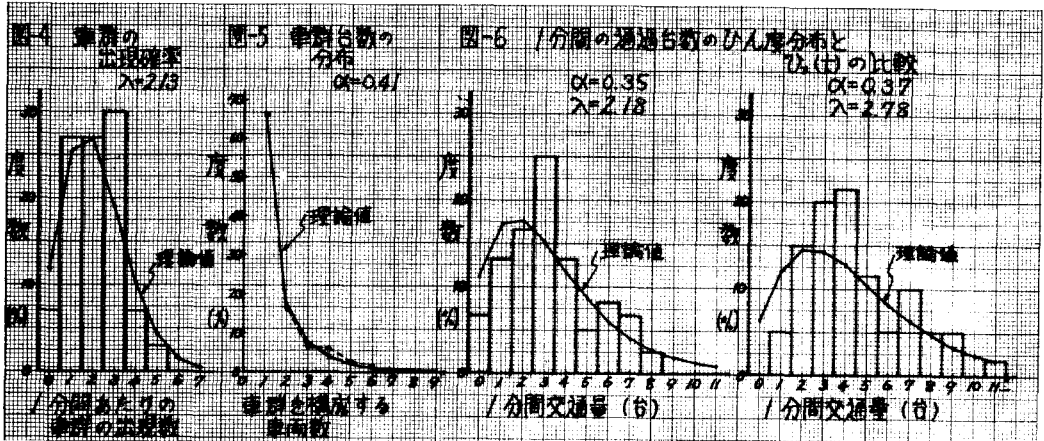
L_m : 合流することができる車頭時隔の最小値

L_1 : 後車Bの合流車に対する最小車頭時隔

L_2 : 合流車の前車Aに対する最小車頭時隔

表-1. 限界車頭時隔

V_1 (%)	30	40	50	60	70
V_2 (%)	45	55	65	75	85
L_m (m)	28.2	34.8	42.1	49.7	60.0
L_T (sec)	3.4	3.2	3.0	3.0	3.1



5. 結 び 著者らはここに1つの交通流モデルを提案した。このモデルの実際の道路交通流における適合度は数少ない実測の結果では良い結果を示しているが、さらに今後の研究成果をまたねばならない。なお、この研究には昭和41年度文部省科学研究補助金を受けたことを付記し、謝意を表する。