Ⅳ－156　　都市高速道路のOFF RAMP WAYにおける交通処理に関する基礎的研究

名古屋工業大学　正　員　　渡辺　新三
名古屋工業大学　学生員　○菅沼健次郎

1. まえがき

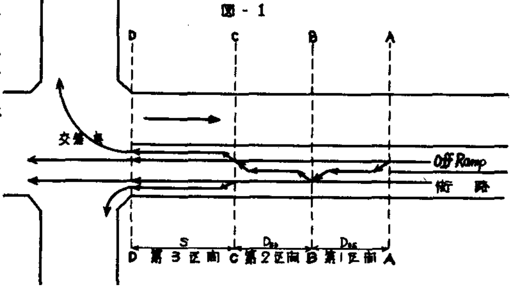
近年大都市における自動車交通の発達はめざましく、それにともなって自動車交通施設である都市高速道路が着々と建設されつつある。我国においてはすでに東京、大阪、神戸の3都市において供用が開始されている。これら都市高速道路は沿道制限、往復交通の中央分離、交差部の立体交差等の施された自動車専用道路であり、これらを利用する車はRAMP WAYより出入しなければならない。このためRAMP WAYは都市高速道路の交通容量を支配する個所として、その計画、設計、供用時の交通処理等に十分な考慮が払われなければならない。本報告はOFF RAMP WAYの設計時に考慮すべきOFF RAMP WAYの街路接続位置の決定手法を提案したものである。

2. OFF RAMP WAYの街路接続位置に関する理論的考察

都市高速道路のOFF RAMP WAYの街路接続位置は図-1のように街路の中央部に設けられ、その接続点前方に街路の平面交差があるような場合が多く見られる。この接続点と交差点の間においては(1)OFF RAMP WAYからの交通のうち前方交差点で左折する交通が街路交通に合流する現象(2)街路交通流のうち前方交差点で右折する交通がOFF RAMP WAYからの交通流に合流する現象(3)交差点での右左折車が右左折車線に分流する現象および交差点の交通信号が停止信号の場合、横断待ち行列を形成する現象が起こっている。したがってこの接続点と交差点の間の距離はこれらの現象をすべて完了させるための長さが必要であり、もし、この長さが短いと、スムーズな右左折ができず、交通渋滞の原因となる。そこで本報告ではこの距離の必要最小長の決定方法について考察するものとする。

さて、この距離を求めるにあたって、この区間を3区間に分け、それらの区間を図-1のように第1区間、第2区間、第3区間と名付ける。そして第1区間においては上述の(1)の現象が、第2区間においては(2)の現象が、第3区間においては(3)の現象が起こるものと仮定し、これらの適切な長さ D_{os}、D_{so}、Sを算出し、加算することにより、OFF RAMP WAYの街路接続点と交差点の間の距離を求めるものとする。

図-1



2.1. 第1区間長

OFF RAMP WAYからの交通のうち前方の交差点で左折するものが接続点(図-1のA-A点)を通過してから街路交通流(速度 V_s)に合流するためにどのくらいの時間、待ち走行(速度 V)したら、合流できるかについて、確率論的に考察する。この合流待ち時間の確率密度関数 $W(t)$ はつぎのようにして求める。

OFF RAMPからの左折車が図-1のA-A点を通過した時刻を時刻の原点とする。この車が時刻 t まで街路交通流に合流する機会をうかがいながら走行し、時刻 t と $t+dt$ の間にA-A点を通過してから n 台目の街路交通に追い抜かれる確率を $U_n(t)dt$ とする。これは時刻 t 以前に $(n-1)$ 台の車に追い抜かれ、そして $(n-1)$ 台

目とn台目の車の間に合流できなかったことより起こるので、$u_{n-1}(t-x)dt$を時刻$(t-x)$に$(n-1)$台目の街路交通に追い抜かれる確率$g(x)dx$をその後x時間経過してn台目の車に追い抜かれる確率$a(x)$を速度vで走行しながら合流待ちしている車を基準とした街路交通流の車頭時間々隔がxのとき合流待ち車が街路交通流に合流できる確率とすると、

$$u_n(t)dt = \int_0^t u_{n-1}(t-x)dt \cdot g(x)\{1-a(x)\}dx \qquad (n \geq 2) \tag{1}$$

$n=1$に対してはA-A点を通過してから合流できずに時刻tまで走行したとき1台目の車に追い抜かれる確率であるから、$g_0(t)dt$を時刻tまでに1台にも追い抜かれず、tと$t+dt$の間に1台目の車に追い抜かれる確率とすると、

$$u_1(t)dt = g_0(t)\{1-a(t)\}dt \tag{2}$$

(1)式および(2)式の$u_n(t)dt$をnについて無限大まで加え両辺のdtを消去すると、時刻tまでに合流できずに走行し、時刻tと$t+dt$の間にまた1台の車に追い抜かれる確率密度$u(t)$がえられる。

$$u(t) = \sum_{n=1}^{\infty} u_n(t) = g_0(t)\{1-a(t)\} + \int_0^t u(t-x)g(x)\{1-a(x)\}dx \tag{3}$$

さて、時刻tにn台目の車に追い抜かれ、その車とつぎの車との間に合流できる確率密度関数を$w_n(t)$とすると、

$$w_n(t) = u_n(t)\int_0^{\infty} g(x)a(x)dx \qquad (n \geq 1) \tag{4}$$

A-A点を通過して1台の車にも追い抜かれずに合流できる確率$w_0(0)$は

$$w_0(0) = \int_0^{\infty} g_0(x)a(x)dx \tag{5}$$

$w_n(t)$をnについて0から無限大まで加えると時刻tまで合流待ち走行する確率密度関数$w(t)$がえられる。

$$w(t) = w_0(0)\delta(t) + \sum_{n=1}^{\infty} w_n(t) = \delta(t)\int_0^{\infty} g_0(x)a(x)dx + u(t)\int_0^{\infty} g(x)a(x)dx \tag{6}$$

ここに$\delta(t)$はデルター関数である。

$$C = \int_0^{\infty} g(x)a(x)dx \tag{7}$$

$$C_0 = \int_0^{\infty} g_0(x)a(x)dx \tag{8}$$

とすると、(6)式はつぎのようになる。

$$w(t) = \delta(t)C_0 + u(t)C \tag{9}$$

(9)式の両辺をラプラス変換すると、

$$W(s) = C_0 + U(s)\cdot C \tag{10}$$

ここに
$$W(s) = \mathcal{L}\{w(t)\} = \int_0^{\infty} w(t)e^{-st}dt \tag{11}$$

$$U(s) = \mathcal{L}\{u(t)\} = \int_0^{\infty} u(t)e^{-st}dt \tag{12}$$

また(3)式の両辺をラプラス変換すると、

$$U(s) = \gamma_0(s) + U(s)\gamma(s) \tag{13}$$

ここに
$$\gamma_0(s) = \mathcal{L}\{g_0(t)(1-a(t))\} \tag{14}$$

$$\gamma(s) = \mathcal{L}\{g(x)(1-a(x))\} \tag{15}$$

(13)式より

$$U(s) = \gamma_0(s)/\{1-\gamma(s)\} \tag{16}$$

(16)式を(10)式に代入すると

$$W(s) = C_0 + \gamma_0(s)\cdot C/\{1-\gamma(s)\} \tag{17}$$

(17)式をラプラス逆変換すると合流待ち時間の確率密度関数 $w(t)$ が求まる。

$$w(t) = \mathcal{L}^{-1}\{W(S)\} \tag{18}$$

なお $g(x)$ は合流待ちしている車が街路交通流のある車に追い抜かれたときから x 時間後につぎの車に追い抜かれる確率の密度関数であり、これは速度 v で走行している合流車を基準とした街路交通流の車頭時間々隔分布の確率密度関数に等しい。また $g_0(x)$ は合流待ちしている車がある任意の時刻から x 時間後にはじめて街路交通流の車に追い抜かれる確率の密度関数であり、この $g_0(x)$ と $g(x)$ の間にはつぎのような関係がある。なお次式の m は平均車頭時間々隔である。

$$g_0(x) = \left\{1 - \int_0^x g(x)dx\right\}/m \tag{19}$$

また、$a(x)$ の関数形として、いくつか考えられている。

(1) 階段型
$$\begin{cases} a(x) = 0 & 0 \leqq x < T \\ a(x) = 1 & T \leqq x \end{cases} \tag{20}$$

車頭時間々隔がある一定時間T以上であったら必ず合流できると考える。

(2) 直線型
(3) 指数型
(4) その他
関数型は省略

さて(1)式を時刻0から t まで積分すると、OFF RAMP WAY からの交通のうち前方交差点での左折車が、図-1のA-A点を通過してから t 時間たったとき街路交通流へ合流できる確率 $P(t)$ が求まる。

$$P(t) = \int_0^t w(t)dt \tag{21}$$

いまこの $P(t)$ を適当に決定すればその確率で合流するのに必要な走行時間 t が(21)式より逆に求まる。このtに合流車の速度 v を乗じ、第1区間長 D_{os} を求める。

$$D_{os} = v \cdot t \tag{22}$$

なお実際の計算にあたって、$P(t)$ の値は 0.95〜0.98 をとればよいものと思われる。

2.2. 第2区間長

第1区間の端点(図-1のB-B点)を街路交通のうち前方交差点で右折する車が通過してから t 時間経過したときのその車のOFF RAMP交通流への合流確率およびそれを用いて第2区間長 D_{so} を求める過程は第1区間長を求める過程と同様の考察を行なえばよい。

2.3. 第3区間長

この区間長を決定するもっとも重要な要素は交差点における横断待ち行列長である。

いま交差点において進行信号が現示される直前に交差点手前に n 台の横断待ち行列のできる確率を P_n とすると、n 台以下の行列のできる確率 p は

$$p = \sum_{n=0}^{n} P_n \tag{23}$$

いま p を適当に決めれば

$$p \leqq \sum_{n=0}^{n} P_n \tag{24}$$

を満足する n の最小値を求めることができる。

つぎに交差点手前で車が行列をつくる場合1台の車が専有する長さを l とすると、p という確率で起こる第3区間長はつぎのようになる。

$$S = l \cdot n \qquad (25)$$

つぎに(24)式におけるP_nを算出する。P_nの間にはつぎのような関係がある。

$$\begin{cases} P_0 = \sum_{j=0}^{c} P_j G_{c-j} \gamma_0 \\ P_n = \sum_{j=0}^{c} P_j G_{c-j} \gamma_n + \sum_{k=1}^{n} \left(\sum_{j=0}^{c+k} P_j g_{c+k-j} \gamma_{n-k} \right) \qquad (n = 1, 2, 3 \cdots) \end{cases} \qquad (26)$$

ここにg_jは信号が進行信号の間に交差点にj台の車が到着する確率、G_jは信号が進行信号の間に交差点にj台以下の車が到着する確率、γ_jは信号が注意および停止信号の間に交差点にj台の車が到着する確率、cは交差点の1信号周期の容量である。

(26)式よりP_j($j=0, 1, 2, \cdots$)を近似的に求めるにはつぎのようにする。いまじゅう分大きな整数nを定め、(26)式より$n+1$個の式を求める。これらの式は未知数P_jの数が$n+c+1$の連立一次同次方程式であり、P_jを直接求めることはできない。そこでP_{n+2}、P_{n+3}、$\cdots P_{n+c}$の各項が非常に小さくなるものと予想されるので、これらの式から省略し、P_0、P_1、$\cdots$、P_n、P_{n+1}の比を求める。これらの比を次式に代入し各P_jの値を求める。

$$\sum_{j=0}^{n+1} P_j = 1 \qquad (27)$$

以上P_jを算出するにあたってg_j、G_j、γ_j、cは既知でなければならない。たとえば交差点へ到着する車がポアソン到着をしているものとすると、g_j、G_j、γ_jはつぎのようになる。

$$g_j = (\lambda \cdot t_g)^j e^{-\lambda t_g} / j! \qquad (28)$$

$$G_j = \sum_{j=0}^{j} g_j \qquad (29)$$

$$\gamma_j = (\lambda \cdot t_r)^j e^{-\lambda t_r} / j! \qquad (30)$$

ここにt_gは進行信号現示時間、t_rは注意信号および停止信号現示時間、λは単位時間あたりの車の到着台数。また交差点の1信号周期の容量cを交差点の信号が進行信号になったとき交差点に停止していた車の進行信号中に交差点に進入できる最大数と定義する。これはつぎのようにして求める。

いま進行信号現示時間t_gが$t_g \geqq v_0^2 t_a / 2\alpha l + v_0 / \alpha$であれば、

$$c \leqq (2\alpha v_0 t_g - v_0^2) / 2(t_a + \alpha l) + 1 \qquad (31)$$

を満足するcの範囲にある整数のうち最大のものが1信号周期の交差点の容量cである。

また$t_g < v_0^2 t_a / 2\alpha l + v_0 / \alpha$であれば

$$c < \left(\alpha t_a t_g + l - \sqrt{2\alpha l t_a t_g + l} \right) / \alpha t_a^2 + 1 \qquad (32)$$

を満足するcの範囲にある整数のうち最大のものが1信号周期の交差点の容量cである。

ここにv_0は車が交差点を通過するときの速度、αは停止車の加速度、t_aは停止車の運転手が前車の発車から自分の車を発車させるまでの反応時間である。

なお、横断待ち行列はOFF RAMP交通流が形成するものと、街路交通流が形成するものの二者を考えるが、第3区間の算出にあたっては二者のうち、交差点における直進交通量の大なものを採用する。

3. 結論

OFF RAMP WAYの街路接続点と交差点間の必要最小長は以上求めた第1区間長、第2区間長および第3区間長の和とすればよい。本理論に基づく計算例は紙面の都合上省略する。

なお、この研究には昭和41年度文部省科学研究補助金を受けたことを付記し謝意を表する。

参考文献　Frank A. Haight: "Mathematical Theories of Traffic Flow" Academic Press 1963