

1. 緒言

発生集中交通量を与えられたとすに、これをOD交通量に分解することによって始めて、道路網に与えるOD交通量を表すことができ、道路計画の検討をなすことができる。従来、トリップのOD分布を算定する方法として、平均成長率法、デトロイト法、フレイター法、塚原法などが適用されているが、ここでは確率的には最尤推定法と一致するエントロピー法について述べる。

2. OD表の確率的性質

いま表-1にみられるように、交通発生地が*r*個、吸収地が*r*個あるものとし（これらのゾーンは一部重複してもよいし、全然重複しなくてもよい）、各交通発生地の発生量を $U_1, U_2, \dots, U_r$ 、各吸収地の吸収量を $V_1, V_2, \dots, V_r$ とする。

また総発生量と総吸収量とはひとしく*T*とする。すなわち

$$T = \sum_{i=1}^r U_i = \sum_{j=1}^r V_j \quad (1)$$

ゾーン*i*から*j*への交通量を X_{ij} とする。このとき

$$\sum_{j=1}^r X_{ij} = U_i, \quad \sum_{i=1}^r X_{ij} = V_j \quad (2)$$

が成立する。

ここで問題とすることは、周辺分布 U_i, V_j ($i=1, 2, \dots, r; j=1, 2, \dots, r$) を与えてOD交通量 X_{ij} を求めよ、ということである。

いま

$$X_{ij} = U_i p_{ij} \quad (3)$$

と置き、 p_{ij} はゾーン*i*から*j*への遷移確率であると定義する。また

$$U_i = U_i / T, \quad V_j = V_j / T \quad (4)$$

と置き、 U_i をゾーン*i*の相対的交通発生力、 V_j をゾーン*j*の相対的交通吸引力とよぶことにする。

式(3)および式(4)によると、式(2)の条件式は

$$\sum_{j=1}^r p_{ij} = 1, \quad \sum_{i=1}^r U_i p_{ij} = V_j \quad (5)$$

と変形される。式(5)はOD表のもつ当然の性質である。

そこで X_{ij} すなわち p_{ij} を確率的に決定してみよう。 p_{ij} が定められたならば、 X_{ij} は式(3)によって求められるからである。

ゾーンの数は発生ゾーンが*r*個、吸収ゾーンが*r*個であるから、ODの種類は*r*²個存在し、*T*をこれらのODに X_{ij} がずつ割りあてられるものとすれば、その同時確率*P*は多項定理により

$$P = \frac{T!}{X_{11}! X_{12}! \dots X_{rr}!} (p'_{11})^{X_{11}} (p'_{12})^{X_{12}} \dots (p'_{rr})^{X_{rr}} \quad (6)$$

と与えられる。ここに p'_{ij} は X_{ij} というODの生じる基本確率であり、重力モデルを考えるとこれは

$$p'_{ij} = \alpha u_i v_j t_{ij}^{-\gamma} \quad (\gamma \geq 0) \quad (7)$$

を採用する。ここに α は比例数、 t_{ij} は i, j 間の所要時間、 γ は常数である。

式(6)を最大にすることは、 $X_{ij} \geq 100$ のヒスタグラム法 $\log(X!) = X \log X - X$ を用いて

$$R = -\sum \sum u_i p_{ij} \log p_{ij} - \gamma \sum \sum u_i p_{ij} \log t_{ij} \quad (\gamma \geq 0) \quad (8)$$

を最大にすることと等価である。

したがって、条件式(5)のもとで式(8)を最大にする p_{ij} を求めるならば、OD交通量が式(3)で与えられる。重力モデルを仮定するかわりに、ゾーン間の時間距離が近くなびく指数モデルを採用すると

$$p'_{ij} = \alpha u_i v_j e^{-\beta t_{ij}}$$

$$\text{このとき目的関数は} \quad R = -\sum \sum u_i p_{ij} \log p_{ij} - \beta \sum \sum u_i p_{ij} t_{ij} \quad (9)$$

となる。また鉄道旅客のように距離が少なく、ある距離にピークがある分布の場合は基本確率として

$$p'_{ij} = \alpha u_i v_j t_{ij}^{\beta} e^{-\beta t_{ij}} \quad (\beta, \gamma \geq 0) \quad (10)$$

を仮定すればよい。

3. 交通目的別OD交通量の算出

買物交通を考えると、住宅地ゾーンとして1, 2, ..., nを、商店街ゾーンとして1, 2, ..., rを考える。住宅地からの交通発生力を世帯数に比例させ、商店街の吸引力を店舗数もしくは商店従業者数にとり、 u_i, v_j を決定するならば、ゾーン間の所要時間 t_{ij} を与えることによって買物客のODを決定することができる。京都市および大阪府柏原市における買物調査の資料を用いて実証的研究を行なったが、非常に適合度の高い方法であることも確認した。

観光地への観光客のODについてもまたよい適合性を示した。通勤交通については地域間の特殊な結びつきのため、適合しにくいと考えられているが、その他の交通目的のトリップにくらべて適合性が悪いとは判断されるなかった。その

一例は表-2であり、ゾーン内は所要時間が不正確となり、しかもこの短い所要時間がODパターンに鋭敏にひびくので、ゾーン内は別網に推定する方がよい。

業務交通を求めるときには、交通発生力と吸引力とはひとしいと考えられるので(いずれも従業者数に比例する)。

$$u_i = v_i = w_i$$

と置くことができ、条件式は式(5)に対して

$$\sum_i p_{ij} = 1, \quad \sum_j w_j p_{ij} = w_j \quad (11)$$

$$\text{目的関数は} \quad R = -\sum \sum w_i p_{ij} \log p_{ij} - \gamma \sum \sum w_i p_{ij} \log t_{ij} \quad (12)$$

である。式(11)のもとで式(12)を最大にするOD交通量は対角線に対して左右対称($X_{ij} = X_{ji}$)となる。

このようにして、交通目的別交通発生力を u_i 、吸引力を v_j とすることによって、交通目的別OD交通量を算定することができる。

表-2. 県間通勤の $u_i p_{ij}$ の値 上段: 発生値, 下段: 計算値

D \ O	大阪府	兵庫県	京都府	奈良県	和歌山県	滋賀県	三重県	計(u_i)
大阪府	0.09338 0.07435	0.02870 0.04372	0.00976 0.01357	0.00760 0.00600	0.00176 0.00534	0.00056 0.00167	0.00076 0.00176	0.14476
兵庫県	0.45252 0.42308	0.00857 0.02636	0.00068 0.00561	0.00054 0.00369	0.00057 0.00319	0.00015 0.00112	0.00015 0.00068	0.46306
京都府	0.10576 0.11115	0.00638 0.01178	0.00760 0.00263	0.00016 0.00107	0.00907 0.00241	0.00021 0.00035	0.00021 0.00035	0.12918
奈良県	0.13664 0.12363	0.00156 0.00898	0.00367 0.00870	0.00098 0.00109	0.00012 0.00099	0.00084 0.00043	0.00084 0.00043	0.14381
和歌山県	0.02861 0.02719	0.00071 0.00294	0.00014 0.00190	0.00157 0.00054	0.00005 0.00028	0.00190 0.00012	0.00190 0.00012	0.03298
滋賀県	0.01638 0.04938	0.00068 0.00517	0.00768 0.00877	0.00011 0.00100	0.00003 0.00058	0.00027 0.00035	0.00027 0.00035	0.06517
三重県	0.01132 0.01673	0.00048 0.00194	0.00106 0.00137	0.00038 0.00046	0.00038 0.00027	0.00090 0.00026	0.00090 0.00026	0.02104
計(v_j)	0.75126 0.75126	0.10519 0.10519	0.09082 0.09082	0.02362 0.02362	0.01269 0.01269	0.01247 0.01247	0.00295 0.00295	