

宮崎大学工学部 正員 藤 本 廣

まえがき

この数年来、筆者は締固めた粘性土のレオロジー的現象のなかより特に応力の緩和機構に関する問題ととりあげ、その基礎的なことと応用面にわたって理論的^{1)~6)}なうびに実験的に研究してきた。その間、研究の方法論としては、一般に土のレオロジーの領域で採用されているいわゆる力学モデルに依らないで、努めて物性論的な配完方法にしたがってきつむうであったが、結果としては不十分な実や不明確な問題点^{初め}がそのまゝ残されていたりして甚だ意に沿わないものであった。

本文は基礎理論^{初め}の部分からそれらの問題点を再検討し、さうに応用面に関する理論的考察の結果をまとめたものである。

§1. 粘土の変形機構と緩和機構

締固めた粘土の骨格構造は、図-1、図-2に示すLambe, T.W.ら¹⁾にTan, T.K.が提案した模式図にしたがい、それらより筆者が仮想した綱目構造^{1), 5), 6)}によることは従前の論文と変りない。以下、若干前巻の論文と重複するかもしれないが、筆者の締固めた粘土の変形機構と応力の緩和機構について説明する。粘土の締固め密度と含水比との関係曲線の各段階（乾燥側、最適含水状態、湿潤側）における骨格構造の差異は、乾燥高度の差、つまり図3で筆者が提案した単位変形機構の数の差と、粘土粒子表面の吸着水層の性状の差に現われる。たゞし文献3)で筆者は湿潤側の構造を粒子が殆んど完全にオリエントしているかの如き説明をしていたが、それを不完全オリエントの状態に改め、さうに近似的に飽和度を1とし吸着水層の粘性抵抗は最小とする。

このような粘土の単位変形機構が平衡状態にあるときは、締固め曲線の階に応じて粘土粒子相互がその表面の吸着水層を介して双極性の水素結合、陽イオン結合、van der Waalsの結合およびCoulomb引力などの二次的結合エネルギーにより結接されているとし、その結接は粘土粒子のエッジ或いはコーナと粒子表面とで行なわれ、一つの単位変形機構には2箇以上のエッジ或いはコーナは結接されないものとする。(図-3)。このような単位変形機構は、外力または応力の作用方向に直角な単位断面積中にN箇、応力の作用方向に平行な単位長さの中にM個あると仮定する。いわゆる有効応力： $\sigma' = \sigma - U = \sigma' + (R_f - A_f)$ はこの単位変形機構を通して分布する。こゝに、 σ は粒子に作用する全応力、 A_f は上述の二次結合力、 R_f は単位変形機構部分以外に作用する電氣的な斥力（repulsion）、 $U (= u_w + u_a)$ は間隙圧（不飽和土では間隙水圧と間隙空気圧の和）、 σ' は粒子固体間に直接作用する粒子間応力である。以上のような構造の粘土に外力が作用すると、その瞬間（ $t = 0$ 、 t は時間）に生ずる綱目構造の配位の変化を停まらない可逆的な瞬間弾性変形 $\Delta \epsilon_r$ が生ずる。この瞬間弾性は粒子自体の弾性と単位

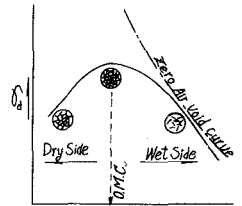


Fig. 1. By Lambe, 1958

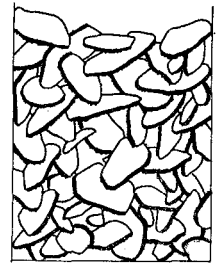


Fig. 2 Schematic picture of clay network by T.K. Tan, 1957

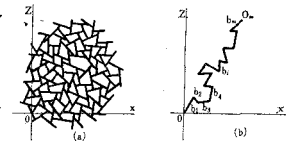


Fig. 3 "Imaginary network" of clay (a), and its "imaginary chain" (b) by the author, 1963

すなわち、(5)式により可視的ヒズミ ϵ は、 $\epsilon = \epsilon_0 + \lambda$ (6)、ここに、 $\lambda = \Delta L_{ir}/L_0$ 、(図-4)で不可逆的ヒズミを表わす。さうに入は有効応力 $(\sigma' - \sigma_0)$ と時間 t に比例するとして、 $\lambda = \mu(\sigma' - \sigma_0)t$ (7)、とする。(7)式の λ はヒズミ速度 (strain rate) を表わす。また(6)式から、 $d\epsilon/dt = d\epsilon_0/dt + d\lambda/dt$ (8)、となり、(4)、(6)、(7)および(8)式から次式が求まる。 $d\epsilon/dt = (d\sigma'/dt)/E_0 + \mu(\sigma' - \sigma_0)$ (9)
 λ は、 $\mu = d\lambda/dt = (\sigma' - \sigma_0)/\eta$ (10)、で、粘土粒子の吸着水層に Eyring の粘性理論を適用して求めると(11)式のようになる。(図-5)。 $\mu = A_1 M \sinh(B_1(\sigma' - \sigma_0)) = A_2 \sinh(B_2(\sigma' - \sigma_0))$ (11)。したがって粘土の構造粘性 η は(10)式から、 $\eta = (\sigma' - \sigma_0)/A_2 \sinh(B_2(\sigma' - \sigma_0))$ (12)、となる。 A_1 、 B_1 はレオロジー定数である。以上によって筆者が提案する粘土の基本レオロジー方程式は次式となる。

$$d\epsilon/dt = (d\sigma'/dt)/E_0 + A_2(\sigma' - \sigma_0) \sinh(B_2(\sigma' - \sigma_0)) \quad (13)$$

(13)式で、 A_1 は、 $A_1 = 2CC_0\eta_w\sigma_w M$ 、で表わされ、 B_1 は、 $B_1 = CC_0a/2NRT$ 、で表わされる。ここに C は吸着水層に生ずる(粒子のズレに起因する。図-5)セリ断変位の方向の吸着水層分子の平衡位置間距離、 CG は吸着水層分子によって占有される有効面積、 η_w は吸着水層のセリ断変位の方向に平行な単位長さの中に直列に存在する吸着水層の単位変形機構の数、 $\sigma_w = \mu_w = (kT/h) \exp(-U_w/RT)$ で表わされる吸着水層のセリ断ヒズミ速度恒数、 h は Planck の定数、 U_w は吸着水層分子の移動に対するポテンシャル障壁である。これらは先の E_0 と共に粘土のレオロジー機構に因する分子論ないし物性論的な説明の可能性を示すものである。

(13)式を応力緩和あるいはクリープなどに就いて解くに当たっては次のように考える。すなわち、(i)瞬間弾性変形に対応するもの、(ii)吸着水層に起因する粘塑性変形に対応するもの、(iii)空隙流体の完全粘性に対応するもの、という三種の分担部分に分けて考え、それぞれの変形機構のヒズミは共通で、応力 σ' 、 σ_0 、 $\sigma_0' (=u$: 空隙圧)の和が外から作用せしめられた全応力 σ と平衡するとして次のように表す。 (i)、 $d\epsilon/dt = (d\sigma'/dt)/E_{01}$ 、(ii)、 $d\epsilon/dt = (d\sigma_0'/dt)/E_{02} + A_{12}(\sigma_0' - \sigma_0) \sinh(B_{12}(\sigma_0' - \sigma_0))$ 、(iii)、 $d\epsilon/dt = \sigma_0/\eta_w$ 、 (14)。上式中、 E_{01} は粘土粒子自体の弾性率、 E_{02} は単位変形機構部における電気的斥力や吸着水層自体の瞬間弾性による弾性率、 η_w は空隙流体の粘性率である。クリープや応力緩和は上記(ii)の項に起因する。(14)式の応力緩和に関する解は次式となる。

$$\sigma'_{(t)} = \frac{E_{01}E_{02}}{E_{01}tE_{02}} \left[\epsilon_0 + \frac{2\sigma_0}{E_{02}} - \frac{E_{01}tE_{02}}{E_{02}} \ln A_{12}t \right], \quad A_{12} = A_{12}B_{12}E_{01}E_{02}(\sigma_0' - \sigma_0) \quad (15)$$

(15)式で、 $t \rightarrow \infty$ 、のとき、 $\sigma_0 = 0$ 、 $\sigma_0' = 0$ 、とすれば、(15)式は $\sigma'_{(t \rightarrow \infty)} = E_{01}E_{02}\epsilon_0/(E_{01} + E_{02})$ (16)となり村山教授の結果⁷⁾と同一となる。クリープに関しては同様にしてその解が求められるが頁数の都合でここでは省略する。

§3. 三軸圧縮条件下の応力・ヒズミ曲線について

三軸圧縮試験による粘土の応力・ヒズミ曲線に上述の理論を適用するには(13)式そのまゝより先うように一般化した(17)式で考察した方が便利である。今、セル圧 σ_0' と軸方向主応力 σ_1' を受けている試体で、水平方向 α の傾きをなす面上の応力は、 $\sigma' = (\sigma_1' + \sigma_0')/2 + (\sigma_1' - \sigma_0') \cos 2\alpha/2$ 、 $\tau = (\sigma_1' - \sigma_0') \sin 2\alpha/2$ である。圧縮試験はヒズミ制御方式で行なわれるものとする。この場合、観測される主応力差 $P_{(t, \epsilon)}$ は $P'_{(t, \epsilon)} = \sigma'_{(t, \epsilon)} - \sigma_0' = 2\tau'_{(t, \epsilon)}/\sin 2\alpha$ 、となる。ただし、圧縮試験は σ_0' 一定で行なわれる。この場合、 $P'_{(t, \epsilon)}$ が、 $P'_{(t, \epsilon)} < 0$ 、なる条件にある間は試料は弾性領域にある。変形が進んで $P' > 0$ 、となると(13)式が適用される。(13)、(14)式を変形して次のようにする。 $d\epsilon/dt = (dP'/dt)/G_{01} + A_{12}(P' - \sigma_0') \sinh(B_{12}(P' - \sigma_0'))$ 。

変形機構部の斥力および吸着水層の瞬間弾性から成る。この過程で有効応力成分により単位変形機構に蓄積された外部エネルギーが単位変形機構の粒子の結合エネルギー以上になると粒子のズレ (Leaping あるいは slipping) を生起するようになり、単位変形機構にミフロなズレ変形 α (あるいは α') が生ずる。この過程の変形は綱目構造の配位の変化をもたずついで不可逆的である。このミフロなズレ変形の試料全体にわたって累積したもの (ΔL_{ir}) と、先の ΔL_r とにより可視的な変形 $\Delta L = \Delta L_r + \Delta L_{ir}$ が形成されているものとする。

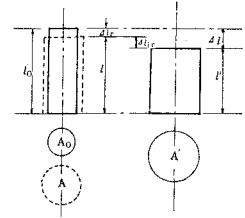


Fig. 4 Relation between reversible instantaneous elastic deformation and irreversible viscoplastic deformation of soil, 1963, Fujimoto

応力の緩和現象は、この可視的変形 $\Delta L = \text{constant}$ を粘土に与えたときに生じた有効応力成分が、 ΔL を一定に保っている間に前述の経過に従って粒子がズレる際に吸着水層の粘性抵抗によって熱エネルギーとなって消散していく現象とみなす。一方、クリープは一定の外力の作用下における粒子のズレの進行過程につれて ΔL_{ir} 、つまり ΔL が増していく現象である。

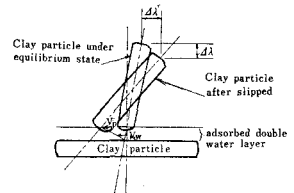


Fig. 5 Schematic representation of slipping of clay particle at unit mechanism of deformation 1963, Fujimoto

§2. レオロジー方程式の誘導

12.3.1)

前章論文^{12.3.1)}でレオロジー方程式は次のようにして誘導した。すなわ

3. 熱力学の第一法則に Helmholtz の自由エネルギー $H = U - T \cdot S$ (

U は考えている系の内部エネルギー、 T は絶対温度、 S はエントロピー) を導入し、一旦、外力 F をエネルギー弾性 ($\partial U / \partial L$) $_{T=\text{const.}}$ とエントロピー弾性: $T(\partial S / \partial L)_{T=\text{const.}}$ の和として表わした後、 F と T との関係と直線的と仮定して F をエントロピー弾性の項のみで表わす。次に提案した綱目構造 (図-3) の分布の状態確率 P と分布が円対称として次の様に求める。

(1) 式で、 $P^2 = \pi \bar{r}^2 / 2$, $\bar{r}^2 / 2 = \bar{r}_x^2 + \bar{r}_y^2$ である。

$$P = \iint_A \frac{m^2}{2\pi p^2} \exp\left(-\frac{(x^2+y^2)}{2p^2}\right) dx dy \quad \dots\dots\dots (1)$$

(1) 式と $S = k \ln P \dots\dots\dots (2)$, (k は Boltzman の定数) とから S を求め、弾性とズレ: $\bar{\xi} = L / L_0$ と S と 1 回微分してそれをエントロピー弾性の項のみで表わした上記 F の式に代入すれば、 $\frac{\partial F}{\partial \bar{\xi}}$ と $\bar{\xi}$ との関係が (3) 式のように求められる。

$$\alpha = (\beta N m^2 k T / V) \bar{\xi} = \bar{E}_0 \bar{\xi} \quad \dots\dots\dots (3), \text{ ただし、} \beta \text{ はエントロピー}$$

弾性とエネルギー弾性との間の比例定数、 V は試料の体積である。 V を一定とすれば一定温度 T の下では β, N, m, k が定数となるので $\bar{E}_0$ は定数であり、式 (3) の形から $\bar{E}_0$ は弾性率とみなして差支えない。また、 $N m^2 / V$ は粘土の乾燥密度に対応するものとするれば $\bar{E}_0$ は $N m^2 / V$ に比例しているので (1) 式は一応合理的である。ヒズミを普通ヒズミと表示: $\xi = \Delta L_r / L_0$, (図 4) にすれば、 $E_0 = \bar{E}_0 \bar{\xi} / \xi$, として、(3) 式は、 $\alpha = E_0 \xi \dots\dots\dots (4)$, あるいは、 $\xi = G_0 \int \dots\dots\dots (4)'$ となる。ただし、 ξ はせん断応力、 G_0 は剛性率、 $\int$ はせん断弾性ヒズミを表わす。

ところで、(4) 式はあくまでも弾性変形の領域で成立するものである。したがって今、単位変形機構の粒子のズレを拘束する結合エネルギーと略とし、考えている単位変形機構の総数 $N \cdot M$ については $\alpha \times N \cdot M = \alpha_0$ が成立するとして α_0 を下限降伏値とみれば、(4) あるいは (4) 式の α または ξ は $\alpha < \alpha_0$, $\xi < \xi_0$ である。可視的な^{変形} $\Delta L = \Delta L_r + \Delta L_{ir} \dots\dots\dots (5)$ の不可逆^{変形} ΔL_{ir} は、 $\alpha > \alpha_0$, または $\xi > \xi_0$ の条件下ではじめて生ずるものである。 $\alpha > \alpha_0$ あるいは $\xi > \xi_0$ の条件下で (4) 式に基づいて不可逆的変形領域における応力と変位の関係を表わすレオロジー方程式を得るには次のような方法を採用する。

上式はさらに書き直すと次のようになる。 $de/dt = (dP'/dt)/G_{0M} + (P' - \sigma_0)/\eta$, これは又、次のようにも書ける。 $G_{0M} \dot{e} = \dot{P}' + (P' - \sigma_0)/t_R$, (17) ここで、 $G_{0M} = G_{01} G_{02} / (G_{01} + G_{02})$, $t_R = \eta / G_{0M}$ で t_R は緩和時間 (relaxation time) である。 (17) 式を一般的に解くと、 $P' = \exp(-t/t_R) \{ P'_0 + G_{0M} \int_0^t \exp(t/t_R) dt \}$ (18)

P'_0 は初期応力である。 (18) 式でもし $\dot{e} = 0$ ならば応力緩和となる。変形速度が一定なら、 $\dot{e} = C$ として、

$$P' = C G_{0M} t_R + (P'_0 - C G_{0M} t_R) \exp(-t/t_R), \text{ あるいは、 } P'_0 = C \eta + (P'_0 - C \eta) \exp(-t/t_R) \dots \dots \dots (19)$$

(19) 式は P'_0 が C の大きさで変化することを示す周知の式である。 (19) 式で、今、 $\dot{e} = C = C_0 = P'_0 / \eta$, なる一定速度で変形するときは、 $P'_0 = C \eta = P'_0$ となり応力は一定のままである。すなわち、 $\dot{e} = C > C_0 = P'_0 / \eta$, ときは応力が増大し、 $\dot{e} = C < C_0 = P'_0 / \eta$, なる条件では逆に応力が減少する。このことは、 $\dot{e} = C \leq C_0 = P'_0 / \eta = P'_0 / t_R G_{0M}$ の変形速度で変形させても破壊に到達しないことを意味する。以上のことを緩和時間 t_R からみればこう言うことになる。つまり t_R より遙かに短かい時間観測なら粘土は弾性を示し、逆にほかに長い時間観測では粘性を示す。粘土が粘弾性を示すのは t_R と同じ程度の時間観測においてある。破壊は t_R 以下の時間観測に対応する変形速度で圧縮して、緩和の起生する時間的余裕がないよりせん断領域の単位変形材構が $P' > \sigma_0$ の有効応力を受けて粒子が完全にオリエントした状態とみてよからう。 (図-7) はカオリンの乾燥側 ($S_r = 60\%$) の伏試体を $\sigma_0 = 1.0 \text{ kg/cm}^2$ の下で P' を増加し、その途中で緩和を生ぜしめた後破壊までさらに P' を増大したときの応力・ヒズミ曲線と途中の緩和曲線を示したものであるが、これについての考察は講演時に説明する。

§4. 土圧との関連性について。
主^受土圧の経時変化にも §3 のことは関連する。21回講演会で筆者は裏込粘性土が一定のせん断変位を生じてそれに伴うでの緩和により主^受土圧が増大することを指摘したが、せん断変位が一定に保たれなくてもその変位速度の如何によって土圧に変化を生ずる。すなわち、変位速度 C が、 $C < C_0$ ならでが緩和し結局主^受土圧は増大する。また $C > C_0$ なら逆に減小することになる。このような事例が昨年宮崎県油津泥の岸壁工事中に観測された。

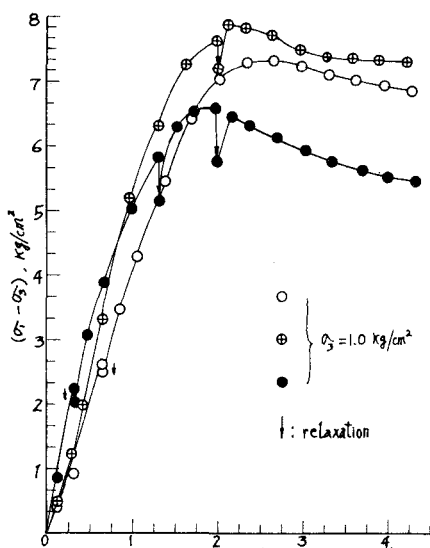


Fig. 6 Stress-Strain Curve of Kaolinite with Stress Relaxation.

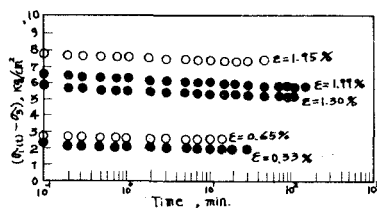


Fig. 7. Relaxation Curve of Kaolinite

参考文献

- 1) 内田 藤本: 粘土の応力緩和材構についての考察, 「材料」, Vol. 12, No. 116, 28-5.
- 2) 藤本: 弾固め土不飽和土の軸圧縮条件下の応力緩和に関する実験的考察, 土木学会論文集, No. 119, 40-7.
- 3) 藤本: 三軸圧縮条件下における不飽和土の応力緩和とその応用について, 第20回年次学術講演会概要集, 40-5.
- 4) 藤本: 粘土の応力緩和現象の応用性について, 第21回年次学術講演会概要集, 41-5.
- 5) Fujimoto: The Theoretical Research on the Stress Relaxation of Clay by Thermo Dynamics and Statistical Mechanics, IUTAM, RHEOLOGY and SOIL MECHANICS, 1964.
- 6) Fujimoto: The Molecular or Particle Theory on the Stress Relaxation of Clay and its Application to Model Analysis, 宮大工研究報告 (英大).
- 7) 内田: 粘土のオリエント特性の確率論的考察, 「材料」, Vol. 14, No. 137, 40-4.