III－58　岩盤内の断層の置き換え補強の力学的効果の解析法とその応用
（非線型変形や非均質状態の考慮）

電力中央研究所　正員○林　正夫
正員　日比野　敏

1.目的　岩盤工事とくにアーチダムや原子力発電所などでは断層や破砕帯が構造物の安定に及ぼす影響を詳細に知り度いが，従来は剛体的な滑り摩擦安全率，均質等方の弾性解に頼っていたので，岩盤で重要視すべき非線型な変形特性，各種の非均質な地質状態，持続荷重によるクリープ現象および非線型な破壊の包絡線なども考えに入れられなかった。筆者らは兼ねてこれら岩盤特有の複雑な特性を考慮した設計法を研究してきたので，その一端を報告する。

2.研究結果の要点．方法論としては系を多数の要素の集合と考えて各要素の変形の適合条件を仮想仕事の原理を用いて保持し，系としての変形の適合性をひずみエネルギーの釣合いに基いて保持し，一連の式の変換はマトリックス代数によった。この手法は変位マトリックス法，一名 Finite Element 法と呼んでいるものであり，今回とくに方法論的に拡張を試みた点はつぎのような事項である。(1) 平面歪状態で二軸的応力場で非線型な破壊の包絡線と非線型な変形特性の関連を考慮しながら，任意の荷重増加段階での上述の適合条件を保持しながら，任意の非均質場の応力や変形を論じる方法を示したこと．(2) 同時にクリープ特性による変位の増大，荷重の増加による変位の増大などにより，従来の"微少変位"の考え方とみなせない場合の考慮として"有限変位"として経時的に上記の適合条件を数値計算過程で補正する方法を採ったこと (3) 上述の諸要素を同時に考慮に入れた電子計算プログラムを完成し，すでに，いままでは極めて困難であった岩盤の補強の工事規模と変形抑制効果の関連，非均質状態での逐次破壊などを研究し，設計についてもいくつかの実用的指針を得たこと，などが挙げられる。しかし乍ら，決して万能な方法ではなく，つぎのような仮定については今後研究を深めなければならない。

3.仮定．(1) 平面歪の解法であるので三次元的な応力拡散効果については未だ適用できない。(2) 慣性力，減衰力の項は省略しているので動的な破壊現象には適用できない。(3) 考える構造系をできるだけ沢山の要素に分割すると，応力勾配や境界形状，非均質場の内部境界形状などの急変するところで結果の精度が上がるが，実用上は電子計算の費用の面からの制約がでてくる。(4) 岩盤内の分離面や不連続面は，有限の厚さとごく小さな剛性およびごく小さな強度を有する層と考えて近似する。したがって厳密には面の滑りを層のせん断変形と考えて連続体として考えている。(5) 各要素内では平均応力，平均ひずみを各座標軸方向で考えるにすぎない。応力勾配の大きいところでは，要素を細かくして精度を上げるより仕方がない。変位は各要素内では線型に変化していると仮定している。(6) 既知として予め与えるせん断強度，内部摩擦角，初期変形係数，初期ポアソン比，先行荷重，間げき水圧などは系全体としては，地質調査や岩盤試験などの値に立脚して任意に与え得るが，各要素の中では同じ値と仮定する。(7) 非線型な変形問題を上述の複雑な諸要因を同時に考慮するために，有限の荷重増分ごとの階段的取り扱いをしており折線状非線型弾性の取り扱いである。

この点は荷重増分を細かくとれば事実上問題とするに足らない。(8) クリープを考慮する場合に，クリープと表裏一体である圧密にともなう歪硬化は省略している。岩盤の場合はそれでもよいが，土の場合にはその項を加えるべきである。

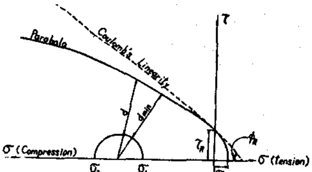

Fig. 1　Failure Criteria by Parabolic Equation

4.解析方法　系全体が任意の形，大きさの三角形要素の集合として表現されるとし，各要素の初期変形係数 $D_{R,\,initial}$，初期ポアソン比 $\mu_{R\,initial}$，3頂点 i（ヒンヂ），j（x方向に移動可能のローラー），k（変形自由）の一般座標 x, y 方向への投影辺長をそ

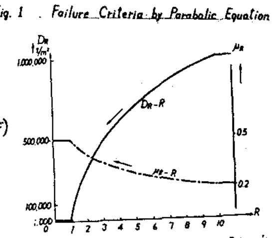

Fig. 2 Modulus of Deformability Dr and Poisson's

れぞれ a_j, b_j, a_k, b_kとする。すなわち $a_j=x_j-x_i$, $b_j=y_j-y_i$, $a_k=x_k-x_i$, $b_k=y_k-y_i$である。

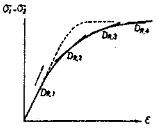

Fig 3 Non-Linear Stress-Strain Curve

各要素内にひずみ ε_x, ε_y, γ が生じたときの変形 $\{u_j, u_k, v_k\}=\{V\}$ は(1)式で表わせる。

$$\{V\}=\begin{bmatrix} a_j & b_j^2/a_j & b_j \\ a_k & b_k b_j/a_j & b_k \\ 0 & (b_k-a_k b_j/a_j) & 0 \end{bmatrix}\{\varepsilon\}=[B]\{\varepsilon\} \quad \cdots\cdots\cdots (1)$$

応力 σ_x, σ_y, τ と $\{\varepsilon\}$ の関係は、各荷重増分 $\{\Delta L\}$ ごとに後で述べる変形係数 $\{D_R\}$、およびポアソン比 $\{\nu_R\}$ を用いて

$$\{\sigma\}=\frac{D_R}{(1+\nu_R)(1-2\nu_R)}\begin{bmatrix} 1-\nu_R & \nu_R & 0 \\ \nu_R & 1-\nu_R & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu_R}{2} \end{bmatrix}\{\varepsilon\}=[H]\{\varepsilon\} \quad \cdots\cdots\cdots (2)$$

であるから $\{\sigma\}=[H][B^{-1}]\{V\}$ とも表現できる。

つぎに、各要素の内力，外力，ひずみ，節点変形などの間を力学的に適合した関係に保つために仮想仕事の原理を適用する。各節点に適用する単位仮想変位 $[I]$ による仮想歪を $\{\bar{\varepsilon}\}$ とすれば，$\{\bar{\varepsilon}\}=[B^{-1}][I]$ となり，一方節点力 $\{F\}$ による外部仮想仕事 W_e は $W_e=\{I\}\{F\}$ で内部仮想仕事 W_i は $W_i=\iint\{\bar{\varepsilon}\}^T\{\sigma\}\,dx\,dy=\iint[B^{-1}]^T[H][B^{-1}]\{V\}\,dx\,dy$ となる。そこで $W_e=W_i$ の条件から $\{F\}=\iint[B^{-1}]^T[H][B^{-1}]\,dx\,dy\,\{V\}=[k_t]\{V\}$ となる。この $[k_t]$ が要素の剛性マトリックスであり，上述のように転置T，乗法，除法を行列論にもとづいて実施し，さらに積分を遂行すると式(3)が得られる。この剛性マトリックスは Clough R.W.[1] により得られたものである。各要素の影響を重ね合すためには $[k]=「k_t」$ を用いればよい。ここに「」は斜め行列とする。以上で $\{F\}=[k]\{V\}$ の関係が得られた。

$$[k_t]=\frac{D_R}{(1+\nu_R)(1-2\nu_R)(a_j b_k-b_j a_k)}\begin{bmatrix} \xi b_k^2+\mu a_k^2 & \text{対} & \text{称} \\ -(\xi b_j b_k+\mu a_j a_k), & \xi b_j^2+\mu a_j^2 & \\ \frac{\mu\kappa}{2}a_j b_k+\mu a_k b_j, & -\kappa a_j b_j, & \xi a_j^2+\mu b_j^2 \end{bmatrix} \cdots (3)$$

ξ = 1
τ =

つぎに，一般座標での節点変位 $\{\Delta r\}$ と要素の節点変形 $\{V\}$ の関係を $\{V\}=[a]\{\Delta r\}$ とする。そして $\{\Delta r\}$ と一般座標での節点力（外力）$\{\Delta L\}$ が $\{\Delta L\}=[K]\{\Delta r\}$ で結びついているとすると，外的なエネルギー $\{\Delta r\}^T\{\Delta L\}$ は内的なエネルギー $\{V\}^T\{F\}$ に等しくなければ系として適合しないので $\{\Delta r\}^T\{\Delta L\}=\{V\}^T\{F\}$ であり，かつ $\{\Delta L\}=\{\Delta r^{-1}\}^T\{V\}^T\{F\}=[a]^T\{F\}$，$[K]\{\Delta r\}=[a]^T[k]\{V\}$ などの変換を用いると，一般座標での剛性マトリックス $[K]=[a]^T[k][a]$ が求まる。これは $[k]$ と $[K]$ を関係づける一種の座標変換である。

上述の $[a]$ の中は，問題に応じてつぎの3つの要素マトリックス $[a_i][a_j][a_k]$ が含まれる。

$$\{V\}=\begin{bmatrix} -1 & -b_j/a_j \\ -1 & -b_k/a_j \\ 0 & (a_k-a_j)/a_j \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \Delta r_i^x \\ \Delta r_i^y \end{Bmatrix}=[a_i]\{\Delta r_i\},\quad \{V\}=\begin{bmatrix} 1 & b_j/a_j \\ 0 & b_k/a_j \\ 0 & -a_k/a_j \end{bmatrix}\{\Delta r_j\}=[a_j]\{\Delta r_j\},\quad \{V\}=\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\{\Delta r_k\}=[a_k]\{\Delta r_k\}\cdots\cdots$$

各要素ごとの応力マトリックス $\{\sigma\}=[H][B^{-1}]\{V\}=[G_i]\{V\}$ から系としての応力 $\{\Sigma\}$ は $\{\Sigma\}=「G_i」\{V\}$ によって重ね合せて求まる。

岩盤の破壊の包絡線は，通常の現地岩盤試験で概念的に用いている線型な内部摩擦法則よりも，放物線的な形状を考える方が正しいと考える。その論拠は微視的な欠陥の破壊から巨視的な破壊を論じた Murrel S.A.F[2] の式が放物線であること，いくつかの岩盤の現地せん断試験の結果が，かなりの非線型な包絡線を示すこと，通常の現地岩盤試験は試験の便宜上，ごく低い拘束圧の下でしか試験をしないので，拘束が比較的つよい領域についても直線的な破壊の包絡線とするのは当らないこと，土の場合の破壊の包絡線も決して線型ではないことなどである。そこで図1のように放物線の破壊の包絡線を考えると，$\tau^2=(1-\frac{\sigma}{\sigma_t})\tau_R^2$ となる。図1の作用応力円 σ_1,σ_2 と包絡線との距離 d_{min} が小さくなる程，材料の内部的結合が緩むのでみかけ上非線型な変形特性を示すようになると考えるのは自然であろう。従来の塑性論の教えるところは $d_{min}=0$ になったら降伏するとしていたのであるが，それだけでは不充分で

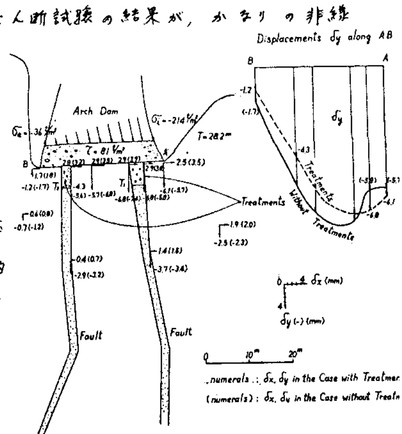

Fig. 4 Displacements δx^{mm} δy^{mm} in the Cases with Treatments and without Treatments of Faults

過渡的な問題を解くためには d_{min} に着目するのが一つの方法であることを提言しておきたい。図1にて $d=\sqrt{\left(\sigma-\frac{(\sigma_1+\sigma_2+2u)}{2}\right)^2+\tau^2}-\frac{(\sigma_1-\sigma_2)}{2}$ であるから、$\frac{\partial d}{\partial \sigma}=0$ の条件を用いて d_{min} を求めると、$\sigma_t-\frac{1}{2}\frac{\tau_R^2}{\sigma_t}-\left(\frac{\sigma_1+\sigma_2+2u}{2}\right)>0$ の場合には、d_{min} は(5)式のようになる。とくに $\phi_R \doteqdot 45^\circ$ に対応する $\tau_R/\sigma_t=0$ の場合には $d_{min}=\sqrt{-\tau_R(\sigma_1+\sigma_2+2u)}$ になる。

$$d_{min}=\tau_R\sqrt{1-\frac{\tau_R^2}{4\sigma_t^2}-\frac{1}{\sigma_t}\left(\frac{\sigma_1+\sigma_2+2u}{2}\right)}-\frac{(\sigma_1-\sigma_2)}{2} \quad \cdots\cdots (5)$$

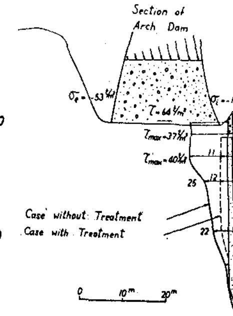

Fig. 5 Max. Shear τ_{max} in Fractured

上述の不等号が逆の場合には(6)式となる。

$$d_{min}=\sigma_t-\frac{(\sigma_1+\sigma_2+2u)}{2}-\frac{(\sigma_1-\sigma_2)}{2} \quad \cdots\cdots (6)$$

つぎに組合せ応力状態 σ_1, σ_2, u での緩みの程度を相対的に表示する一つの指標として"緩み係数"R を新しく導入する。この係数を無次元量にするのが一般性の面で都合がよいのでつぎのように定義しておく。

$$R=d_{min}/\tau_R \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (7)$$

各荷重増分 $\{\Delta L\}$ に対応する応力増分 $\{\Delta\Sigma\}$ と前段階までの応力成分積算値との和よりその段階での $\{\sigma_1\}\{\sigma_2\}$ を求めさらに別途に求めた揚げき水圧分布 $\{u\}$ を考えに入れて(7)より R を定める。この際後で述べる材料の非線型特性の変曲性の差異を表現するためには $R=k\,d_{min}/\tau_R$ となる媒介量を材料特性に応じて用いるのも一法であろう。R は小さくなると降伏にちかずき大きいと固体としての初期の結合を保っていることに留意すると図2のような関係が変形係数 D_R やポアソン比 ν_R などと緩み係数 R の間に存在すると考えても自然であろう。緩む程変形係数は低下し、ポアソン比は増大することをこの図2は意味している。この概念を数式化した一例は式(8)と式(9)である。

$$D_R=D_{R,initial}\,(\log_{10}R+0.001) \qquad \text{ただし}\quad \left.\begin{array}{l} R\le 1 \text{ では } D_R=0.001\,D_{R,initial} \\ R\ge 10 \text{ では } D_R=D_{R,initial} \end{array}\right\} \cdots\cdots (8)$$

$$\nu_R=0.5-(0.5-\nu_{R,initial})\log_{10}R \qquad \text{ただし}\quad \left.\begin{array}{l} R\le 1 \text{ では } \nu_R=0.5 \\ R\ge 10 \text{ では } \nu_R=\nu_{R,initial} \end{array}\right\} \cdots\cdots (9)$$

以上に述べた非線型な破壊の包絡線と作用応力状態と非線型な変形係数、ポアソン比などの変化の関連は逐次破壊にともなう応力の再配分現象や剛性分布の変化を論ずるのに有効である。従来は材料の非線型変形の特性はたゞ単に偏差応力 $(\sigma_1-\sigma_2)$ とひずみとの関連でしか論じられていないのではないかと思うが、以上にのべた考えでは式(5)、式(6)で明らかなように偏差応力とともに平均応力に対する考慮も入っており図1を見ればその方がより妥当であることは了解していたゞけると思う。

つぎにクリープや変形の増大にともなう"有限変位"を近似的に考慮に入れることを述べよう。岩盤試験の一つの教訓としてクリープを考えた力学計算が必要であると思うので前述の緩みの考慮と同時に以下の項を考慮した。既往のクリープ特性は収束性クリープがほとんどなので粘弾性モデルとしては式(10)のように Voigt モデルを骨子とする三要素モデルが基本的には妥当である。荷重増分 $\{\Delta L\}_i$ が $\{\Delta t_i\}$ ごとに p 回継続する場合の全変形量 $\{\gamma_t\}$ は、$\{\Delta\gamma_e\}$ を弾性変位成分とすると

$$\begin{aligned}\{\gamma_t\}=&\{\Delta\gamma_e\}_{\Delta L_1}+\{\alpha\,\Delta\gamma_{e\,\Delta L_1}\}\left(1-\exp\left\{-\beta\left(\sum_{i=1}^{p}\Delta t_i\right)\right\}\right)\\ &+\{\Delta\gamma_e\}_{\Delta L_2}+\{\alpha\,\Delta\gamma_{e\,\Delta L_2}\}\left(1-\exp\left\{-\beta\left(\sum_{i=2}^{p}\Delta t_i\right)\right\}\right)\\ &\quad\vdots \qquad\qquad\qquad \vdots \qquad\qquad\qquad \vdots\\ &+\{\Delta\gamma_e\}_{\Delta L_{p-1}}+\{\alpha\,\Delta\gamma_{e\,\Delta L_{p-1}}\}\left(1-\exp\left\{-\beta\left(\sum_{i=p-1}^{p}\Delta t_i\right)\right\}\right)\\ &+\{\Delta\gamma_e\}_{\Delta L_p}+\{\alpha\,\Delta\gamma_{e\,\Delta L_p}\}\left(1-\exp\left\{-\beta\left(\Delta t_p\right)\right\}\right) \quad \cdots\cdots (10)\end{aligned}$$

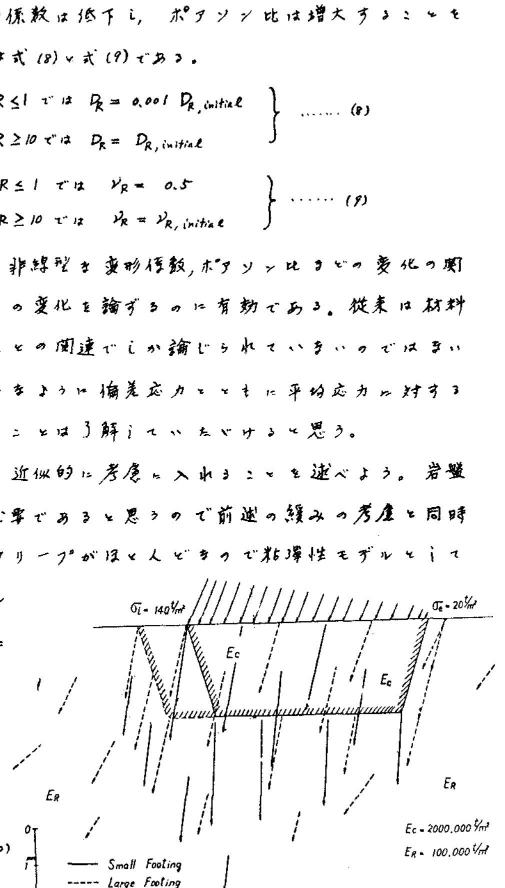

Fig. 6 Displacements in the cases with Large Footing and Small Footing

従来は微少変位理論として"物体内の座標の移動"を省略して釣り合い条件、適合条件を一定のものとして考えるのが普通であったが、筆者は"有限変位"として、各荷重段階または各持続時間段階ごとに元の座標 x_0, y_0 が $\{x_0\}+\{\delta_x\}$, $\{y_0\}+\{\delta_y\}$ と座標が変化したとして、各段階ごとに式(1)より繰返し計算を行い、その都度、釣り合い式、適合条件式を樹て直す方式をとった。

この種の考え方は逐次破壊現象まで解析方法を拡張する必要上、とった手段である。

つぎに、非均質状態での要素間の連続条件と適合条件について略説して置こう。仮定(6)に立って個々の要素では均質とし、要素の変形と節点力の適合関係は式(3)で、要素の変形と一般座標の変形の適合関係は式(3)の後の記述で明らかなように $[K]=[a]^T[k][a]$ で保持されている。

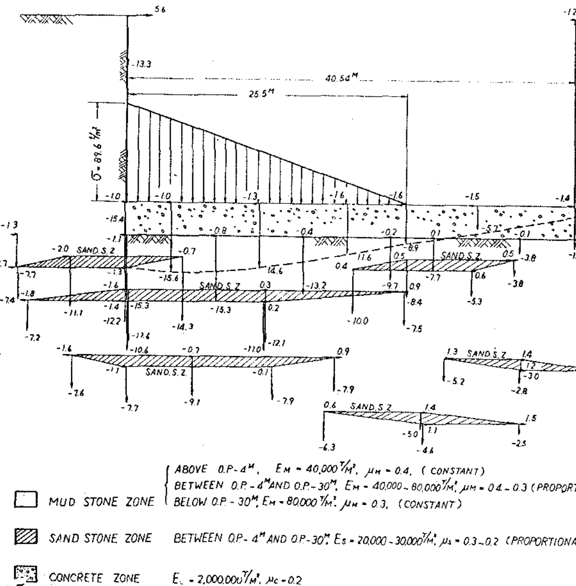

FIG. 7 DISPLACEMENT δ_x^{mm} AND δ_y^{mm} IN THE FOUNDATION OF A POWER STATION (EQUIVALENT EAR

先行荷重や間げき水圧が安定に及ぼす影響は経験上、重要な要因であるが、それらと変形、応力状態、逐次破壊での耐荷力に与える影響を考慮するためには、それらを電子計算において予め記憶させておき式(5), (6)で付加項としてとり入れればよい。

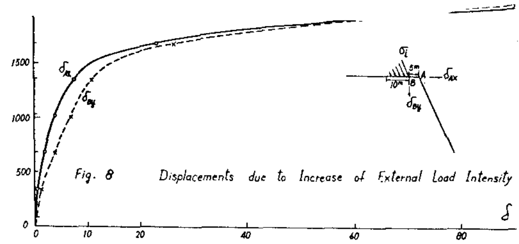

Fig. 8 Displacements due to Increase of External Load Intensity

5. 応用例

非弾性変形、クリープ、有限変位、非均質状態、非線型な破壊の包絡線、先行荷重、間げき水圧などを同時に考えに入れて、変形や応力分布、耐荷力などを解析する電子計算プログラムをすでに完成した。そして、ダムや発電所の工事で直面したいくつかの問題を解き、設計や施工上の直接的な指針を得ることが出来た。それらの個々についての詳細な討議はここで記述する紙面の余裕はないので、すでに行った項目とその図面の例を掲げるにとどめる。

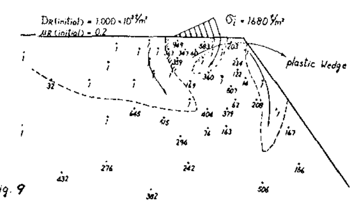

Fig. 9 Change of Modulus of Deformability Dr (unit is 10³ ... due to Increase of External Load Intensity σ_i (t/m²) an... Relaxed Z...

(1) 断層の部分的補強によるアーチダムのアバットメントの変位の抑制効果（図4）
(2) 断層の部分的補強によるアーチダムのアバットメント近くの断層内のせん断応力の軽減効果（図5）
(3) 破砕帯部に着岩するアーチダムのアバットメントのフーティングによる変位抑制効果（図6）
(4) 砂層の貫入した泥岩上の発電所基礎の変位分布（図7）
(5) 傾斜偏心荷重を受ける岩盤斜面の逐次破壊現象としての塑性くさびや滑り面の発達（図9）
(6) 〃 〃 〃 〃 〃 変形の増大傾向（図8）

6. 参考文献

(1) Clough R. W. "The Finite Element Method in Plane Stress Analysis" 2nd Conf. on Electro. Computer. Pittsburg 19
(2) Murrel S. A. F. "A Criterion for Brittle Fracture of Rocks and Concrete under Triaxial Stress" Rock Mechanics 196
(3) 林 正夫, "逐次破壊現象としての変形と耐荷力の解析法の試み" 土木学会第四回岩盤力学に関するシンポジウム前刷 1966.
(4) 林 正夫, 日比野敏, 藤原義一 "非線型な変形現象としての岩盤の変形と耐荷力"（非弾性変形, 非均質, 有限変位, 非線型な破壊の包絡線などの考慮）, 電力中央研. 技術研究所報告,