

京都大学工学部 正員 赤井浩一  
 建設省関東地方建設局 同 小山内勇吾男  
 京都大学大学院 同 塩見 哲

1. 緒言

地震動の解析や理論的考察によると、地震動は周期的に繰返される周期荷重と考えられる面とランダムな衝撃荷重と考えられる面とがあるので、衝撃に近いような短期の不規則な振動荷重に対する土の変形や強度を調べることは、周期荷重に対する応答を調べることと同様に重要である。また地震の主要動はせん断波であり、このような荷重に対する検討も必要である。本研究では柔らかい飽和粘土が縦振動源としての衝撃荷重を受けた場合に示す力学的応答をまず実験的に調査し、その一部を前回に報告した。またせん断波に対する飽和粘土の応答を調べるためにねじり振動試験も行った。このような荷重下における粘土の弾性率及び減衰定数を解析的に求め、さきの衝撃試験の結果と比較した。

2. 衝撃振動試験

(1) 実験装置と方法 前回に報告した実験装置に、三軸セルと鉛直荷重載荷用ピストンとの間の摩擦を少なくするためにボール・プッシング、拘束圧の変化を少なくかつピストンの貫入を容易にする空気室などを加えた装置を用いて衝撃振動試験を行った。また一軸圧縮状態で供試体の台座にロードセルを設置した実験も行っている。

(2) 実験結果

a. 動的強度 衝撃振動試験において作用させた動的応力 $\sigma_d$ と即時変位より求めたひずみ $\epsilon_i$ との関係は、ロードセルで軸方向荷重を測定して単一試料の試験から求めた動的応力とひずみの関係を図-1に示す。図中一点鎖線が前者であり、実線が後者を表わしている。ちよ比較のために通常のひずみ増小型の実験(ひずみ速度毎分1.25%)の結果を点線で示している。同一ひずみに対する動的せん断抵抗は静的なもの1.5~2倍となっており、弾性係数も大きい。中央のループ状の曲線上の2点間の時間間隔は同一で5m.secであり、左端のループから右へ移るにつれて0.4kgずつの荷重増加がある。これらの曲線の平均的ひずみ速度は左からそれぞれ毎分480%、1260%、1410%および1500%であって、これより明らかに粘土の応力-ひずみ関係にはひずみ速度効果があることが認められる。また各ループに注目すると、除荷に相当する部分の傾斜は振動荷重が増加するにつれて鉛直に近づいている。これは弾性的回復がなくとも、粘土が降伏に近づいていることを暗示している。これら2種類の手法で求められた応力-ひずみ曲線は、ひずみの小さい部分を除外しなかりよく一致していることが知られる。

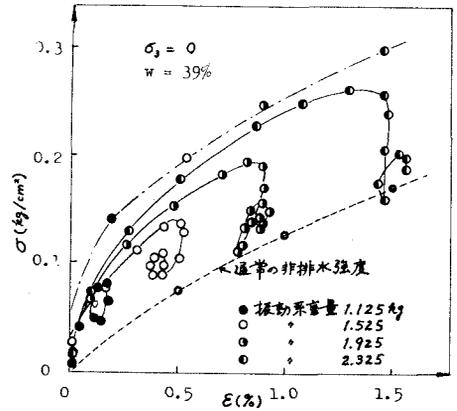


図-1

b. 材数減衰率, パネ定数, 粘性定数  
 粘土試料がVoigtのモデルで表わされると仮定すると、自由振動の式は

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (1)$$

で与えられる。ここに  $m$  は振動質量、 $c$  は粘性定数、 $k$  はバネ定数、 $x$  は動的変位。式(1)の解は

$$x = C_1 e^{-\frac{c}{2m}t} \cos \left[ \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{c^2}{4m^2}} t + \theta \right] \quad (2)$$

とする。ただし  $C_1$ ,  $\theta$  は定数。この式における  $x$  の最大値は

$$x = C_1 e^{-\frac{c}{2m}t} \quad (3)$$

で与えられ、時間と共に指数的に減少する関係がある。したがって変位と時間の関係を半対数紙上にプロットすると直線となり、その勾配から粘性定数  $c$  が求められる。加速度  $\ddot{x}$  についても同様のことがいえるので、これと時間との関係を図示したのが図-2である。この図から加速度波の包絡線が半対数紙上でほぼ直線であることがわかる。これは粘土を Voigt のモデルで近似してもよい理由の一つとなる。なおこの傾斜から求められる粘性定数の値は、次に示す方法で求めた値とほぼ等しくなっている。

対数減衰率  $\delta$  は次のように定義される。

$$\delta = \ln \frac{x_n}{x_{n+1}} = \frac{c}{2m} T = \frac{2\pi c}{\sqrt{2mk - c^2}} \quad (4)$$

ここに  $T$  は振動周期である。対数減衰率と粘土の含水比の関係を図-3に示す。両者の間にはかきりあがらぬところがあるが、含水比が大きくなるにつれて対数減衰率は指数的に増加している。換言すれば、柔らかい粘土ほどエネルギー減衰が大きい。圧拘束圧を作用させると対数減衰率は小さくなる。つまりエネルギー減衰は小さく、より弾性的な挙動を示す。式(4)を変形して

$$c = 2m \frac{\delta}{T}, \quad k = \frac{m}{T^2} (\delta^2 + 4\pi^2) \quad (5)$$

が得られる。この式に対数減衰率  $\delta$ 、振動周期  $T$ 、振動質量  $m$  を代入して求めた粘性定数  $c$  とバネ定数  $k$  (いずれも振動質量に関して平均したもの) と粘土の含水比との関係を図-4に示す。粘性定数、バネ定数の両者とも含水比の増加につれて減少している。圧拘束圧を作用させるとバネ定数は大きくなり、粘性定数は逆に小さくなる傾向のあることが知られる。

### 3. ねじり振動試験

(1) 実験装置と方法 図-5に実験装置の概要を示す。図中の Q 点で打撃子に圧縮力衝撃を作用させ、その後の自由振動の振動変位を変位計 (T) で測定し、電磁オシログラフ (R) に記録する。ある支持荷

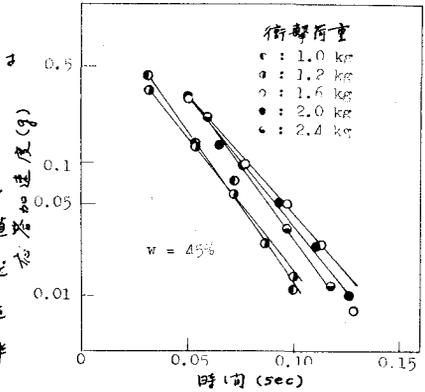


図-2

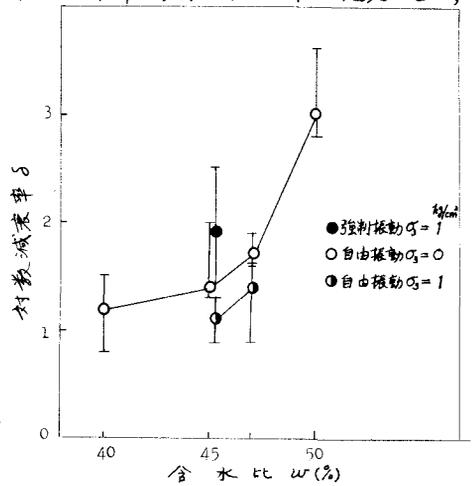


図-3

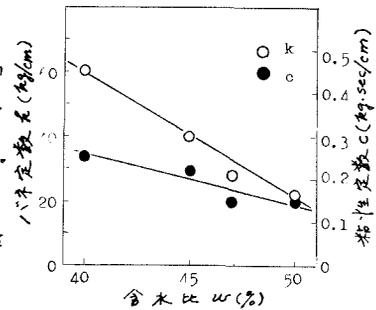


図-4

重 (M) に対する鉛直軸方向のフリーフが終った後にねじり衝撃を作用させた。

(2) 実験結果

a. セン断弾性係数 実験から得られた振動記録は打撃の方向に多少原点の移動があるが、変位振幅は時間に対して指数的に減少している。Reyleighの方法により供試本質量の1/3を考慮すると、セン断弾性係数Gとねじり振動周期Tの間に

$$G = \frac{128 \pi l}{d^4 T^2} \left( I + \frac{m}{6} d^2 \right) \quad (6)$$

なる関係がある。ここにmは供試本の質量、dとlはそれぞれ供試本の直径と長さ、Iは軸周りの慣性モーメントを表わす。式(6)の右辺では周期Tのみが未知数となっている。

実験より得られた周期T(セン断弾性係数G)と支持荷重の関係を図-6に示す。セン断弾性係数は支持荷重に対してほぼ一定で、含水比の大きいものほど小さい。後者傾向は2.の衝撃振動試験におけるバネ定数の特性と同じである。なお繰返しによる影響は全く見られなかった。これは載荷重が小さいためであらう。一般にセン断弾性係数Gとヤング率Eの間には

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (7)$$

なる関係がある。ここにはポアソン比。衝撃振動試験より求められたバネ定数から計算

したヤング率は含水比39%の試料に対して約60 kg/cm<sup>2</sup>であったので、図-6に示されているGの平均値(約45 kg/cm<sup>2</sup>)は式(7)を考慮するとかなり大きいことが知られる。式(6)の第1項を考慮した式でないことが、ねじり振動試験におけるセン断弾性係数を大きくした原因となっているのであろう。

b. 材数減衰率 材数減衰率と支持荷重の関係を図-7に示す。図の上方の一点鎖線は2.の衝撃振動試験から得られた材数減衰率の平均値を示している。この図によると材数減衰率は支持荷重にかかわらずほぼ一定である。したがって減衰は支持荷重に影響されることがわかる。なおねじり振動試験の結果で含水比の小さい試料の減衰率が大きく出ているが、これは存じ上衝撃が過大であったことによる。なお2.の試験結果のものと比較すると、かなり小さい減衰率が得られているがこれは粘土の減衰に応力振幅依存性のあることを示す。これについて以下に若干の考察を試みよう。

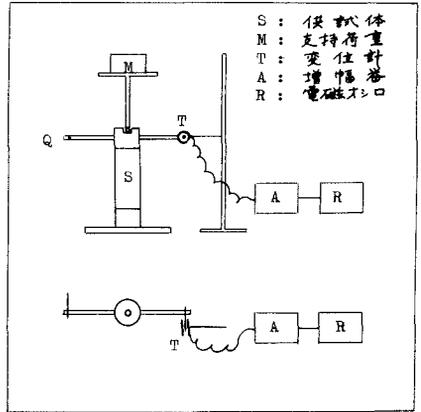


図-5

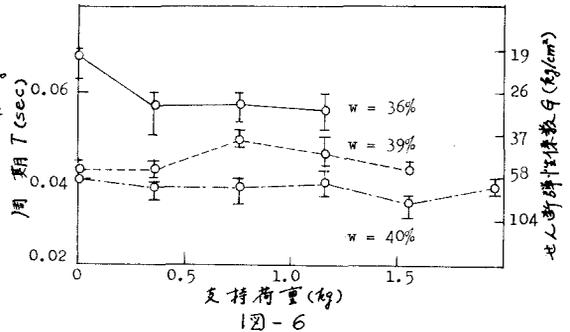


図-6

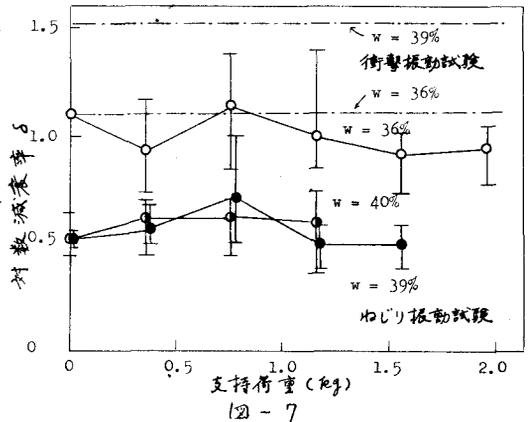


図-7

一般に減衰を支配する total damping energy  $D_0$  と specific damping energy  $D$  の関係式は

$$D_0 = \int_0^{V_0} D dV = D_0 V_0 \int_0^1 \frac{D}{D_0} \frac{d(V/V_0)}{d(\sigma/\sigma_d)} d(\sigma/\sigma_d) = D_0 V_0 \alpha \quad (8)$$

ここに  $D_0$  は最大応力  $\sigma_d$  での specific damping energy,  $V$  は  $\sigma$  以下の応力を受けず供試体または部分の体積,  $V_0$  は減衰エネルギー消散に寄与する供試体または部分の有効体積であって,  $0 \sim \sigma_d$  の間の応力を受けず。また  $\alpha$  は無次元の減衰エネルギー積分とよばれ, 応力状態により変化するものである。一方, 最大応力での供試体のひずみエネルギー  $W_0$  は次式で与えられる。

$$W_0 = \int_0^{V_0} \frac{\sigma^2}{2E} dV = \frac{\sigma_d^2}{2E} V_0 \int_0^1 \left(\frac{\sigma}{\sigma_d}\right)^2 \frac{d(V/V_0)}{d(\sigma/\sigma_d)} d(\sigma/\sigma_d) = \frac{\sigma_d^2}{2E} V_0 \gamma \quad (9)$$

ここに  $E$  はヤング率,  $\gamma$  は無次元のひずみエネルギー積分である。いま供試体または部分に対する対数減衰率  $\delta_s$  と材料に対する対数減衰率  $\delta$  の相互関係を知らねばならない。定義により

$$\delta_s = \frac{D_0}{2W_0} \quad (10) \quad \therefore \text{式(8)~(10)より} \quad \delta_s = E \frac{D_0}{\sigma_d^2} \frac{\alpha}{\gamma} = \delta \cdot \frac{\alpha}{\gamma} \quad (11)$$

もし供試体が 2. の衝撃振動試験の場合のように一様な応力分布をしているならば  $\alpha = \gamma = 1$  となり  $\delta_s$  は  $\delta$  に等しくなる。しかしねじり振動試験のような応力状態に対しては  $\gamma = 1/2$  となる。

金属, プラスチックなどの材料の減衰特性の研究において広く用いられている関係式

$$D = J \sigma^n \quad (12) \quad \text{ただし } J, n \text{ はいずれも定数}$$

により減衰エネルギー積分  $\alpha$  の値を求めると, ねじり振動試験に対し  $2/(n+2)$  となる。図-7 により

$$\delta = \delta_{\text{impact}} = (1.5 \sim 2) \delta_{\text{torsion}} = \delta_s (\gamma/\alpha) \quad (13)$$

したがって  $n = 6$  を得る。  $n = 2$  が粘性減衰に相当しているので, この値は粘土の減衰にかかり高度の応力依存性があることを示している。衝撃試験とねじり試験とは作用荷重に差があるため,  $n$  の値は実際にはもっと小さくなるものと思われる。ねじり振動試験で起振力を大きくしてゆけば, 図-7 の含水比  $w = 36\%$  の場合のように両者が接近してくるからである。両者の一致が粘性減衰を意味する。

すなわち, 図-7 において粘土のせん断弾性係数を  $\nu$  と対数減衰率  $\delta$  が支持荷重に依存なくほぼ一定であることは, 振動方向に直交する面に作用する応力が粘土の振動応答特性に影響を与えないことを示している。これは地震のさいの主要動がせん断波であることを考へると興味ある結果といえよう。

#### 4. 結論

- (1) Rayleigh の方法を用いて求めた一連の振動履歴と加速度記録より軸方向応力を計算し, 即時変位の記録から軸方向ひずみを計算して描かれた応力-ひずみ関係は, 単一供試体に対する振動履歴で荷重と変位の記録から求めたものとほぼ一致する(図-1参照)。
- (2) 応答加速度は時間に対して指数的に減衰し(図-2参照), 対数減衰率は粘土の含水比とともに指数的に増大する(図-3参照)。粘土を Voigt 型のモデルと仮定して算出した本定数と粘性定数は, 含水比とともにほぼ直線的に減少する傾向が認められる(図-4参照)。
- (3) ねじり振動試験で得られた粘土のせん断弾性係数と対数減衰率は, いずれも支持荷重に影響を与えない(図-6, 図-7)。この点は縦振動の場合と異なっており, 結局粘土の減衰は振動方向に作用している応力には依存するが, それに直交する方向の応力には無関係であると推論することができよう。