

III-9 砂の応力と変形の関係について

京都大学防災研究所 正員 八木 則男
熊谷組 正員 高木 俊郎

1. まえがき

Fig. 1

砂の破壊規準として考えられるものにつきの3つがあつた。

Mohr-Coulomb の規準: $[(\sigma'_1 - \sigma'_2)^2 - (\sigma'_1 + \sigma'_2)^2 \sin^2 \phi] \times [(\sigma'_2 - \sigma'_3)^2 - (\sigma'_2 + \sigma'_3)^2 \sin^2 \phi] \times [(\sigma'_3 - \sigma'_1)^2 - (\sigma'_3 + \sigma'_1)^2 \sin^2 \phi] = 0 \dots \quad \dots \dots (1)$

$$\text{拡張された Tresca の規準: } [(\sigma'_1 - \sigma'_2)^2 - k' \sigma_m'^2] \times [(\sigma'_2 - \sigma'_3)^2 - k' \sigma_m'^2] \times [(\sigma'_3 - \sigma'_1)^2 - k' \sigma_m'^2] = 0 \quad \dots \dots \dots (2)$$

ここで $\sigma_m' = (\sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3) / 3$, k' は常数。

拡張された von Mises の規準: $(\sigma'_1 - \sigma'_2)^2 + (\sigma'_2 - \sigma'_3)^2 + (\sigma'_3 - \sigma'_1)^2 = k'' \sigma_m^{1/2}$ (3) k'' は常数

これらの規準のうちどの規準が適切であるかは從来より多くの研究が行なわれてきている。例えば、
 Bishop & Eldin⁽¹⁾は三軸圧縮およびエキステンション試験を行ない、Kirkpatrick⁽²⁾は中空円筒供試体
 を用いて中間主応力を考慮した三軸試験より、Cornforth⁽³⁾は平面せん断状態における試験より砂の破
 壊規準が Mohr-Coulomb の規準に従うことを見た。これに対し Roscoe 等⁽⁴⁾は供試体中央部の大きさ変
 形を測定して、拡張された Tresca の規準の方が適切であろうと主張している。

2. 実験装置、試料

三軸試験機はN.G.I型のものを用ひ、Ext. 試験には加圧キャップをピストンにつけたフックで引ひかけて引上げる装置を用ひた。また、試料の部分的な変形の測定には真鍮製の三軸セル側面に2枚のガラス板をはめ込み、それを平行にした。そのガラス板を通じて読取望遠

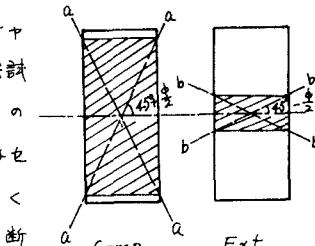


Fig. 1

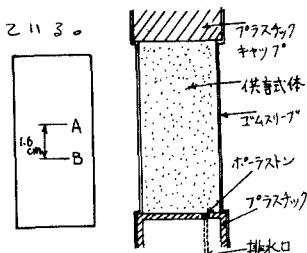


Fig. 2

鏡でFig.2に示す供試体につけた軸方向の標尺間の距離および直徑を測定した。標尺間の距離は約16cmにした。誤取精度は軸方向は1/100mmのダイヤルゲージ、直徑方向は1/50mmのバー・ヤギである。

また、キャップおよびペデストルと供試体との摩擦を減少させるために供試体の上下面と接する部分にポーラストンを置かないで、直接アラスチックを接触させた。排水にはペデストルのプラスチックの一部にポーラストン(直徑3mm)を埋め込んだ。(Fig.3参照)

用いた試料は豊浦の標準砂であり、供試体は円筒形で高さ8.0cm、直徑3.55cmである。なお完全飽和である。

3. 実験結果

三輪試験、計算は一般に用いられるように平均的な軸方向ヒズミ、すなわち軸方向の変形量を供試体高さで除して求めたものを ε_{av} 、平均的なせん断ヒズミ γ_{av} 。
 $(\frac{3}{2}\varepsilon_{av} - \frac{1}{2}\frac{\delta r}{d})$ とする。ここで r は供試体体積、 δr は供試体の体積変化である。一方、Fig.2

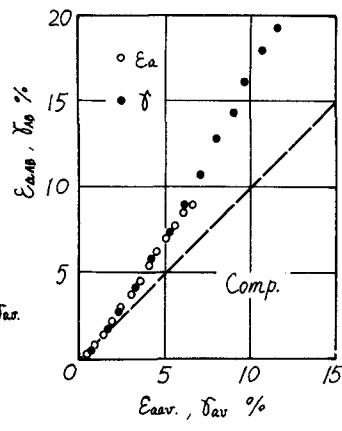


Fig. 4

に示したAB間の軸方向ヒズミを ε_{AB} 、せん断ヒズミを γ_{AB} ($\varepsilon_{AB} - \alpha d/d$)とする。ここに d は供試体の直徑、 α はひずみ変化量である。なおかなり大きなヒズミを取っていいるので、すべて対数ヒズミで表わした。 ε_{av} に対して ε_{AB} 、 γ_{av} に対して γ_{AB} をプロットするとFig.4およびFig.5のようになる。Fig.4はComp.、Fig.5はExt.である。破線は $\varepsilon_{av} = \varepsilon_{AB}$ 、 $\gamma_{av} = \gamma_{AB}$ を表わしている。これらの図によるとComp.、Ext.いずれの場合も ε_{av} に対する ε_{AB} の変化は γ_{av} に対する γ_{AB} の変化と同様である。

Comp.の場合には約2%ずつ $\varepsilon_{av} = \varepsilon_{AB}$ 、 $\gamma_{av} = \gamma_{AB}$ であるが、 $\varepsilon_{av}(\gamma_{av}) = 5\%$ では $\varepsilon_{AB}(\gamma_{AB})$ は $\varepsilon_{av}(\gamma_{av})$ の1.3倍、10%では1.6倍であり、この値はヒズミが増加とともに大きくなっている。Ext.の場合には γ_{AB}/γ_{av} の比はさらに大きく $\gamma_{av} = 5\%$ では $\gamma_{AB} = 5\%$ 、 10% では 2.8 となる。したがって、平均的なヒズミを用いた場合、無視できなりほど大きな誤差を含んでいいと考えてよい。

つぎに応力 $10a-6r$ の計算でExt.試験ではゴムストレーブの張力が影響すると思われるので、その補正を行なうために軸方向ヒズミとゴムストレーブの張力の関係を求めたのがFig.6である。この補正を行ない、供試体が一様に変形していいと仮定して断面積を求めて応力を計算したものには a をつけて、中央部で測定した直徑より断面積を求めて計算した応力には AB をつける。これらの応力とヒズミを用いて、せん断ヒズミ γ_{av} に対する応力比 $\{10a-6r\}_{av}/\{10a-6r\}_{AB}$ 、 γ_{av} に対する $\{10a-6r\}_{av}/\{10a-6r\}_{AB}$

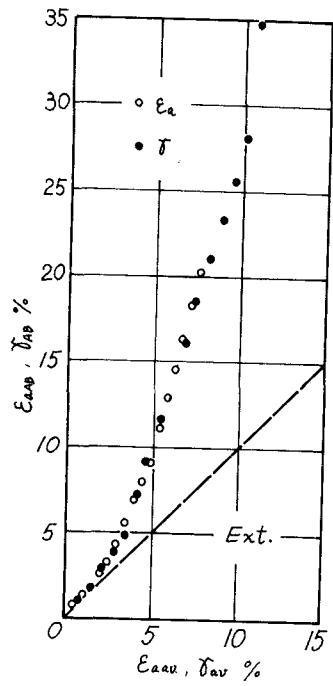


Fig. 5

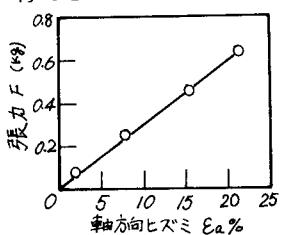


Fig. 6

をプロットすると Fig. 7, Fig. 8 のようになります。このように応力比 $|\sigma_a - \sigma_r| / (\sigma_a + \sigma_r)$ および $|\sigma_a - \sigma_r| / \sigma_m$ を用いたのは砂のような摩擦のみによる抵抗を示す土のせん断変形にともなうせん断抵抗が破壊と同様上記の(1)ずれの応力比に従うかを調べるためにあります。Fig. 7, Fig. 8 によると一見して $|\sigma_a - \sigma_r| / (\sigma_a + \sigma_r)$ を用いた方が Comp., Ext. の結果を統一的に表わされるようである。しかし Comp. は平均的なものを用ひて AB 間のものを用ひてもあまり変わらないのに、Ext. の場合は平均的な $|\sigma_a - \sigma_r| / (\sigma_a + \sigma_r)$ は Comp. のそれより小さく、AB 間のその値はあるヒズミ以上になると Comp. より大きくなる。また $|\sigma_a - \sigma_r| / (\sigma_a + \sigma_r)$ の最大値と平均的な場合は Comp. の方が大きく、AB 間のときはその逆である。一方、応力比に $|\sigma_a - \sigma_r| / \sigma_m$ を用いた場合は(1)ずれのまゝに対しても、 $|\sigma_a - \sigma_r| / \sigma_m$ は Ext. の方が Comp. よりかなり小さい。

破壊に(1)を調べるために、 $\sigma_r = 1.0, 2.0, 3.0 \text{ kg/cm}^2$ を一定にして Comp., Ext. 試験を行なった。これらすべてにつけて、AB 間のヒズミを測定することは非常に手間がかかるので、平均的なヒズミ Ext. に対して AB 間のヒズミや断面積の値は σ_r の大きさに無関係であるとして Fig. 4, Fig. 5 を用ひて、供試体中央部の AB 間のヒズミ、応力を求めた。そしてこれらの結果と $|\sigma_a - \sigma_r|$ の最大値と $(\sigma_a + \sigma_r)$ の関係を示したのが Fig. 9 である。この図には平均的な値および AB 間の値をあわせて示した。同種の値はほぼ原点を通る直線上にある。Ext. の場合は応力が小さいので、Comp. と比較のために直線で延長した。直線を引いたのは AB 間の値である。これらの直線の勾配の値 $|\sigma_a - \sigma_r| / (\sigma_a + \sigma_r)$ は内部摩擦角中の正弦の値を示している。すなわち(1)式の $\sin \phi$ 中の値である。この $\sin \phi$ 中、中の値を上記の各種の場合について示すと Table 1 のようになる。供試体の実際に破壊していける部分の内部摩擦角は平均的なものと比べると Comp. では 2° たらしくあるが、Ext. の場合は 12° の差がある。この差は無視できない。したがって Mohr-Coulomb の破壊規準を考えると平均的な値を調べると Comp. の方が大きが、AB 間の値を調べると Ext. の方が大きくなる。

つきに拡張された Tresca または拡張された von Mises の規準の適合性を調べるために $|\sigma_a - \sigma_r|$ の最大値と σ_m の関係を図示すると Fig. 10 のようになる。他の説明は Fig. 9 の場合と同様である。Fig. 10 より(2)または(3)式の σ_m または σ_r の値を算出すると Table 2 のようになら。この表より、

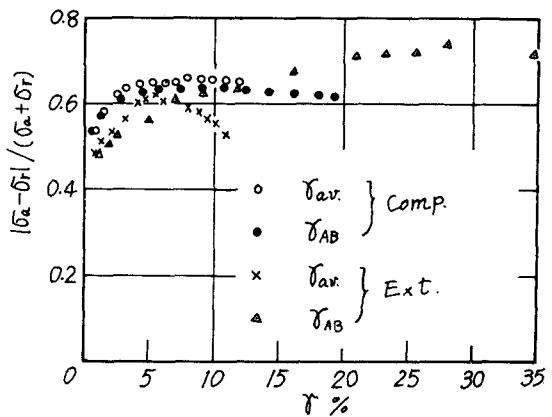


Fig. 7

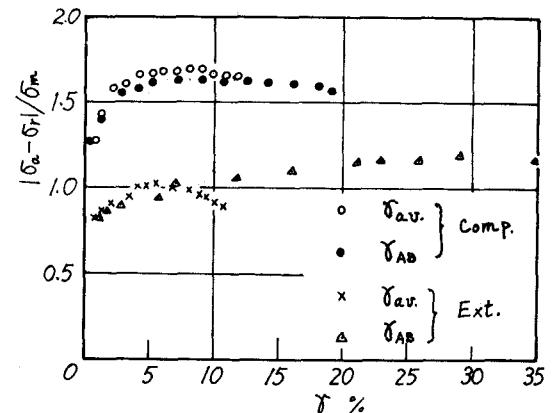


Fig. 8

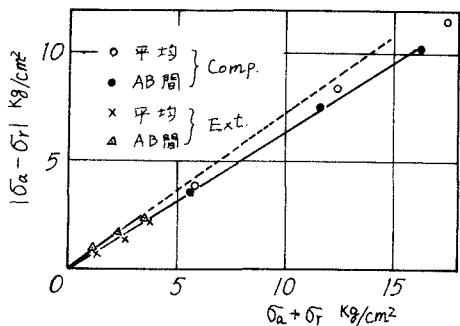


Fig. 9

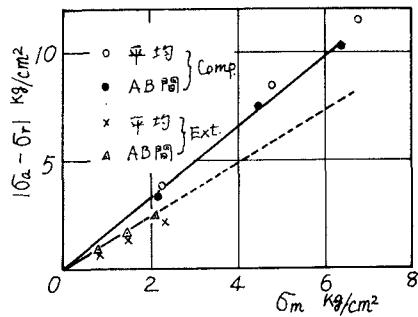


Fig. 10

	Comp.		Ext.	
	平均的 なたるの	AB間	平均的 なたるの	AB間
$\sin\phi$	0.66	0.64	0.57	0.73
ϕ	41°18'	39°48'	34°46'	46°55'

Table 1

	Comp.		Ext.	
	平均的 なたるの	AB間	平均的 なたるの	AB間
ヤード付換算	1.31	1.27	0.98	1.11

Table 2

図示にはだの値は平均的な場合も AB 間の場合も Ext. の方が Comp. より小さい。しかし Comp. と Ext. の差は平均的なものより AB 間の値の方が小ささい。したがって、平均的な応力より AB 間の応力の方が供試体の破壊応力に近いと言う前に述べた 3 つの規準のうちどれが適切かは判断できない。

4. 結論

三軸試験による供試体の変形はいたり部分的に不均一であることがわかった。その結果、供試体の中央部で測定した応力-位変関係は供試体が一様に変形したと仮定して計算した場合ではかなりの差があると認められた。また、せん断時の砂の体積変化は重要であるが、中央部の実際は大きなせん断変形が生じていた部分だけの体積変化を測定することはできなかった。

破壊規準を論するには中間主応力を考慮した三軸試験を行はねばならない。しかしここでは主応力が等しい圧縮およびエキステンション試験より求めた結果では Mohr-Coulomb の規準が拡張された Tresca または von Mises の規準に従うかを判定するのは困難であった。しかし仮想摩擦角が 40°程度の材料では後者の規準は従うには主応力が引張状態に在るのを、砂のような材料ではこの規準は従えないであろう。また、破壊時には砂は粒子間摩擦によるせん断抵抗とゲルレインミニーによる体積変化によるせん断抵抗があるが、これらの抵抗が破壊規準に及ぼす影響などについて今後研究を進めたい。

参考文献

- (1) A.W.Bishop and A.G.Eldin, "The Effect of Stress History on the Relation between ϕ and Porosity in Sand", Proc 3rd I.C.S.M.F.E. Vol. I, 1959, pp. 105~115.
- (2) W.M.Kirkpatrick, "The Condition of Failure for Sand", Proc 4th I.C.S.M.F.E. Vol. I, 1959, pp. 172~177.
- (3) D.H.Cornforth, "Some Experiments on the Influence of Strain Condition on the Strength of Sand", Geotach. Vol. 14, 1964, pp. 143~167.
- (4) K.H.Rocco, A.N.Schofield and A.Phurairajah, "An Evaluation of Test Data for Selecting a Yield Criterion for Soils", Laboratory Shear Testing of Soils, A.S.T.M., 1963, pp. 111~128.