

嶋 祐之

○玉井信行

正員

小林正樹

海水層中において平衡状態に達していた塩水楔が、淡水水位の急激な低下により陸方向へ進行する場合、楔の先端の移動に就いて述べる。媒体は均質、等方性とし、楔の長さは充分長く準一様流の仮定が成立するものとする。淡塩両層の運動方程式はルンネーの法則であり

$$\left\{ \begin{aligned} u_1 &= - \frac{k}{\mu_1} \frac{\partial P_1}{\partial x} & (1) \\ u_2 &= - \frac{k}{\mu_2} \frac{\partial P_2}{\partial x} & (2) \end{aligned} \right.$$

$$\begin{cases} P_1 = P_1 g(z + \zeta), & (3) \\ P_2 = P_1 g(h_1 + \zeta) + P_2 g(z - h_1), & (4) \end{cases}$$

図-1 滞水層の模式図

$$\frac{\partial h_2}{\partial x} = \frac{\mu_1 u_1 - \mu_2 u_2}{h_2 (p_2 - p_1) \frac{\partial}{\partial x}} \quad (5)$$
$$u_1 = Q_1(x, t) / h_1, \quad u_2 = Q_2(x, t) / h_2 \quad (6)$$
$$\frac{\partial h_1}{\partial \tau} = \frac{Q_L}{K \varepsilon (h_s - h_1)} - \frac{Q_1 h_s}{K \varepsilon h_1 (h_s - h_1)} \quad (7)$$

では初期のQ10の影響を受

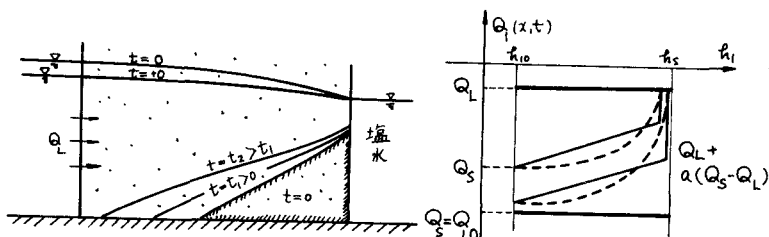


図-2 実験及び流量分布近似法の模式図

けて徐々にしか変化せず図中の点線の如き分布をするであろう。これを図中の折線に近似させる。
この折線群を表わす方程式は次式であり、 $Q_S(t)$ は $x=0$ での淡水流量、 Q_L は楔先端での淡水流量、 h_{10} は
 $x=0$ での h_1 の値である。

$$Q_1 = (1-\alpha)(Q_L - Q_S) \frac{h_1 - h_{10}}{h_s - h_{10}} + Q_S \quad (8)$$

$$\text{式(8)を式(7)に代入して} \quad \lambda = h_1/h_s, \quad \alpha = h_{10}/h_s \quad (9)$$

と置けば次式を得る。

$$h_s^2 \frac{\partial \lambda}{\partial x} = \frac{(1-\alpha)(Q_L - Q_S)}{K\varepsilon(1-\alpha)(1-\lambda)} - \frac{Q_S}{K\varepsilon\lambda} + \frac{\alpha(1-\alpha)(Q_L - Q_S)}{K\varepsilon(1-\alpha)(1-\lambda)\lambda} \quad (10)$$

流量の分布形を定める係数 α は、 $Q_L=0$ の場合実験結果を参照し、 α の影響による変動は小さい
ので $\alpha=0.1$ と定める。実験に於て見られる α の値は、ほぼ $\alpha < 0.1$ であるので以下の計算に於ては α 、
 α の二次項は1に比し無視する。 $\bar{Q}_s = Q_S/Q_L$, $\bar{x} = Q_L x / K\varepsilon h_s^2(1-\alpha)$ と無次元に変換し、 $\bar{x}=0$
で $\lambda=\alpha$ の条件下に式(10)を積分すれば

$$\bar{x} = -\frac{\lambda^2 - \alpha^2}{2\{a - \alpha + (1-\alpha)\bar{Q}_s\}} + \frac{a(1-\bar{Q}_s)(\lambda - \alpha)}{\{a - \alpha + (1-\alpha)\bar{Q}_s\}^2} - \frac{a(\bar{Q}_s - \alpha)(\bar{Q}_s - 1)}{\{a - \alpha + (1-\alpha)\bar{Q}_s\}^3} \ln \left| \frac{\lambda\{a - \alpha + (1-\alpha)\bar{Q}_s\} + \alpha - \bar{Q}_s}{\alpha - (1-\alpha)\bar{Q}_s} \right| \quad (11)$$

を得る。従って、塩水により占められる体積が求まり、上層と下層との体積の時間的変化より $\bar{Q}_s$ と
時間との関係と決定する微分方程式が求まる。初期条件は、淡水流量が Q_{L0} で釣合っているに
とき、淡水流量を Q_L に変化させるのであるから、 $\bar{t}=0$ で $\bar{Q}_s \equiv Q_S/Q_L = Q_{L0}/Q_L = Q_f$ であり、積
分定数が定まり、 $\bar{t}$ と $\bar{Q}_s$ の関係式が次式の如く定まる。無次元化した時間 $\bar{t} = Q_L^2 t / \theta K\varepsilon h_s^3(1-\alpha)$
である。 $\delta = (a - \alpha)/(1 - \alpha)$ と置いておき、

$$\begin{aligned} \bar{t} = & \frac{1}{6(1-\alpha)^4(1+\delta)} \ln \left| \frac{1 - Q_f}{Q_f + \delta} \frac{\bar{Q}_s + \delta}{1 - \bar{Q}_s} \right| + \frac{a^2}{(1-\alpha)^4} \left\{ \frac{1}{2} + \frac{\alpha - 3 - 2\delta}{3(1-\alpha)(\bar{Q}_s + \delta)} + \frac{a + 3\delta - 3\delta}{4(1-\alpha)(\bar{Q}_s + \delta)^2} \right\} \frac{1}{(\bar{Q}_s + \delta)^2} \ln \left| \frac{(1-\alpha)(\bar{Q}_s + \delta)}{a(\bar{Q}_s + \delta - 1)} \right| \\ & - \frac{a^2}{(1-\alpha)^4(Q_f + \delta)^2} \left\{ \frac{1}{2} + \frac{\alpha - 3 - 2\delta}{3(1-\alpha)(Q_f + \delta)} + \frac{a + 3\delta + 3\delta}{4(1-\alpha)(Q_f + \delta)^2} \right\} \ln \left| \frac{(1-\alpha)(Q_f + \delta)}{a(Q_f + \delta - 1)} \right| \\ & - \frac{a^2(1-2\alpha)}{(1-\alpha)^4(1-\alpha)} \left\{ \frac{1}{2} + \frac{3a + 13\delta + \delta - 12}{12(1-\alpha)} \right\} \ln \left| \frac{Q_f + \delta - 1}{Q_f + \delta} \frac{\bar{Q}_s + \delta}{\bar{Q}_s + \delta - 1} \right| \\ & - \left[\frac{1}{6(1+\delta)(1-\alpha)^4} - \frac{a^2(1-2\alpha)}{(1-\alpha)^4(1-\alpha)} \left\{ \frac{1}{2} + \frac{3a + 13\delta + \delta - 12}{12(1-\alpha)} \right\} \right] \left\{ \frac{1}{\bar{Q}_s + \delta} - \frac{1}{Q_f + \delta} \right\} \\ & - \left[\frac{a(1+\delta - \alpha)}{2(1-\alpha)^4(1+\delta)^2} - \frac{a^2(1-2\alpha)}{2(1-\alpha)^4(1-\alpha)} \left\{ \frac{1}{2} + \frac{3a + 13\delta + \delta - 12}{12(1-\alpha)} \right\} \right] \left\{ \frac{1}{(\bar{Q}_s + \delta)^2} - \frac{1}{(Q_f + \delta)^2} \right\} \\ & + \frac{a}{3(1-\alpha)^4} \left\{ \frac{3a + \delta + \delta}{1 + \delta} + \frac{a(\alpha - 3 - 2\delta)(1-2\alpha)}{3(1-\alpha)(1-\alpha)} + \frac{a(a + 3\delta + 3\delta)(1-2\alpha)}{4(1-\alpha)(1-\alpha)} \right\} \left\{ \frac{1}{(\bar{Q}_s + \delta)^3} - \frac{1}{(Q_f + \delta)^3} \right\} \\ & + \frac{a^2(a + 3\delta + 3\delta)(1-2\alpha)}{4(1-\alpha)^5(1-\alpha)} \left\{ \frac{1}{(\bar{Q}_s + \delta)^4} - \frac{1}{(Q_f + \delta)^4} \right\} \quad (12) \end{aligned}$$

塩水楔先端の動きは、先端で $h_1 = h_s$ であるから式(11)で $\lambda=1$ として、 $\bar{x}$ と $\bar{Q}_s$ との関係式を求め、 $\bar{Q}_s$ を媒介
変数として運動を知ることが出来る。

$$\bar{x} = -\frac{1}{2\{a - \alpha + (1-\alpha)\bar{Q}_s\}} + \frac{a(1-\alpha)(1-\bar{Q}_s)}{\{a - \alpha + (1-\alpha)\bar{Q}_s\}^2} - \frac{a(\bar{Q}_s - \alpha)(\bar{Q}_s - 1)}{\{a - \alpha + (1-\alpha)\bar{Q}_s\}^3} \ln \left| \frac{a(\bar{Q}_s - 1)}{(1-\alpha)\bar{Q}_s - \alpha} \right| \quad (13)$$

実験を行なった媒体は、 $d_{50} = 2.40 \text{ mm}$, $K = 1.91 \text{ cm/sec}$, $\theta = 0.40$ の砂である。結果を図-3に示す。
初期に於て計算値との外れが著しいのは、計算値では全体を $x=0$ から出発し、最終的な状態に達する
1つの連続的な変化としてしか考え得ず、更に境界条件として急激な変化を考えているが、実際の現
象には過渡的な段階が存在する故である。時間軸を1000 sec移動したものは全域にわたる運動とほご
一致するので、一様平衡状態に達した影響はこの時間の中に示される。こうした初期の影響を除いてや
ると、仮定に沿った運動をしていけると言える。移動時間は1000 sec内外のものが多いが、楔の長さ

も関係がある。

2 流れの方向への分散定数の決定

二次元の問題への適用を図るため
先ず、流れの方向への分散定数を決定
するため一次元流れの実験を行なっ
た。媒体の配列が完全に無秩序であ
るとすれば、与えられた場所と時間
に存在する粒子の確率を $\psi(x, t)$ とす
れば、原点よりかなり離れた点に
おける $\psi(x, t)$ は正規分布となる。

一樣な流れの場に於て、 x_0 点に濃度
 C_0 の溶液を投入したとき、媒体が無
限に拡がって行けば、流れの方向に距離 S' だけ隔たった点 $(x_0 + S')$ の周りの点 x_1 の濃度は次式で求
まる。

$$C(x_1) = \frac{C_0}{\sqrt{2\pi} \sigma_x} \exp \left[-\frac{\{x_1 - (x_0 + S')\}^2}{2 \sigma_x^2} \right] dx_0 \quad (14)$$

一樣な流れの速度が変化した場合にも分布形は変化せず、 x 点の濃度は

$$C(x) = \frac{C_0}{\sqrt{2\pi} \sigma_x} \exp \left[-\frac{\{x - (x_0 + S)\}^2}{2 \sigma_x^2} \right] dx_0 \quad (15)$$

であり、こゝに S は平均流の総進行距離 $S = \sum S'$ 、 σ_x は

$$\sigma_x = (2 D_I S)^{1/2} \quad (16)$$

と定義される x 方向の標準偏差、 D_I は流れの方向の分散定数であり、媒体粒子径、粒度分布など媒体
の性質のみによる量で次元は共に $[L]$ である。

初期に $x < 0$ の部分が濃度 C_0 の溶液で満たされ、 $t=0$ より境界面が進行を始める場合は式(15)を x_0 に
関して $-\infty$ より0まで積分し同様の形を得る。

$$\frac{C}{C_0} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left\{ \frac{x - S}{(4 D_I S)^{1/2}} \right\} \quad (17)$$

$$\operatorname{erf} \left\{ \frac{1 - \xi}{(4 \frac{D_I}{x} \xi)^{1/2}} \right\} = \operatorname{erf} \phi = 1 - 2 \frac{C}{C_0} \quad (18)$$

こゝに、 $\xi = S/x$ 、 $\phi = (1 - \xi)/(4 D_I \xi/x)^{1/2}$ である。

実験は図-4に示す装置で濃度変化を検出した。媒
体はホ1部で用いたと同じ砂である。 $\Delta L = 88 \text{ cm}$ 、
 $D = 20 \text{ cm}$ 、プロ-ブは直径5mmで先端部はベークライト製
である。ベークライト部に0.5mm中の白金線を2mm間隔
で埋込み電極を構成してある。最初水を流しておき
その後原溶液である $\rho = 1.010 \text{ g/cm}^3$ の食塩水を通水す

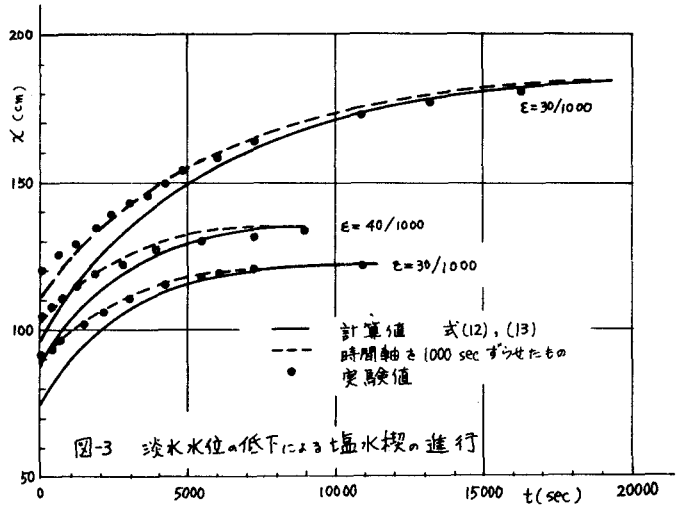


図-3 淡水水位の低下による塩水楔の進行

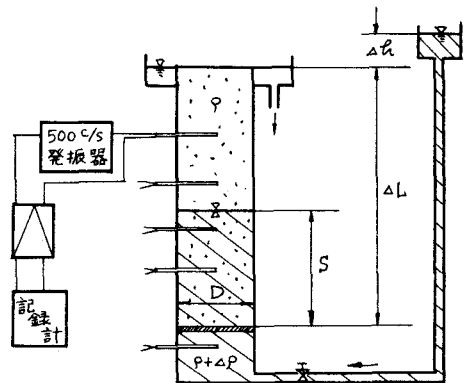


図-4 一次元分散実験装置

る。徐々に恒温水が水を押し上げ原点に達したとき測定を開始する。原点から最初のプロブまでが 22 cm, 後は 15 cm 毎にプロブが配置してある。

恒温水との置換の際混合が生じないように, バルブの部分にスポンジを挿入し, また乱れた部分は底部から細管で引抜くことができる。底部に設置したプロブで境界面の濃度を測定したが, 完全には二層に分離していないが良好な結果であった。

本実験の場合, 重い流体が軽い流体を押し上げるので流量が時間的に変化する。この原因は, 均一の流体であれば

$$Q' = KA \frac{\Delta n}{\Delta L}$$

であるのに対し, 重い流体の境界が S だけ進行した状態では

$$Q = KA \frac{(1+\varepsilon)\Delta n + \varepsilon(AL-S)}{\Delta L} = (1+\varepsilon)Q' + KA\varepsilon\left(1 - \frac{S}{\Delta L}\right) \quad (19)$$

と表わされ, 流量は境界の進行と共に直線的に減ずる。実験に於ては直線性は良く保たれたが, 勾配と絶対値は異なる。原因は判然としないうが, 資料の解析には実験値を用いた。実験された距離による流量の変化を図-5 に示す。これは時間と流量の観測結果より換算したものである。式 (19) の結果からすれば, 流量と時間とは対数的な関係となるが殆んど直線としてよいものも多く, その場合にも距離による流量変化はほぼ直線であった。

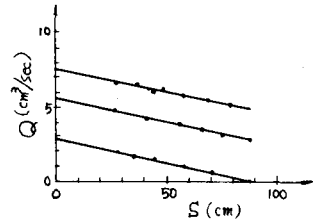


図-5 流量変化の実験結果

濃度測定結果から分散定数を求めるのは, 式 (18) に於ける中の値を数表より求めて行なうことができる。このようにして求めた D_{E0} の値はばらつきが非常に大きいので当惑したが, 拡散方程式に見られる拡散係数 D との関係は, $D = D_E u_m$ (こゝに u_m は測点までの平均流速) であるので, 平均流速を乗じた形で整理してみた。更に流速をレイルズ数の形に直したのが図-6 である。こゝでは粒径に関するレイルズ数を採っている。画然としないうが $Rd = 0.7$ 付近で状態が異なるように思われる。図中には Rd に比例する直線, Rd^2 に比例する直線が示してある。 $Rd = 1$ 付近で乱れが発生し始めるという説に対応して直線の勾配が変化しているようでもあるが, 詳細は現段階では不明である。図みに $D_E u_m \propto u_m$ の直線から求めた D_{E0} は, $D_E = 0.042$ cm である。

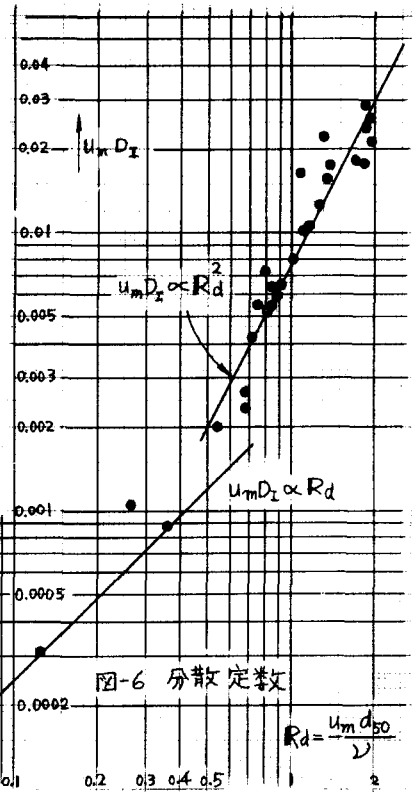


図-6 分散定数

文部省科学研究費の援助を受け, 東京大学吉川教授の助言を得た。記して謝意を表わします。