

九州大学工学部 正員 粟谷 陽一

学生員 ○浦田 哲也

田中 錠彦

I. はしがき 本研究は水量負荷の変動によるスラッジプランケット(以下プランケットと略す)界面の挙動と、プランケット層内および界面附近での濃度分布とを調べることによりプランケット層内の渦動拡散係数を求めプランケットの安定性および乱流場における凝集およびフロック形成の機構を明らかにすることを目的としている。本論文ではプランケット層内の濃度が比較的高い場合の層内の渦動拡散係数およびプランケット界面の挙動について若干の考察を加えてみたい。

II. 基礎理論 プランケット層内の同一水平断面において現象は等しいものとして一次元的に考える。プランケット層の下端を起点とし鉛直上向きにX軸をとると、フロックの保存式は、

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} \{ (U-W)C \} + \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial C}{\partial x} \right) \quad (1)$$

ここで C : フロックの濃度 k : 渦動拡散係数

W : フロックの干涉沈降速度 t : 時間

U : 上昇流速 [$= (\text{水量負荷}) / (\text{プランケット層の断面積})$]

(1)の右辺第一項は上昇流速とフロックの沈降速度との差に起因するフロックの増分を、第二項は拡散によるフロックの増分を示す。フロックの干涉沈降速度は次のように仮定する。

$$W = W_0 - \alpha \cdot C \quad (2)$$

ここで W : フロックの干涉沈降速度 C : フロックの濃度

W_0 : フロックの单一粒子としての沈降速度 α : 係数

アランケット層内におけるフロックは離合集散を繰返すが、破壊してオーバーフローすることはない」と仮定すると、フロック重量は常に一定となる。(したがって、

$$\int_0^H C(x) dx = W = \text{const.} \quad (3)$$

ここで H : プランケット層の下端から計ったプランケット層の高さ

W : プランケット層内の単位鉛直面積当たりのフロック重量

渦動拡散係数および(2)の係数 α は濃度 C には独立の常数と仮定する。ある定常状態においてプランケット層内の濃度 C は一定であると仮定する。記号の添字[1]は初めの定常状態を、[2]は水量負荷変化後の定常状態を示す。水量負荷が増加する場合と減少する場合に分けて理論式を導く。

1) 上昇流速(水量負荷)を増大させた場合 $C_1 > C_2$ である。上昇流速を増大させた後は

$$U = U_2 = U_0 - \alpha \cdot C \quad (4) \quad \text{また} \quad U = \alpha \cdot C_1 \quad (5)$$

移動系をとり $x' = x - U_2 t$ (6) また $C' = C - (C_1 + C_2)/2$ (7)

とすると、以上4式によつて(1)は次のようになる。

$$\frac{\partial C'}{\partial t} = -2 \cdot \alpha \cdot C' \frac{\partial C'}{\partial x'} + k \frac{\partial^2 C'}{\partial x'^2} \quad (8)$$

境界条件は次のようになる。

$$x' \rightarrow +\infty \text{ で } C' = (C_1 - C_2)/2, \quad x' \rightarrow -\infty \text{ で } C' = (C_2 - C_1)/2 \quad (9)$$

(8), (9)の近似解を求めるために

$$C' = C'(\xi), \quad \xi = x/f(t) \quad (10)$$

とおくと(8)は次のようになる。

$$\frac{\xi}{f} \frac{df}{dt} \frac{dC'}{d\xi} = 2 \cdot \alpha \cdot C' \frac{1}{f} \frac{dC'}{d\xi} - \frac{k}{f^2} \frac{d^2 C'}{d\xi^2} \quad (11)$$

(11)が f ともにに関する常微分方程式となるためには、A, B を常数として

$$2 \cdot \alpha \cdot C' \frac{dC'}{d\xi} = A \cdot \xi \cdot \frac{dC'}{d\xi} \quad (12)$$

$$\frac{k}{f^2} \frac{d^2 C'}{d\xi^2} = -B \xi \frac{dC'}{d\xi} \quad (13)$$

(12), (13)を(11)に代入して $t=0$ で $f=0$, $t=\infty$ で $f=\infty$, $f/t \rightarrow 1$ とすると $A=1$

$$t = f - B \ln \left(1 + \frac{f}{B} \right) \quad (14)$$

(12), (13)は同一の関係を与えなければならない。(12)と(9)を満足する解は

$$C' \begin{cases} (C_1 - C_2)/2, & \xi \geq \alpha \cdot (C_1 - C_2) \\ \xi/2 \cdot \alpha, & |\xi| < \alpha \cdot (C_1 - C_2) \\ (C_2 - C_1)/2, & \xi \leq \alpha \cdot (C_2 - C_1) \end{cases} \quad (15)$$

(13)と(9)を満足する解は

$$C' = \frac{C_1 - C_2}{2} (2B/\pi \cdot k)^{1/2} \int_0^\xi e^{-(B\xi^2/2k)} d\xi \quad (16)$$

(15)と(16)の C' の値の差を $0 \leq \xi \leq \infty$ の範囲で積分したもののが 0 に等しいと置くことによってこれらの解が近似的に同一であると見なして B を求める。すなわち

$$B = 2 \cdot k / \{ \pi \cdot \alpha^2 (\Delta C)^2 \} \quad (17) \quad \Delta C = (C_1 - C_2) / 2 \quad (18)$$

(5), (6), (7), (10), (14), (15), (16), (17)を用いると C を x と t の函数として求めることができる。したがってこの関係と(3), (5)を用いるとフランケットの高さ H の変化が求められる。解は(15)にしたがって三段階に分けられる。

濃度変化の境界を X_a , X_b とし $X > X_a$ では $C=C_1$, $X < X_b$ では $C=C_2$ とすると (6), (10), (15) から

$$X_a = \alpha \cdot (C_1 \cdot t + 2 \Delta C \cdot f) \quad (19) \quad X_b = \alpha \cdot (C_2 \cdot t - 2 \Delta C \cdot f) \quad (20)$$

a) $H > X_a$ のとき --- H は一定速度で上昇する。

$$H = W/C_1 + 2 \cdot \alpha \cdot \Delta C \cdot t \quad (21)$$

t の上限は $H = X_a$ となる時刻 t_a であり (14), (19), (21) から

$$C_1 \cdot f_a - 2 \cdot k \cdot C_2 \cdot (1 + f_a/B) / \{ \pi \cdot \alpha^2 (\Delta C)^2 \} = W / \alpha \cdot C_1 \quad (22)$$

上式により f_a が求まる (14), (17) から t_a , H_a が求まる。

b) $X_b < H < X_a$ のとき --- H の上昇速度は漸減する。

$$H = \alpha \cdot C_1 \cdot t + 2 \cdot \alpha \cdot f \left[\{ W / (\alpha \cdot f) + C_1 \cdot C_2 (1 - t/f) \}^{1/2} - (C_1 + C_2) / 2 \right] \quad (23)$$

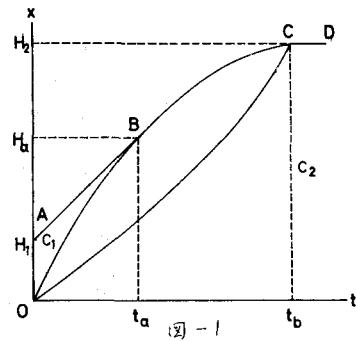
(4), (17), (23) から t と H の関係が求まる。 $H = X_b$ となる時刻を t_b , そのときの f を f_b とすると (20), (23) により

$$C_2 \cdot f_b - 2 \cdot k \cdot C_1 \cdot (1 + f_b/B) / \{ \pi \cdot \alpha^2 (\Delta C)^2 \} = W / \alpha \cdot C_2 \quad (24)$$

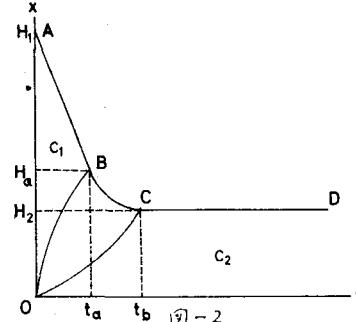
c) $H < X_b$ のとき --- H は一定値となる。 (14), (24) から t_b が求まる。

$$t \geq t_b \text{ で } H = W/C_2$$

この状態を図-1 に示す。 A-B は直線, B-C は曲線, C-D は直線となる。ここで A-B-C-D はフランケ



水量負荷増加時の界面の挙動



水量負荷減少時の界面の挙動

ット界面の挙動を、O-B,O-CはC₁からC₂への濃度の遷移領域の変化を、H₁,H₂は定常になった時のプランケット層の高さをそれぞれ示している。

2)上昇流速(水量負荷)を減少させた場合 C₁ < C₂である。前述の場合と同様に解は三段階に分かれれる。(14),(17)に相当する式として(25),(26)を得る。ただし△Cは(18)と同じである。

$$t = A \cdot [f + \ln(1-f)] \quad \dots \dots \dots (25)$$

$$A = -k \ln 2 / (\alpha \cdot \Delta C)^2 \quad \dots \dots \dots (26)$$

a) H > X_bのとき --- Hは一定速度で下降する。

$$H = W/C_1 - 2 \cdot \alpha \cdot t \cdot \Delta C \quad \dots \dots \dots (27)$$

$$f_a \cdot C_1 + C_2 \cdot \ln(1-f_a) = W / \alpha \cdot C_1 \cdot A \quad \dots \dots \dots (28)$$

(28)によりf_aが求まると(25),(26)によりH = X_bとなる時刻t_bが求まり(27)によりH_aが求められる。

b) X_b < H < X_aのとき --- Hの下降速度は漸減する。

$$H = \alpha \cdot C_1 \cdot t + 2 \cdot A \cdot \alpha \cdot f \left[\left\{ W / (A \alpha \cdot f) + C_1 \cdot C_2 (1 - t / A \cdot f) \right\}^{1/2} - (C_1 + C_2) / 2 \right] \quad \dots \dots \dots (29)$$

(25),(26),(29)からもとHの関係が求まる。H=X_bとなる時刻をt_b、そのときのfをf_bとすると、

$$C_2 \cdot f_b + C_1 \cdot \ln(1-f_b) = W / A \cdot \alpha \cdot C_2 \quad \dots \dots \dots (30)$$

c) H < X_bのとき --- Hは一定値となる。(25),(26),(30)からt_bが求まる。

$$t \geq t_b \text{ で } H = W / C_2$$

この状態を図-2に示す。なお渦動拡散係数k=0と仮定すると、B点とC点は一致する。

III. 実験装置と方法 長さ4.0m、内径58mmのアクリル樹脂管を使用した。管断面のいたるところで一様な上昇流をえ、またフロックの逆流を防止するために管の下端にG1のグラスフィルターをつけてある。ヘッドタンクを下った水は流量計を通過後このフィルターを通り管内を上昇し、管の上端からオーバーフローするようになっている。この管の上端から下端までスライド可能な台に豆球を用いた光源とフォトランジスタとのスライド台のレベルを電気的に示すための接点が取付けられている。フォトランジスタはフロックによる反射光のみを受光するようになっている。したがってフォトトラの電流はフロックの濃度に比例するものと考えられる。スライド台に取付けられた接点の対の接点は別の支柱に1cm間隔に設けてある。使用フロックは学内水道水(アルカリ度54°, PH 7.1, 水温9.0°C)と指宿小谷カオリソ5.0%を混和した原水に硫酸バンド(as Al₂(SO₄)₃)30ppmを注入後水平攪拌式ジャーテスタにて300rpmで30秒間攪拌し、さらにセパラン2610を2.0ppm注入し300-600rpmで10-20分間攪拌し5分間静置後上澄水を捨ててさり得たものである。なお実験中のオーバーフロー水は実験の組ごとにすべてバケツにとり破壊して流出したフロック重量の算出に用いた。

番号	上昇流速 mm/sec	平衡時 高さ cm	平衡時濃度 mg/cm ³	界面移動方向	推定平均拡散係数 %/sec	(2)の係数 α	理論式で求められた 時間 sec	
							時間 sec	時間 sec
1	1.0717	28.9	94.21	上	2.0	3.020	35.7	344
2	1.3553	32.0	88.82	上	2.0	2.818	45.4	478
3	1.6213	36.0	88.95	上	1.4	3.283	62.3	423
4	1.9296	41.0	75.52	上	1.7	3.341	70.8	619
5	2.2791	40.4	66.11	上	1.4	4.093	94.0	586
6	2.6747	47.9	57.31	上	1.4	4.093	94.0	586
7	2.2926	56.2	47.62	下	0.2	3.765	203	314
8	1.9202	45.4	49.29	下	0.2	3.588	127	270
9	1.6052	45.4	58.44	下	0.4	3.020	93.3	276
10	1.3381	38.3	58.49	下	0.6	2.848	70.6	250
11	1.0335	38.3	68.87	下	0.7	2.836	56.6	200

たものを補正した重量である。表-1における

表-1 プランケット界面の挙動と推定平均拡散係数

1) て番号3~4の変化とは上昇流速が 1.62m/sec から 1.9296m/sec へ、平衡時プランケット高が35.9cmから41.0cmへ、平衡時濃度が 23.50mg/l から 66.11mg/l への変化のことである。そしてその間の α が1.4で β が3.283であることを示している。推定平均拡散係数は(2)の係数 α を理論式に代入して計算した結果を描いた理論曲線と実験値から求めた曲線を重ね合すことにより推定した。上昇流速が増大する場合の例[表-1の3~4に相当]を図-3に示す。上昇流速が減少する場合の例[表-1の8~9に相当]を図-4に示す。渦動拡散係数 α が小さいほど図-1,2における t_a が長く、 t_b が短くなる。

