II －134　　河川汚濁の非定常に関する一考察

神戸大学　工学部　正員　清水　進

1. まえがき

従来、河川汚濁における溶存酸素平衡、ならびに、希釈拡散問題は、定常等流において汚濁物質の放流量が時間的に一定である場合を取扱ったものが多い。しかしながら、処理下水や工業廃液の放流においては、その水量と水質は時間とともに変化し、あるものは周期的変動を示すものもあると考えられる。このような問題に対して、Wen-Hsiung Li[1]は定常不等流における汚濁物質の非定常流入について、拡散係数を無視することによって汚濁物質の分布と溶存酸素垂下曲線の一般式を求めている。そこで、著者は周期的変動をもって流入する汚濁物質の分布を拡散を考慮に入れた一般方程式から導き、さらに、汚濁物質分布の非定常項について、それが流れの乱れの大きさや流入する汚濁による水質変動周期などによって、定常分布に収斂する速さが異ることについて考察した。

2. 理論式

1次元定常等流において、汚濁物質が1次反応によってのみ減衰するものと仮定すれば、汚濁物質濃度分布の基礎式は(1)式によって与えられる。

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_x\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - u\frac{\partial C}{\partial x} - k_1 C \qquad (1)$$

こゝに、$C(x,t)$は汚濁物質濃度、D_xは流下方向乱流拡散係数、uは流れの平均流速、k_1は汚濁物質の自己減衰係数、xは流下距離、tは時間を表わす。汚濁物質が流れに余弦関数の量でもって流入し、その水量を流れの流量に比べて無視できるものとすれば、(1)式の境界条件は(2)式で与えられる。

$$\left.\begin{array}{l} x=0,\ t>0\ ;\quad C = C_0 + \alpha C_0 \cos(\omega t+\theta) \\ x=\infty,\ t>0\ ;\quad C=0 \end{array}\right\} \qquad (2)$$

こゝに、αは$1>\alpha>0$なる定数、ωとθはそれぞれ振動数と位相を表わす。

(1)式と(2)式の特解を

$$C = C_0 C_1(x) + \mathrm{Re}\left\{\alpha C_0 C_2(x)\, e^{i(\omega t+\theta)}\right\} \qquad (3)$$

と仮定すると、解は(4)式のようになる。

$$C = C_0 e^{J_1 x} + \alpha C_0 e^{J_3 x}\cdot\cos\left(\omega t - a^{\frac{1}{2}}\sin\frac{\phi}{2}\cdot x+\theta\right) \qquad (4)$$

こゝに、

$$\left.\begin{array}{l} J_1 = \dfrac{u-\sqrt{u^2+4k_1 D_x}}{2D_x}\ ,\quad J_3 = \dfrac{u}{2D_x} - a^{\frac{1}{2}}\cos\dfrac{\phi}{2} \\ a e^{i\phi} = \left(\dfrac{u^2+4k_1 D_x}{4D_x^2} + \dfrac{\omega i}{D_x}\right) \end{array}\right\} \qquad (5)$$

である。

3. 考察

(5)式のJ_1について級数に展開すれば

$$J_1 = -\frac{k_1}{u} + \frac{k_1^2}{u^3}D_x^2 - 2\frac{k_1^3}{u^5}D_x^2 + \cdots \qquad (6)$$

となり、一般に$\frac{k_1 D_x}{u^2} \ll 1$であるので2項以下は省略できる。すなわちDobbins[2]によって示されたように定常項の減衰係数は流れの乱れにほとんど影響されない。J_3のD_xとωによる変化を調べるために、$u=4.32\times10^1$ km/day $(=0.5$ m/sec$)$、$k_1=0.4$ 1/dayの1例について計算すると、図－1のようになる。

D_xは一般に$2.0\ m^2/sec$ $(=1.73\times10^{-1}\ km^2/day)$より小さい値なので、周期Tが約$0.3\ day$より大きいときは、$J_1 \fallingdotseq J_3$となって非定常項は定常項と同じ割合で残る。また、同じ程度の乱れをもつ流れにおいては、周期が小さい変動は急速に定常項に収斂する。

(5)式のJ_3について、$\frac{4D_x\omega}{u^2+4k_1D_x}<1$で あれば$J_1$と同じように級数に展開できる。

$$J_3 = J_1 - \frac{u}{2D_x}\left(1+4\cdot\frac{k_1D_x}{u^2}\right)^{\frac{1}{2}} \times\left(\frac{1}{8}\eta^2-\frac{5}{128}\eta^4+\frac{21}{1024}\eta^6-\cdots\right) \qquad (7)$$

こゝに、$\eta=\frac{4D_x\omega}{u^2+4k_1D_x}$ である。そこで、$D_x<1.73\times10^{-1}\ km^2/day\ (2.0\ m^2/day)$，$T>2\ min.$の範囲で、(7)式が速かに収斂するような流速をもつ流れ($u>0.5\ m/sec$) について考察する。(7)式において、$\frac{4k_1D_x}{u^2}\ll1$となり、ηの級数に関しては4乗の項以下は省略できるので、J_3は近似的に(8)式で表わすことができる。

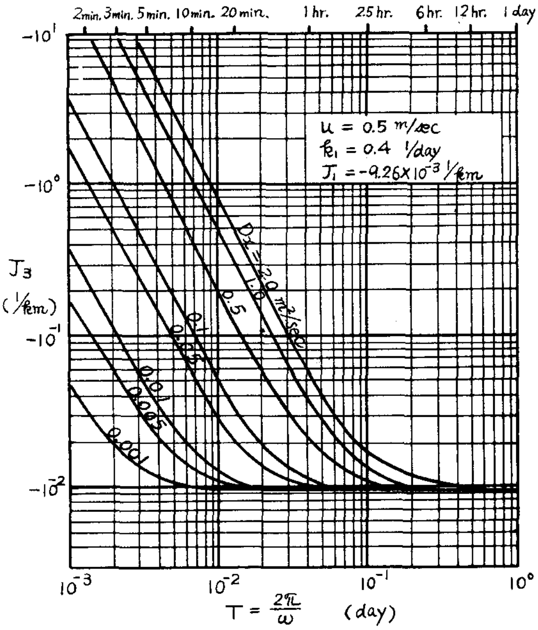

図 - 1

$$J_3 = J_1 - \frac{D_x\omega^2}{u^3} \qquad (8)$$

Harleman[2)]は流下方向の拡散係数について、(9)式を提案している。

$$D_x = 20.0\,n\,u\,R^{\frac{5}{6}} \qquad (9)$$

こゝに、nはManning公式の粗度係数、Rは径深を表わし、単位はkm-day である。(9)式を(8)式に代入すると(10)式がえられる。

$$J_3 = J_1 - 20.0\,n\,R^{\frac{5}{6}}\frac{\omega^2}{u^2} \qquad (10)$$

非定常項の波の頂点と定常項との比rをとり、流れの定常等流から $x=ut$ の関係を入れると(11)式のようになる。

$$r = \alpha e^{-20.0nR^{\frac{5}{6}}\frac{\omega^2}{u}t} \qquad (11)$$

(11)式から明らかなように、n、Rとuは一般に変化する範囲が小さいので、水質の変動が定常分布に収斂する速さは、その変動の周期によって大きく影響されることがわかる。

4. 結語

以上の解析から、水質変動を示す流れの水質調査におけるその変動量の取扱いについては、特にその周期に注目する必要があることが推測される。

参考文献

1. Wen-Hsiung Li ; Unsteady Dissolved-Oxygen Sag in a Stream, Proc. of the ASCE, May, 1962.
2. W.E.Dobbins ; BOD and Oxygen Relationships in Streams, Proc. of the ASCE, June, 1964.
3. D.R.F.Harleman; The Significance of Longitudinal Dispersion in the Analysis of Pollution in Estuaries, Proc. of the 2nd ICWPR, August, 1964.