

大阪市立大学工学部 正員 工博の永井莊七郎

工修 小田 一紀

1. 緒言

本研究は本州四国連絡橋の超大橋脚の施工時において、橋脚ケーソンが周囲の支持構造物（橋脚建造のための *erection pier*）に固定されない前に、或いは十分に固定されていない場合に、波浪による動揺によって、周囲の支持構造物にどの程度の力が働くかを調べるのが目的である。この研究は大型タンカ船などがドルフィンに及ぼす衝撃力の問題にも共通する。この問題を解決するには、先ず波による浮体の動揺特性について十分な研究が必要である。一般に波浪中の浮体は回転と並進とを合成した複雑なロッキング運動をし、特に回転運動に対しては浮体の固有周期と波の周期との関係が重要な問題となるであろう。しかしここでは第1段階として浮体と支持構造物との間隔が小さくて、回転運動が小さい間に支持構造物に衝突すると考え、浮体は主として並進運動を行って支持構造物に衝突すると仮定して解析を行った。

衝撃力の測定方法としては支持構造物として4本の鋼管弾性柱を用い、これにロードセル（*load cells*）を取付けて測定した。

次に問題となるのは衝突時に有する浮体の運動量が支持柱の弾性特性によってどのような衝撃力に変換されるかということである。この問題についても理論的考察および実験による検討を行った。

2. 実験結果

橋脚ケーソンの底部の模型として図-1に示すように内径2.80m 外径3.20m、高さ60cmの円筒形の鋼板製浮体を用いた。先ず円筒内部の水の影響を除くため底板を設けた。（以後に述べることはすべて底板を有する浮体についてのことからである。）模型の重量は $W = 3210$ kg、吃水は $h_d = 40$ cmである。水中におけるローリング周期は $T_r = 1.94$ secであった。浮体は波の進行方向と直角方向の水平軸の周りの運動のみを行い、左右のロードセルにはほとんど力は働かなかった。ロードセルと浮体との最大間隔は $\delta_{max} = 5$ cm および 1 cm の2種類に変えた。図-2は実験状況を示す。

(1) 衝突時に有する浮体の運動量

図-3および図-4はロードセルによって測定された水平方向の力積 $F_p = \frac{1}{2} \rho a \cdot h$ とその作用時間 τ を示したものである。この力積は浮体の運動を並進運動とし、衝突時のエネルギー損失を無視する（反跳係数 $e = 1.0$ ）ならば、衝突の前後における運動量の変化 $2Mv_0$ (v_0 : 接近速度) に等しい。衝撃力を測定する位置が浮体の重心を通る水平線から離れすぎると、この関係は修正を要する。力積 F_p とならば浮体の衝突時の運動量は波の周期による変化は余り見られず、主として波高によって変化し

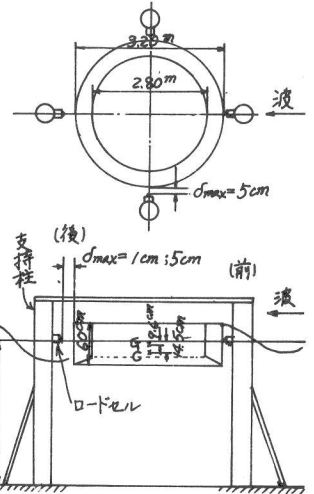


図-1. 浮体模型および実験方法

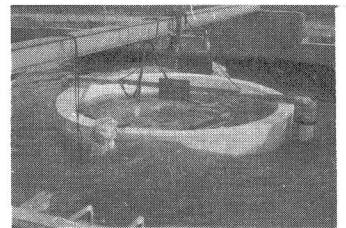


図-2. 実験状況

ている。また波の進行方向に運動する時の接近速度の方が大きい。力積は後のロードセルに衝突する場合の方が大きい。浮体とロードセルの最大間隔 d_{max} が 5 cm の方が力積は大きい。 d_{max} が小さいと浮体の速度が大きくなり間に衝突するためであろう。

力積における作用時間 τ_a はロードセルの支持柱のバネ定数 $K (=4.5 \times 10^3 \text{ kg/cm})$ が一定であれば、 d_{max} が大きい方が短い。また τ_a は前後のロードセルに対してほとんど相違は認められない。

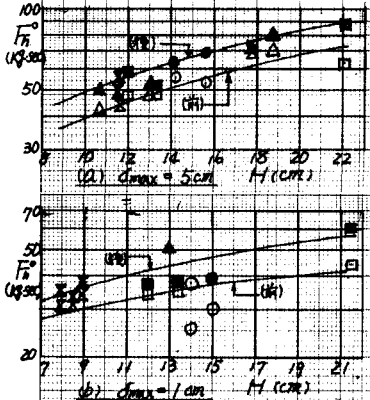


図-3. ロードセルによって測定された力積

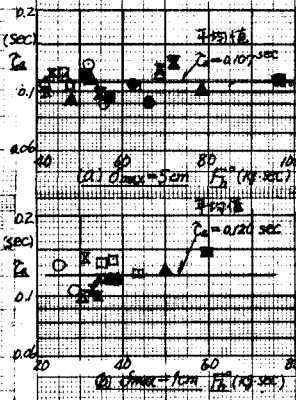


図-4. 力積の作用時間

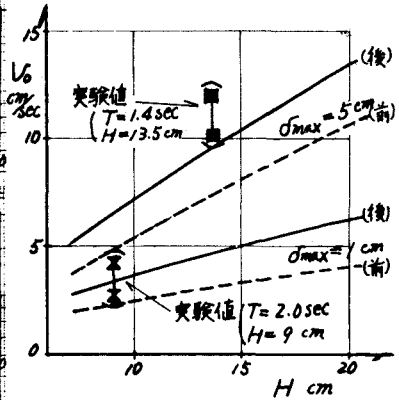
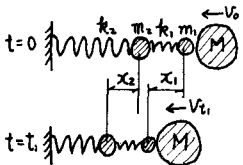


図-5. 接近速度 V_0

ロードセルは弾性柱に支持されているため当然ロードセルによる測定値には支持柱の弾性撓みの影響が入る。弾性柱に支持されたロードセルとこれに衝突する物体との間の関係は 2 自由度のバネ系に衝突する物体の問題として取り扱われる。図において $t=0$ において質量 M なる物体が速度 V_0 で衝突し、 $t=t_1$ の後にそれぞれのバネの質点の変位を x_1, x_2 、衝突物体の速度を $V_{t_1} (= \dot{x}_1)$ とすれば、水



の粘性を無視すれば次の運動方程式が成り立つ。

$$\left. \begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + k_1(x_1 - x_2) &= F \\ m_2 \ddot{x}_2 + k_2 x_2 - k_1(x_1 - x_2) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad 0 \leq t \leq \tau_a \quad (1)$$

および

$$\int_0^{t_1} F dt \doteq M V_0 - M V_{t_1} = M V_0 - M \dot{x}_1 \quad (2)$$

初期条件として

$$t=0: \dot{x}_1 = V_0, x_1 = 0, \dot{x}_2 = 0, x_2 = 0 \quad (3)$$

(1), (2), (3) 式より、ロードセルに相当するバネ 1 の質点の変位はバネ 1 に固定した座標系においては

$$x = x_1 - x_2 = \frac{V_0}{\beta_1^2 - \beta_2^2} \left(\frac{\beta_1^2 - C}{\beta_1} \sin \beta_1 t - \frac{\beta_2^2 - C}{\beta_2} \sin \beta_2 t \right) \quad (4)$$

$$\text{ここに} \quad \beta^2 = \frac{1}{2} \{ (a+b+c) \pm \sqrt{(a+b+c)^2 - 4ac} \}, \quad \beta_1^2 = \frac{1}{2} \{ (a+b+c) + \sqrt{(a+b+c)^2 - 4ac} \}$$

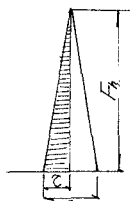
$$a = \frac{k_1}{m_1 + M} \approx \frac{k_1}{M}, \quad b = \frac{k_1}{m_2}, \quad c = \frac{k_2}{m_2}$$

$$\dot{x}(c) = 0 \text{ より } \frac{\cos \beta_1 c}{\cos \beta_2 c} = \frac{\beta_1^2 - C}{\beta_2^2 - C} \quad (5)$$

(5) 式では力積の作用時間 τ_a の $1/2$ に相当する。(実際はエネルギー損失があるため τ_a は 2c よりやや大きくなる)

またバネ 1 (ロードセル) による反力の力積を求めると

$$\int_0^c k_1 x dt \doteq M V_0 \left\{ 1 - \left(1 - \frac{\beta_1^2}{c} \right) \cos \beta_1 c \right\} \quad (6)$$



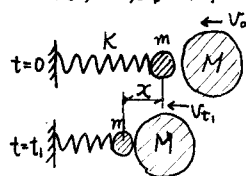
この積分値はロードセルによって測定された力積の半分、 $\frac{1}{2} F_n$ に等しい。

従って、

$$\frac{\frac{1}{2} F_n}{M V_0} = 1 - \left(1 - \frac{\beta_1^2}{c} \right) \cos \beta_1 c \quad (7)$$

我々の実験の場合についてこれを検討すると、(7)式の右辺はほぼ 0.75~0.80 になり測定された F_n は $2 M V_0$ の 75~80 % であった。従ってこの場合の測定値には補正を必要とする。

力積の作用時間 c は厳密には(5)式より求めなければならないが、ロードセルのバネ定数 k_1 ($\doteq 8 \times 10^3$ kg/cm) に比べ支持柱のバネ定数 k_2 ($\doteq 4.5 \times 10^3$ kg/cm) が非常に小さいので、 c は支持柱のバネ定数に支配されると考えられる。このような場合は 1 自由度のバネ系 (支持柱) に質量 M 、速度 V_0 の物体が衝突する場合の問題として近似的に取り扱う。



運動方程式は水の粘性を無視すれば、支持柱のバネ定数を K とすれば

$$\left. \begin{aligned} m \ddot{x} + Kx &= F \\ \int_0^{t_1} F dt &= M V_0 - (m+M) V_{t_1} \\ &= M V_0 - (m+M) \dot{x} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

初期条件として $t=0: \dot{x} = V_0, x=0$

(8)式を解いて、 $\dot{x}(c)=0$ より力積の作用時間 c を求めると、反跳係数 $e=1.0$ の時

$$c_a = 2c = \pi \sqrt{\frac{M}{K}} \quad (9)$$

実験より c_a と K を求め、(9)式より衝突時における浮体の質量 M を求めると次のようである。

K kg/cm	σ_{max} cm	c_a sec	M_0 kg sec/cm	M kg sec/cm	M_a kg sec/cm	M_a/M_0
4.5×10^3	5	0.107	3.28	5.21	1.93	0.59
"	1	0.120	3.36	6.56	3.20	0.95

K : 支持柱のバネ定数

M_0 : 浮体の排水量

M_a : 付加質量

$M = M_0 + M_a$: (9)式より求めた値。

この結果によればロードセルと浮体の間隔が小さく、浮体の速度が小さい程付加質量 M_a は大きいようである。

図-5 は $F_n = 2 M V_0$ が成り立つとして、(9)式より求めた M と測定した力積 F_n とより求めた V_0 の値を示す。この計算に用いた力積 F_n は図-3 において平均化した値を用いた。この計算結果は写真撮影によって実測した値とほぼ一致している。

3. あとがき

以上の解析に当っては、浮体の運動を並進運動のみに限定して衝突時に有する運動量 $M V_0$ のすべてが支持柱に働く力積に変換されると仮定している。