

管壁の幾何学的形状が波状を呈すいわゆるコルゲート管も波状凹凸の管径に対する比、凹凸の波長などによって流れに異なった水理学的特徴を与えることが予想される。すなわち、管径に比して凹凸の大きさが十分小さく、かつ波長が短い場合、管壁の凹凸はあたかも管路につけられた枝状粗度のよう流れに作用し、また一方、波長が長くなると、流れは断面積が周期的に変わる管路内のそれに相当しよう。

ここでは、コルゲート管が後者のそれとて分類されるときこの管内の流れ、すなわち図-1に示す管内の定常流について行なった若干の計算を示す。こゝで、その一般的を取り扱いは複雑であるから、1波長当りの平均的な損失水頭と管壁における抵抗力のなす仕事とは釣り合い、流速分布や流圧分布の変化は微小な二次的なものにとぎないこと、および管径変化も平均径に比して十分小さく、現象が線型問題として解析されることを前提とする。こゝから、解析の限度は自ら定められるわけであつて、詳細な実験資料による高次の数学的モデルによつて行なわれなければならない。

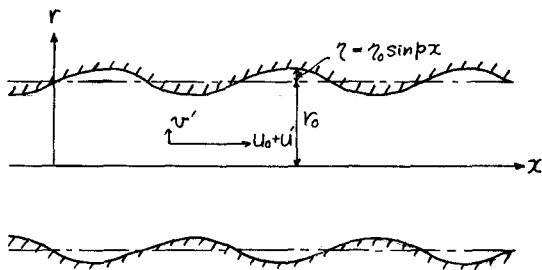


図-1 解析の対象とする管路

図-1に示す管路に対して、一次近似法を適用すれば連続式およびエネルギー式はそれぞれ次のように表わされる。

$$\frac{d}{dx} \int u dA = 0 \quad (1)$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{\rho}{2g} u^2 + \frac{\rho}{g} \Omega + \frac{\rho}{g} p \right) u dA + \int \frac{\tau_0}{g} u_0 \sqrt{1 + \left(\frac{dr}{dx} \right)^2} d\theta = 0 \quad (2)$$

ここに、 A : 管の断面積、 u : x 方向の速度成分、 ρ : 合速度の大きさ、 Ω : 基準面よりのポテンシャル、 p : 流圧、 τ_0 : 壁面に沿う抵抗カ、 u_0 : 壁面付近で抵抗力のなす仕事の貢献と見る速度成分、 θ : 周縁の長さである。

いま、上述の前提条件によつてビエツ水頭の平均的低下率が管路の表面抵抗のなす仕事の割合と釣り合うと仮定する。この状態に対する x 方向の速度成分を u_0 とし、変動を u' 、また r 方向の変動速度を v' 、ビエツ水頭の変動を h' とあくと、軸対象流れに対して円柱座標系を用いると、連続方程式、 x 軸方程式、 r 軸方程式はそれぞれ次のように表わされる。

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial r} + \frac{v'}{r} = 0 \quad (3)$$

および

$$\frac{u_0}{g} \frac{\partial u'}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\Omega}{g} + \frac{p}{\rho g} \right)' = -\frac{\partial h'}{\partial x} \quad (4)$$

$$\frac{u_0}{g} \frac{\partial v'}{\partial x} = -\frac{\partial h'}{\partial r} \quad (5)$$

こゝに、高次項を省略している。(3)~(4)式より u' , h' を消去し、かつ v' が x に因する周期関数であることより、(3)~(5)式の解とここの v' は

$$v' = [C_1 I_1(pr) + C_2 K_1(pr)] \sin px$$

である。こゝに、 I , K は変形 Bessel 関数である。境界条件とこゝつきの線型化条件

$$r=0 \text{ で } v'=0, \quad r=r_0+\eta \approx r_0 \text{ で } \frac{v'}{u_0+u'} \approx \frac{v'}{u_0} \approx \frac{dh}{dx}$$

を用いると、 v' はつぎのようになる。

$$\frac{v'}{u_0} = \frac{\eta_0}{r_0} \cdot r_0 p \cdot \frac{I_1(pr)}{I_1(pr_0)} \cos px \quad (6)$$

また u' は (3) 式より境界条件: $\int_0^{r_0+\eta} 2\pi r(u_0+u') dr = \int_0^{r_0} 2\pi r(u_0+u') dr = Q$ を用いてえられ、

$$\frac{u'}{u_0} = 2 \frac{\eta_0}{r_0} \left[1 - \frac{r_0 p}{2} \frac{I_0(pr)}{I_1(pr_0)} \right] \sin px \quad (7)$$

となる。同様に平均的なピエゾ水頭よりの変動 h' も

$$\frac{h'}{r_0} = -2 \frac{\eta_0}{r_0} \frac{u_0^2}{g r_0} \left[1 - \frac{r_0 p}{2} \frac{I_0(pr)}{I_1(pr_0)} \right] \sin px = -\frac{u_0^2}{g r_0} \cdot \frac{u'}{u_0} \quad (8)$$

とて求められる。このようにして、波状境界面をもつ管路の流れの局所の変動の第1次近似が求められる。しかし、用いた境界条件より管壁近傍ではかえつて近似度が悪くなり、波状境界面の特徴を記述に難くなることが予想される。すなわち、この取り扱いがむしろ一次近似的な巨視的挙動とこゝつそれに適切であろう。図-2*, -3*は v' , u' の r による変化を示すものである。なお、実験的な検討による解析的モデルの展開については目下準備中である。

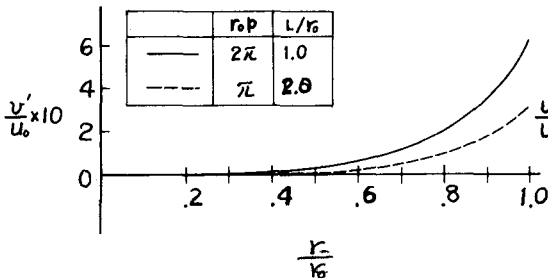


図-2

* 計算に当って $\sin px$, $\cos px$ はいずれも1としている。また $(\eta_0/r_0) = 0.1$ である。

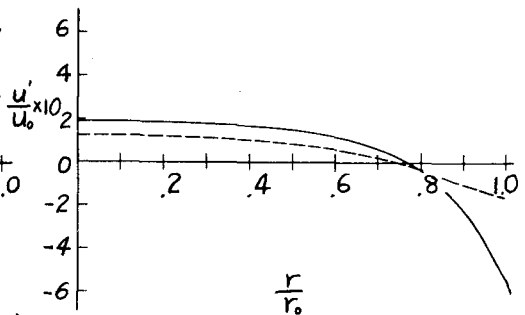


図-3