

日本大学工学部 正員 安田 禎 輔

1. はしがき 濁流の浮遊粒子である土粒子の性質に比較的近い性質を持ったジークライト（白土比重2.68, 水に対して不溶解性）を, 浮遊粒子とする懸濁液のパイプ輸送の実験を行い, その流動特性が Waele-Ostwald 氏または Bingham 氏の流動特性方程式で表わされることが分った。そこで壁面抵抗係数 $\tau_w = f(PV/2)^{1/n}$ と定義し, 摩擦損失係数および平均流速係数を理論的に求め, 実験値と比較した。

2. 理論的考察 懸濁液または泥漿の流動特性が, Waele-Ostwald 氏または Bingham 氏の流動特性方程式または, その他の方程式によって示されることは, ある程度予期されることではあるが, この点に関しては, すでに幾つかの報告があり, 筆者も狭い範囲ではあるが濃度が純容積比で1~8%の間では乱流中においても流動特性が Waele-Ostwald 氏の方程式で示されることを確かめることができた。

すなわち, もし乱流中においても流動特性が Waele-Ostwald 氏の方程式にしたがうならば, 次式

$$\log\left(\frac{32Q}{\pi d^3}\right) = n \log\left(\frac{d \cdot \Delta P}{4\ell}\right) + \log \frac{4}{(n+3)u}$$

によって, 測定値 $32Q/\pi d^3$ と $d \cdot \Delta P/4\ell$ との関係を両対数方眼紙にプロットすれば直線分布するはずであるが, 筆者の行った実験測定値の一例を示せば図-1のごとく, ほとんど直線分布してある。したがって, この実験範囲においては乱流中の流動特性は Waele-Ostwald 氏の式で示される。

しかしさらに高濃度の泥漿については, 筆者はまだ実験的確認を得ていないが, 矢野勝正博士（第18回土木学会学術講演会講演摘要第II部）や, これは断片的記述ではあるが富田幸雄氏（機械学会誌 Vol. 63, No. 503, Dec. 1960, 14頁）などによって, 層流における泥漿の流動特性は Waele-Ostwald 氏または Bingham 氏の特性格方程式にしたがうものと考えられてある。

上述のことから懸濁液または泥漿の流動特性はつぎの二つの方程式で表わせる。すなわち

$$\text{Waele-Ostwald: } \frac{du}{dy} = \frac{\tau^n}{\mu_p}, \quad \text{Bingham: } \frac{du}{dy} = \frac{\tau - \tau_y}{\mu_B}$$

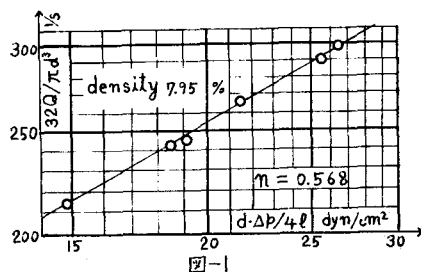
さて, これらの式で示される流動特性方程式は, 次式の形に, まとめて書き表わすことができる。

$$\frac{du}{dy} = \frac{(\tau - \tau_y)^n}{\mu}$$

上式において, $\tau_y = 0$ とおけば Waele-Ostwald 氏, $n=1$ とおけば Bingham 氏, そのまゝの形は Plastic 流体の特性格方程式となる。したがって, これら各種の流体の理論は上式から出発して論ずれば充分である。さて上式を円管の場合に適用すれば

$$-\frac{du}{dr} = \frac{(\tau - \tau_y)^n}{\mu} \dots \dots \dots (1)$$

右式のようになる。すなわち



この流体が円管内を定常的に流れる場合は管長 l 区間の二断面間の釣合から次式が得られる。

$$\frac{2r}{D} = \frac{\tau}{\tau_w}, \text{ および } \tau_w = \frac{D}{4} \frac{\Delta p}{l}, \text{ (ただし } \tau_w \text{ は壁面抵抗) } \dots\dots (2)$$

$$(1) \text{ および } (2) \text{ 式より } \frac{du}{dr} = -\frac{1}{\mu} \left(\frac{2r}{D} \tau_w - \tau_y \right)^n$$

$r = D/2$ のとき $u = 0$ の条件を考慮して上式より流速分布式を求めると次式となる。ただし $r \cong \frac{D}{2} \cdot \frac{\tau_y}{\tau_w}$ 。

$$u = \frac{D \tau_w^n}{2(n+1)\mu} \left\{ \left(1 - \frac{\tau_y}{\tau_w}\right)^{n+1} - \left(\frac{2r}{D} - \frac{\tau_y}{\tau_w}\right)^{n+1} \right\} \dots\dots (3)$$

$$\text{平均流速は } V = \frac{4}{\pi D^2} \left\{ \pi \tau_y^2 u_y + \int_{\tau_y}^{\frac{D}{2}} 2\pi r u dr \right\} = \frac{D \tau_w^n}{2\mu} \left(1 - \frac{\tau_y}{\tau_w}\right)^{n+1} \left\{ \frac{1}{n+1} - \frac{2}{(n+1)(n+2)} \left(1 - \frac{\tau_y}{\tau_w}\right) + \frac{2}{(n+1)(n+2)(n+3)} \left(1 - \frac{\tau_y}{\tau_w}\right)^2 \right\}$$

$$\text{ここで } \frac{1}{4K} = \left(1 - \frac{\tau_y}{\tau_w}\right)^{n+1} \left\{ \frac{1}{n+1} - \frac{2}{(n+1)(n+2)} \left(1 - \frac{\tau_y}{\tau_w}\right) + \frac{2}{(n+1)(n+2)(n+3)} \left(1 - \frac{\tau_y}{\tau_w}\right)^2 \right\}$$

とあけば平均流速公式は次式となる。すなわち

$$V = \frac{D \tau_w^n}{8\mu K} \dots\dots (4)$$

(4)式より τ_w を求めると次式となる。

$$\tau_w = f \left(\frac{\rho V^2}{2} \right)^{\frac{1}{n}}, \text{ (ただし } f = \left(\frac{16K}{R_e} \right)^{\frac{1}{n}}, R_e = \frac{\rho V D}{\mu} \text{) } \dots\dots (5)$$

壁面抵抗係数を(5)式で定義すると、 $f = (16K/R_e)$ となる。

流れ方向の l 区間の釣合の条件より、摩擦損失水頭の一般式が求まる。あるいは(4)式より直接求めることもできる。すなわち

$$h_L = \lambda \frac{L}{D} \left(\frac{V^2}{2g} \right)^{\frac{1}{n}}, \text{ ここで } \lambda = 4 \left(\frac{16\mu g K}{\rho V^n D} \right)^{\frac{1}{n}} = 4f w^{(1-n)/n} \text{ あるいは } \lambda = 4 \left(\frac{8g}{CDV} \right)^{\frac{1}{n}} \dots\dots (6)$$

また平均流速公式は(4)式から次式のごとく表わされる。すなわち

$$V = CR^n I^n, \text{ ここで } C = \frac{w^n}{2\mu K} = \frac{8g}{DV} \left(\frac{4}{\lambda} \right)^n = \frac{8}{\rho V D} \left(\frac{w}{f} \right)^n \dots\dots (7)$$

行った実験^は(1)式において $\tau_y = 0$ の流体について実験した。右表中1, 2, 4, 5および6ランは実験測定値。3ランは筆者の実験による n と濃度との表図-2より求めた値。7ランは測定値 n, R, I, V より直接求めたもの。8ランは測定値 n, w を用い $\mu = 3.80 \times 10^{-5}$ とし(7)式

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	濃度	w	n	R	I	V	C	C	V
	%			$\times 10^{-3}$	$\times 10^{-2}$		$\times 10^2$	$\times 10^2$	
1	7.70	1.129	0.5687	5.05	3.01	0.543	159	158	0.538
2	7.92	1.133	0.5677	"	3.73	0.610	157	158	0.615
3	8.38	1.141	0.5658	"	3.86	0.614	153		
4	8.02	1.135	0.5673	"	4.33	0.674	159	158	0.671
5	8.00	1.134	0.5674	"	5.17	0.731	156	158	0.742
6	7.66	1.129	0.5688	"	5.36	0.752	159	158	0.746

いわゆる半理論的に求めた平均流速係数。9ランは8ランの C を用い(7)式による計算値。以上によって V の理論値と測定値はほぼ一致し、また C は理論的にも濃度が決まれば定数となることを示す。

