

北海道大学 工学部 正員 山岡 勲

北海道大学 大学院 学生員 伊藤 金通

分岐管に関する研究はVogel等により古くから行なわれており実用される形状寸法の分岐管に対しては損失係数の実験的研究が既に行き届いている。しかし局所的な水理やエネルギー損失に関する定量的解析を行なった研究は余り見られず、佐藤(雄)の運動量法則による解析はこの問題の研究に対する一つの勝れた指針を寄与したものと考える。筆者らもさきに特定の直角分岐管に関する水理模型実験を行ない分流の損失係数について流量比 $q_p$ との関係等を図示したが、本稿においては佐藤と異った検査面を考えて運動量法則による損失係数 $f_p$ の解析を行ない $f_p$ を支・本管流量比 $q_p$ 、支・本管断面積比 $\varphi$ 、および係数 $K_1$ 、 $K_2$ の関数として求めた。また $K_1$ (本管流運動量の支管軸方向成分の支管流運動量に対する比)、 $K_2$ (分岐管入口における主軸方向運動量の主軸流運動量に対する比)に関する実験値による図表を示し損失係数の特性に関する考察を行なった。分岐部上流側の丸みによる損失係数軽減についても佐藤(3)の実験値を用いて運動量法則による若干の考察を加えた。ついで直角分岐管直下流の剥離形状についても運動量法則と管壁の圧力実測値を用いてその算定を行なった。

### 1. 直角分岐管における分流損失係数に関する解析

#### 1-1 運動量方程式による損失係数

図1-1のような直角分岐管において検査面を図の破線のよ  
うな円筒状に採り、運動量法則を支管軸方向に適用すると

$$F_{er} + K_1 \rho U_p^2 A_p = F_r + \eta_p \rho U_p^2 + \gamma_y + P_y + \int \tau_y dy \dots (1-1)$$

ここに、 $F_{er}$ : 円筒検査面の頭部に作用する圧力による力で  $(P_r + P) A_p / 2$ 。

$F_r$ : 円筒検査面の底部に作用する圧力による力で  $P_r A_p$ 。  $\gamma_y$ :

剥離の境界面に作用する全せん断力の支管軸方向成分。  $P_y$ :

剥離の境界面に作用する全垂直力の支管軸方向成分。  $K_1$ :  $\alpha$ 断面における運動量の支管軸方向成分の支管流運動量に対する比。  $\eta_p$ : 流速分布の運動量に対する補正係数。  $\int \tau_y dy$ : 管内せん断応力。

$\rho$ : 流体の密度。

また剥離領域に作用する力のつり合い条件より

$$\gamma_y + P_y = 0 \dots (1-2)$$

また図1-2の如く検査面を破線の円柱状に採り運動量法則を主  
管軸方向に適用すると

$$F_r + \eta_r \rho U_r^2 A_r = F_{er} + \eta_p \rho U_p^2 A_p + K_2 \rho Q_p U_p + \int \tau_x dx \dots (1-3)$$

ここに、 $F_r$ :  $\alpha$ 断面に作用する圧力による力  $P_r A_\alpha$ 。  $F_{er}$ :

$r$ 断面に作用する圧力による力  $P_r A_r$ 。  $K_2$ : 分岐支管から流

出する流体の有する運動量の主軸方向成分の主軸流運動量に対

する比。  $Q_p$ : 支管流量。  $\eta_r$ ,  $\eta_p$ : それぞれ $\alpha$ ,  $r$ 断面における流速分布の運動量補正係数。

図1-1

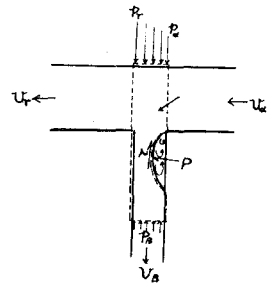
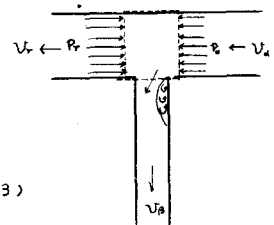


図1-2



$\int \tau_w dx$ : せん断応力。

また連続の条件より

$$V_r = (1 - q_p) V_w \dots (1-4) \quad \text{但し } q_p: \text{支管と分岐上流主管の流量比 } Q_p/Q_w$$

一方エネルギー式は

$$\frac{P_0}{\gamma} + \lambda \frac{V_w^2}{2g} = \frac{P_1}{\gamma} + \lambda_p \frac{V_p^2}{2g} + \lambda \frac{L}{D} \frac{V_w^2}{2g} + f_p \frac{V_w^2}{2g} \dots (1-5)$$

ここに、 $\lambda_w, \lambda_p$ : 流速分布のエネルギー補正係数。  $f_p$ : 分流損失係数。  $\lambda \frac{L}{D} \frac{V_w^2}{2g}$ : 摩擦損失水頭。

$\gamma$ : 流体の単位体積重量。

いまません断力と摩擦応力が等しいと仮定すると

$$\lambda \frac{L}{D} \frac{V_w^2}{2g} = \frac{\int \tau_w dy}{A_w \gamma} + \frac{\int \tau_w dx}{A_w \gamma} \dots (1-6)$$

したがって分流損失係数  $f_p$  は(1-1)~(1-6)式より次式によって示される。

$$f_p = \left( \frac{2\eta_p - \lambda_p - 2K_1}{\varphi^2} + \eta_r \right) q_p^2 + (K_2 - 2\eta_r) q_p + (\eta_w + \lambda_w - \eta_r) \dots (1-7)$$

いま流速分布補正係数を1とすると(1-7)式は

$$f_p = \left( \frac{1 - 2K_1}{\varphi^2} + 1 \right) q_p^2 + (K_2 - 2) q_p + 1 \dots (1-8)$$

本式によって  $f_p$  は面積比  $\varphi$ , 流量比  $q_p$ , 及び  $K_1, K_2$  によって変化する係数である事が明らかにされた

#### 1-2. $K_1, K_2$ に関する実験的考察

粗度の影響を無視すれば  $K_1, K_2$  とも  $Re$  数,  $\varphi$ ,  $q_p$ , 分岐部接合部の形状を示す無次元数  $L$ , 分岐角度  $\theta$  の関数であると思われる。

$$K_1, K_2 = K_1, K_2 (Re, \varphi, q_p, L, \theta) \dots (1-9)$$

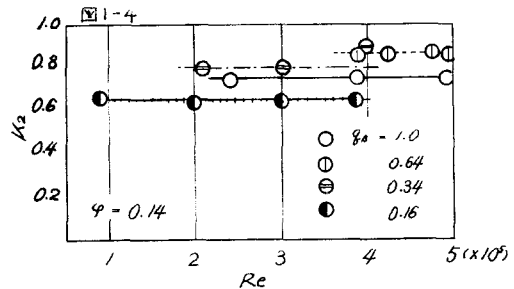
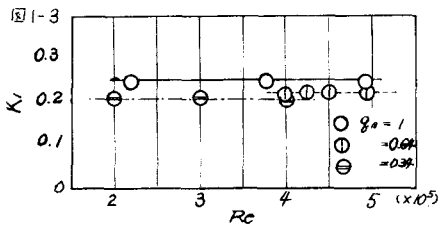
分岐管の基本形である直角分岐管 ( $\theta = 90^\circ$ ) について分岐部接合部が無整形の場合における  $K_1, K_2$  の特性を調べる。但し  $\varphi = 0.140$  の時の  $K_1, K_2$  は夫々(1-1), (1-3)式より求めたが、それ以外の  $\varphi$  における値は既往の実験における損失係数の値より逐算して求めた。この時  $K_1, K_2$  は

$$K_1, K_2 = K_1, K_2 (Re, \varphi, q_p) \dots (1-10)$$

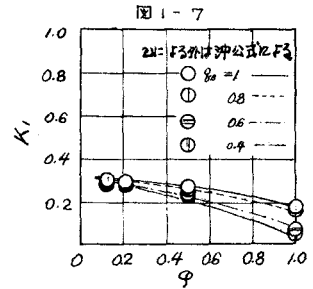
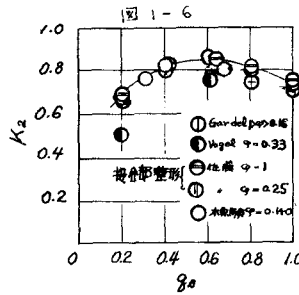
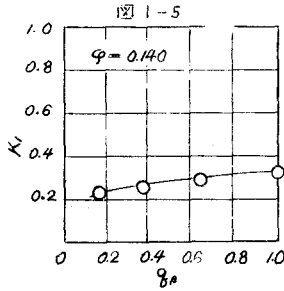
#### (1) $Re$ 数の影響

$\varphi = 0.140$  として、 $Re$  数に  $1.0 \sim 5.0 \times 10^5$  の範囲で  $q_p$  を種々に変えて  $Re$  数が  $K_1, K_2$  に及ぼす影響を調べた(図1-3, 4)。図より  $q_p$  が変化しても  $K_1, K_2$  は  $Re$  数にほとんど無関係に一定である。この事は(1-3)式より  $f_p$  が  $Re$  数に無関係である事を示し、流れが分岐のため大きな渦を生じ高度の乱流となり、管路の摩擦損失が  $Re$  数に無関係にほぼ一定である事に対応している。

#### (2) $q_p$ の影響



$\varphi$ をパラメーターに採り $q_\theta$ と $K_1$ ,  $K_2$ の関係をそれぞれ図(1-5, 6)に示す。図5によると $K_1$ は $q_\theta$ の減少とともに小になるがほとんど一応と考えてよい値である。 $\varphi$ が大になると(図1-7)  $K_1$ は小となり $q_\theta$ による減少が大きくなる。分岐部に丸みをつけた場合はこの逆になる(図2-1)。また $K_2$ はほぼ0.8位で $q_\theta =$



0.5 附近で最大値となる。(但し佐藤の実験は矩形管である。)

### (3) $\varphi$ の影響

$q_\theta$ をパラメーターに採り $\varphi$ の $K_1$ ,  $K_2$ に与える影響を調べる。図1-7から $K_1$ は $\varphi$ の増大とは逆に小になる。これは $\varphi$ が大になるにつれ $\eta/\nu_\infty$ が小になるからだと思う。また $\varphi$ の $K_2$ に与える影響は図1-6に示すごとくほとんどない。分岐部形状が変化して、も $K_2$ に与える影響は見出せない。

### 1-3 損失軽減策

直角分岐管での損失係数 $f_p$ は(1-8)式で与えられ $\varphi$ ,  $q_\theta$ ,  $K_1$ ,  $K_2$ によって変化する。1-2で説明したように $K_1$ は $\varphi$ ,  $q_\theta$ ,  $L$ ,  $\theta$ の $K_2$ は $q_\theta$ のみの関数である。

$$K_1 = K_1(\varphi, q_\theta, L) \quad (1-11)$$

$$K_2 = K_2(q_\theta) \quad (1-12)$$

したがっていま $\varphi$ ,  $q_\theta$ が一定な時は $K_2$ も一定となる。従って(1-8)式から分るとあり $f_p$ は $K_1$ のみの関数となる。ゆえに損失を軽減させるためには同式より $K_1$ を大にすればよい。この時 $K_1$ は $\varphi$ ,  $q_\theta$ が一定であるから $L$ のみの関数となり分岐部接合部の形状を $K_1$ を大にするようにすなわち分岐部に流入する流体の有する運動量の支管軸方向成分が大きくなるように整形するとよい。

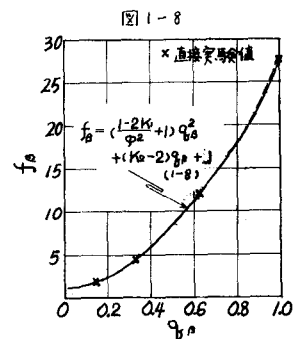
### 1-4 解析と実験値との照査

$\varphi = 0.140$ ,  $\theta = 90^\circ$ 分岐部接合部無整形の分岐管で行なわれた直接実験値(損失係数の定義より求めた値)と、この実験は与えられた $K_1$ ,  $K_2$ (図1-5, 図1-6)の値を

(1-8)式に代入して求めた $f_p$ 曲線を図1-8に示したが、それらは良く一致している。

### 2. 分岐部上流側の角に丸みをつけた場合の損失係数に関する考察

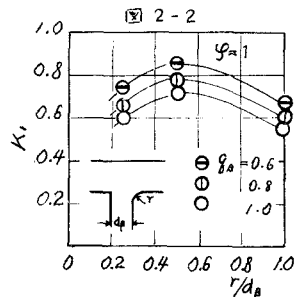
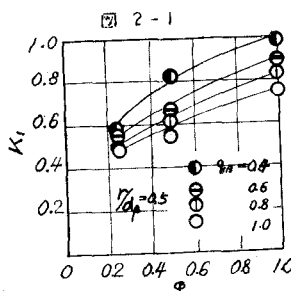
1-3で述べたように分岐損失係数を軽減させるためには $K_1$ が大になるように分岐部接合部を整形するとよい。分岐部上流側の角に丸みをつけた時 $f_p$ が小さくなることは佐藤の実験にも示されているが、この場合の $f_p$ を(1-8)式で検討してみる。この時の $K_1$ を



佐藤の実験より求めて図示したものが図2-1、図2-2である。\$K\_i\$は接合部無整形の場合の\$K\_i\$の値より著しく大きい。また、\$r/d\_p\$の\$K\_i\$に与える影響も同図に示される。

同一\$\gamma\$ならば\$K\_i\$はほとんど一定

なので、\$K\_i\$が大なるとき(\$\gamma\$の大きいほど) \$f\_p\$は小となる。\$r/d\_p\$は0.5の時最も\$K\_i\$を大にし、したがって \$f\_p\$を小にする事がわかる。



### 3. 運動量方程式による剥離形状の寸法

直角分岐管の分岐接合部無整形の場合、剥離形状は\$g\_p\$の減少に応じ大きくなる事が実験よりわかった。今\$\gamma = 0.140\$のもとに、運動量法則と管壁の圧力実測値によって縮流部の剥離断面積の大きさを求める。今図3-1に示すごとく検査面を採り支管軸方向に運動量法則を適用すると

$$F_{ar} + K_i \rho V_p^2 A_p = F_c + \tau_{sy} + P_{sy} + \int \tau_{xy} dy \quad (3-1)$$

ここに \$F\_{ar}\$: 検査面の頭部に作用する圧力による力 \$(P\_a + P\_r)A\_p/2\$  
 \$F\_r\$: 検査面底部に作用する圧力による力 \$P\_c A\_c\$  
 \$\tau\_{sy}\$: 不連続流の境界面に沿う全せん断力の支管軸方向成分。  
 \$P\_{sy}\$: 不連続流の境界面に沿う全垂直力の支管軸方向成分。  
 \$\int \tau\_{xy} dy\$: せん断力。剥離領域に沿う力のつり合い条件より

$$\tau_{sy} + P_{sy} = F_c' \quad (3-2)$$

ここに \$F\_c'\$: 縮流部剥離断面積に作用する力 \$P\_c' A\_c'\$

また連続の条件より

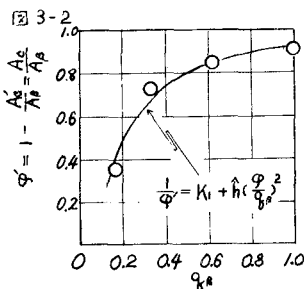
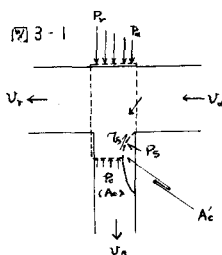
$$V_c = \frac{Q_p}{\varphi \varphi'} V_a \quad (3-3)$$

ここに \$\varphi = A\_p/A\_w\$, \$\varphi' = A\_c/A\_d\$ (\$A\_c\$は縮流部通水断面積)

したがって(3-1)式は

$$\frac{1}{\varphi'} = K_i + \left(\frac{\varphi}{Q_p}\right)^2 \hat{h} \quad \text{但し: } \hat{h} = \frac{g}{U_a^2} \left(\frac{h_a + h_r - h_c}{2}\right) \quad (3-4)$$

今\$\gamma = 0.140\$における(3-4)式の計算値を図3-2に示すが、\$\varphi'\$は\$g\_p\$の減少に応じ小さくなる。すなわち \$A\_c'\$は逆に大なることを示している。これに伴ない剥離延長も大となる。



### 参考文献

- 1) 佐藤雄二: 運動量法則の適用による分岐合流損失の解析, 機械学会初期刊論文講演会前刷集, No. 27 (S 35.4)
- 2) 山崎伸彦, 長谷川徹二: 微細管と使用した水路直角分岐の損失係数に関する実験, 第21回土木学会年次学術講演会要旨(S 41.5)
- 3) 佐藤雄二: 矩形断面の分岐および分岐管の損失に関する実験, 機械学会論文集, 28巻192号 (S 37.8)
- 4) 水理公式集(土木学会), 水力学I (共立出版)
- 5) 戸田知男: 水路急転部の水理と応用に関する研究, 京大防災研究所報, 第5号, (S 38)