

正員 日野 幹雄

1. はじめに : 人工粗度の粗度係数については多くの研究者により実験がなされて来ており、現在においてもしばしば取り上げられる問題である。しかし、数多くの実験データの集積にもかかわらず、それから実験公式が導かれたに止まって、たとえ単純なものであれ理論的な進歩が少なく思われる。

一方、この粗度係数の問題に関連する、あるいは関連づけられると思われる物体後流の乱流の特性については、多くの知識が積み上げられて来ている。この研究では、一つの単純化された試論を展開し、すでに発表されているデータとの比較を行う。

2. 理論 : まず、流れを粗度要素の後流の領域と、それより上の Reynolds number similarity の成立する領域 (turbulent flow region) に分けて考える (図-1)。

さらに、この理論の中心となる wake region について述べる。粗度要素による wake の中 l は、wake の理論から知られるように、

$$l \propto X^{1/2}, \quad (1)$$

に従って増加する。また、各距離での乱れの強さの基準 $(\sqrt{u^2})_0$ は、wake の中心流速と同じく

$$(\sqrt{u^2})_0 \propto X^{-1}, \quad (2)$$

に従って減衰する。(乱流の decay law についての Kolmogorov の理論は $l \propto X^{3/4}$, $\sqrt{u^2} \propto X^{-1/4}$ であるが; こゝでは、普通の wake 理論にしたがって式(1)(2)を用いる。)

さて、粗度要素の直後の separation zone ($\approx 10h$) を除けば、wake の乱流構造は self-preserving (あるいは quasi-equilibrium) である。したがって、一つの断面での乱れの強さの分布は

$$\sqrt{u^2}/(\sqrt{u^2})_0 = f_n(y/l), \quad (3)$$

と表わされる。それゆえ、wake region の kinematic energy (K.E.) は、

$$\text{K.E.} = (\sqrt{u^2})_0 \int_0^\infty f_n(y/l) dy \propto (U_{\text{ref}})^2 h X^{1/2}, \quad (4)$$

と表わされる。こゝに、

U_{ref} は wake region 外縁の流速と考えれば良く、 h は粗度要素の高さ、 X' は virtual origin からの無次元距離 $X' = X/h$ を表す。

式(3)より、wake region でのエネルギー逸散率 D は、

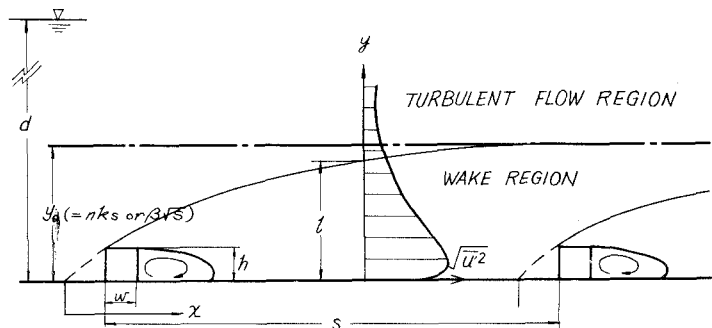


図-1 粗度要素による後流領域の発達の様式図

$$D = - \frac{d(K.E.)}{dL} = - \frac{(U_{ref})}{h} \frac{d(K.E.)}{dX'} \propto (U_{ref})^3 X'^{-3/2} \quad (5)$$

となり, wake region 全体のエネルギー-逓散は (単位長さあたりの表現して),

$$\begin{aligned} D_w &= \frac{1}{S} \int_{\frac{X_0}{h}}^{\frac{S-w}{h}} \left(\frac{X}{h} \right)^{-3/2} (U_{ref})^3 dX \\ &= \frac{2}{3} \frac{C_0}{\alpha} \frac{h}{S} (U_{ref})^3 \left[\left(X_0/h \right)^{-1/2} - \left\{ (S-w)/h \right\}^{-1/2} \right] \end{aligned} \quad (6)$$

となる。こゝに, X_0 は式(2)に従わない粗度直後の部分に因係する積分定数である。また, C_0 は粗度要素の抵抗係数, α は定数 (乱流格子の場合の decay law より求まる) である。

一方, turbulent flow region については (L は乱れのスケール, U_* は摩擦速度, d は水深として),

$$\begin{aligned} D_T &= a_f U_*^3 \int_{y_0/d}^1 (L/d)^{-1} (\sqrt{y}/U_*)^3 d(y/d) \\ &= a_f U_*^3 f_{n2} (n k_s/d) \end{aligned} \quad (7)$$

D_T は, 著者各別の論文 (Proc. 13th Japan National Congr. for Appl. Mech. 1963) で導いたように,

$$D_T = \frac{f U_*^3}{\alpha} \left[\ln \frac{h}{k_s} + \ln \frac{d}{nh} \right], \quad (8)$$

と表わせる。

他方, 流れ全体としてみれば, 単位長さあたりのエネルギー-逓散は,

$$D_0 = \int U_*^3 U_0 = \int U_*^3 \left[\frac{1}{\alpha} \ln \frac{h}{k_s} + \frac{1}{\alpha} \ln \frac{d}{h} + \left(Ar - \frac{1}{\alpha} \right) \right]. \quad (9)$$

結局, 式(6)と式(8)の和が式(9)に等しいことから, 人工粗度の粗度係数 k_s は次の式で与えられる。

$$\ln \frac{k_s}{h} = Ar - \left[\frac{3\alpha^2}{2} (\ln n + Ar\alpha - 1) \frac{\alpha}{C_0} \frac{S}{h} \left/ \left\{ \left(\frac{h}{X_0} \right)^{1/2} - \left(\frac{h}{S-w} \right)^{1/2} \right\} \right. \right]^{\frac{1}{3}} \quad (10)$$

上の式中の定数 α は乱流格子からの乱れの減衰法則 (Batchelor: Theory of Homogeneous Turbulence) と比較すれば,

$$\alpha = 8 \sim 10, \quad (11)$$

となり, $(h/X_0)^{1/2}$ は separated flow の場合と比較すれば,

$$(h/X_0)^{1/2} = 0.3 \sim 0.5, \quad (12)$$

の値であると推定される。

3 実験との比較: 式(10)の理論曲線と種々の実験値 (Johnson: Trans ASCE (1946), 尾立: 土木学会論文集, 第104 (1964)) と比較したのが, 図-2 である。この理論では橋間隔 S が橋高 h に比べて大きいことを前提としているので, $(S-w)/h$ が小さい所では実験と理論との差がわかるが (図では $w/h = 1$ とした), $(S-w)/h$ が 8 以上, つまり橋が前の橋の separation zone より離れていれば, 理論と実験はかなりよく合っているといえる。

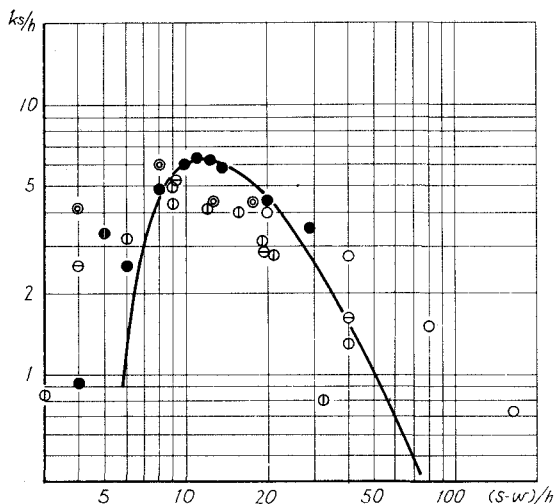


図-2 式(10)と実験値との比較