

1. はしがき

一様な流れの中に垂直におかれた柱状構造物は、一般に流れの方向に抗力 (Drag)、流れと直角の方向に揚力 (Lift) を受ける。このような力の時間的変動、および柱状構造物に周期的外力を与えて、流れの中で振動させた場合の応答について、理論的ならびに実験的に解析を行なったものである。なお、その結果の一部はすでに昨年の学会に発表した。

一様な流速 U を有する流水の中に、垂直に直径 d なる円柱を置けば、円柱に生ずる抗力 D 、および揚力 L は一般に次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} D &= C_D \cdot \frac{1}{2} \rho U^2 d h \\ L &= C_L \cdot \frac{1}{2} \rho U^2 d h \end{aligned} \right\} (1)$$

但、 C_D = 抗力係数、 C_L = 揚力係数、 ρ = 水の密度、 h = 円柱の水中の長さ。

一般に Reynolds 数が $10 \sim 10^5$ の範囲の場合には、上記の抗力および揚力は円柱の後流領域に発生する渦列の作用に起因するものであることが知られている。勿論、このような渦の発生には周期性があり、単位時間に一對の渦が発生する数、すなわち振動数を f_e とすれば、後流領域には $\frac{1}{2}f_e$ の周期で変動する。また、揚力は一對の渦の発生周期と同じ $\frac{1}{f_e}$ なる周期をもって変動する。従って、(1) 式に合成抗力係数、合成揚力係数なる概念を導入すると、(1) 式は次のような形になる。

$$\left. \begin{aligned} D &= \frac{1}{2} C_{Dt} \cdot \rho U^2 d h \\ C_{Dt} &= C_D + C_{Df} \exp\{i(4\pi f_e t + \theta_1)\} \end{aligned} \right\} (2. a)$$

$$\left. \begin{aligned} L &= \frac{1}{2} C_{Lt} \cdot \rho U^2 d h \\ C_{Lt} &= C_L \exp\{i(2\pi f_e t + \theta_2)\} \end{aligned} \right\} (2. b)$$

但、 C_{Dt} = 合成抗力係数、 C_{Lt} = 合成揚力係数、 C_{Df} = 変動抗力係数、

θ_1, θ_2 = 位相角

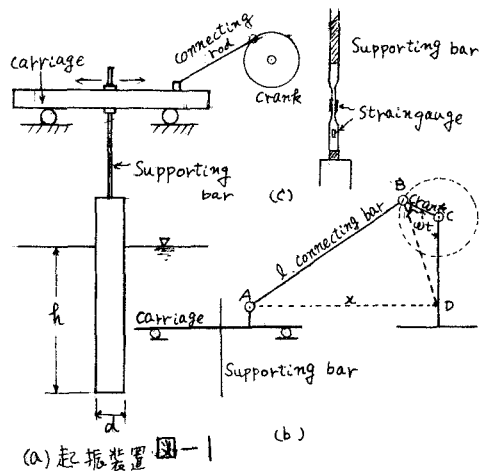
また、vortex street の速度、および間隔をそれぞれ V' 、 l とすれば、 C_D, C_L はポテンシャル理論によれば、次のような形で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} C_D &= \frac{l}{d} \left\{ 1.58 \left(\frac{V'}{U} \right) - 0.620 \left(\frac{V'}{U} \right)^2 \right\} \\ C_L &= 2.82 \frac{l}{d} \left(\frac{V'}{U} \right) \end{aligned} \right\} (3)$$

2. 実験装置および方法。

円柱に強制外力を与える機構は、図-1 に示す通りでプーリーの回転運動を carriage の水平ピストン運動に変換し、これを真鍮製の supporting bar (径 9mm) を通じて円柱を振動させる system である。実験に用いた円柱は長さ 46cm、直径 8cm、および長さ 38cm、直径 4.8cm のプラスチック性のものである。

プーリーの回転数を n とし、carriage の速度 V を求めると、



(a) 起振装置 図-1

$$V = \frac{dx}{dt} = r\omega \cos \omega t \pm \frac{r^2\omega(R - r \cos \omega t) \sin \omega t}{\sqrt{L^2 - (R - r \cos \omega t)^2}} \quad (4)$$

となる。しかし、(4)式は実用上、不便であるので実験範囲について、上式の近似式を求めると正弦曲線と見なし得るので、さるにこれを近似的に次式の形におきかえた。

$$V = i V_{\max} \exp \left\{ i(2\pi f t + \theta) \right\} \quad (5)$$

但、 $V_{\max} = \frac{\pi f x_0}{|\cos \theta|}$, $\theta \approx \pm \tan^{-1} \left(\frac{R}{r} \right) - \frac{\pi}{2}$

ここに、 x_0 は carriage の振幅である。

図-2は、 $\omega = 2\pi$ のときの(4)、(5)式 Carriage の速度変化

の値と比較したものであるが、 ω が非常に小さい時には、(4)式の代りに(5)式を用いて計算しても充分である。

次に流れの中で振動する円柱がうける抗力および揚力の測定は supporting bar に貼付けた strain gauge によって、bar のたわみをオシログラフに記録させて求めた。プーリーの回転数には電気接点と設けて、オシログラフに記録した。

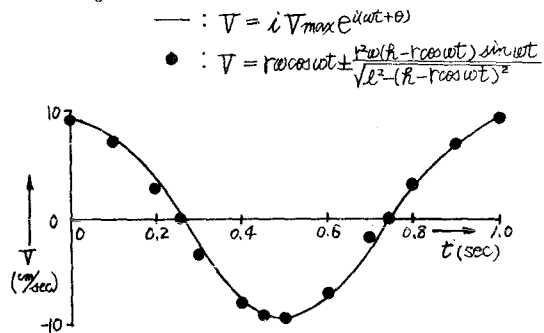


図-2

3. 理論解析

流れの方向をx軸、流れと直角の方向をy軸として水中にある円柱にNewtonの運動のオ2法則を適用すると、

$$(M + m) \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{3EI}{S^3} x + 2(M + m) \pi \frac{dx}{dt} = \frac{1}{2} \rho U^2 d R \{ C_D + C_D \exp \{ i(4\pi f_e t + \theta_1) \} \} + \frac{1}{2} \rho d R C_L \exp \{ i(2\pi f_e t + \theta_2) \} V_{\max}^2 \exp \{ i(4\pi f t + 2\theta) \} \quad (6)$$

$$(M + m) + \frac{3EI}{S^3} x + 2(M + m) \pi \frac{dy}{dt} = \frac{1}{2} \rho U^2 d R C_L \exp \{ i(2\pi f_e t + \theta_2) \} + \frac{1}{2} \rho d R \{ C_D + C_D \exp \{ i(4\pi f_e t + \theta_1) \} \} V_{\max}^2 \exp \{ i(4\pi f t + 2\theta) \} + M' \quad (7)$$

ただし、E: supporting bar のヤング係数 I: supporting bar の断面2次モーメント

S: supporting bar の長さ、M': carriage が加速度運動しているための慣性力

π : 仮想質量 (Potential theory によると $\frac{1}{4} \rho d^2 R$ である)、 π : 減衰率

f_e : 速度Vに対する vortex pair の発生周波数、 $\theta_1, \theta_2, \theta, \theta', \theta_2'$: 位相角

supporting bar を片持梁と考えると、上式の解を bar のたわみとみなすことにより、(6)、(7)式の解から流れ方向の力 F_x および流れと直角方向の力 F_y を計算することができる。

$$F_x = g_1 \frac{3EI}{S^3} \left[\frac{A_4}{\sqrt{16\pi^4 \{ f_{e2}^2 - (2f_e + 2f)^2 \} + p_1}} \sin(4\pi f_e t + d_3) + \frac{A_5}{\sqrt{16\pi^4 \{ f_{e2}^2 - (f_e + 2f)^2 \} + p_2}} \sin(2\pi(f_e + 2f)t + d_4) \right] \quad (8)$$

$$F_y = g_2 \frac{3EI}{S^3} \left[\frac{A_6}{\sqrt{16\pi^4 \{ f_{e2}^2 - f_e^2 \} + p_3}} \sin(2\pi f_e t + d_5) + \frac{A_7}{\sqrt{16\pi^4 \{ f_{e2}^2 - (2f_e + 2f)^2 \} + p_4}} \sin(4\pi f t + d_6) \right. \\ \left. + \frac{A_8}{\sqrt{16\pi^4 \{ f_{e2}^2 - (2f_e + 2f)^2 \} + p_5}} \sin(4\pi(f_e + f)t + d_7) + \frac{A_9}{\sqrt{16\pi^4 \{ f_{e2}^2 - f_e^2 \} + p_6}} \sin(2\pi f t + d_8) \right] \quad (9)$$

$$\begin{aligned}
A_3 &= \frac{r C_D}{(2\pi f_n)^2} u^2 & P_1 &= 64 \pi^2 \pi^2 f_e^2 & \alpha_3 &= \theta_1 + \tan^{-1} \left\{ \frac{(2\pi f_n)^2 - 16\pi^2 f_e^2}{8\pi f_e} \right\} \\
A_4 &= r C_D f u^2 & P_2 &= 16 \pi^2 \pi^2 (f_e' + 2f)^2 & \alpha_4 &= 2\theta + \theta_2 + \tan^{-1} \left\{ \frac{(2\pi f_n)^2 - 4\pi^2 (f_e' + 2f)^2}{4\pi (f_e' + 2f)} \right\} \\
A_5 &= r C_L V_{max}^2 & P_3 &= 16 \pi^2 \pi^2 f_c^2 & \alpha_5 &= \theta_2 + \tan^{-1} \left\{ \frac{(2\pi f_n)^2 - 4\pi^2 f_c^2}{4\pi f_c} \right\} \\
A_6 &= r C_L u^2 & P_4 &= 64 \pi^2 \pi^2 f^2 & \alpha_6 &= 2\theta + \tan^{-1} \left\{ \frac{(2\pi f_n)^2 - 16\pi^2 f^2}{8\pi f} \right\} \\
A_7 &= r C_D V_{max}^2 & P_5 &= 64 \pi^2 \pi^2 (f_e' + f)^2 & \alpha_7 &= 2\theta + \theta_1 + \tan^{-1} \left\{ \frac{(2\pi f_n)^2 - 16\pi^2 (f_e' + f)^2}{8\pi (f_e' + f)} \right\} \\
A_8 &= r C_D f V_{max}^2 & P_6 &= 16 \pi^2 \pi^2 f^2 & \alpha_8 &= \tan^{-1} \left\{ \frac{(2\pi f_n)^2 - 4\pi^2 f^2}{4\pi f} \right\} \\
A_9 &= \frac{M'}{M+m} & g_1 &: \text{supporting bar の長さ} & g_2 &: \text{strain gauge 貼付位置, 水深} \ell \text{ によって決まる定数} \\
& & & & & \ell = -\frac{1}{2} \rho d h (M+m)^{-1}
\end{aligned}$$

(10), (11) 式によって、流れの中での円柱の応答を定性的に予想できる。

4. 実験結果と考察

(1) 円柱に強制振動を与えない時の抗力および揚力

流水中に円柱を静止させた時、 C_D および C_L を円柱に作用する抗力および揚力の測定結果を用いて、(1) 式から求めると、図-3 の通りで、Wieselsberger の実験値に比べると、 $Re = 1.2 \times 10^4$ の場合を除いて、かなり小さくなっている。また C_L は 2 またはそれ以上になっている。

次に、流水中に円柱を静止させた時の円柱の振動数を実験記録から求めると、表-1 の通りである。本論の始めにも述べたように、円柱に作用する抗力と揚力の振動数は、それぞれ $2f_e$, f_e で与えられ、また、Bishop の実験によっても揚力の振動数 f_D と抗力の振動数 f_L との間には、

$$f_D = 2f_L$$

なる関係が成立つことが認められているが、

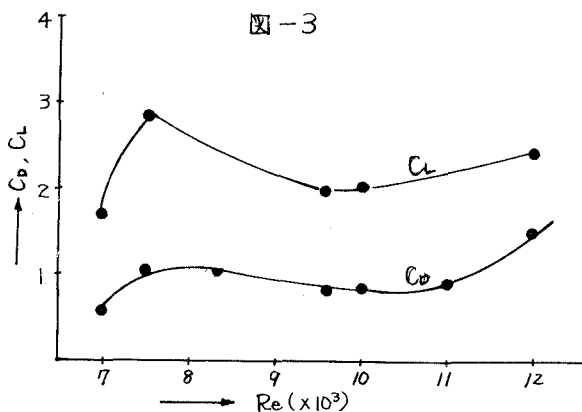


表-1

円柱の直径 d (cm)	円柱の水中の長さ ℓ (cm)	平均流速 u (cm/sec)	レイノルズ数 Re	固有振動数 f_n	ストローク数 f_e	抗力の振動数 f_D	揚力の振動数 f_L
8.0	35.0	14.6	1.10×10^4	0.63	0.37	0.75	0.33
"	"	19.9	1.60 "	0.63	0.50	0.91	0.44
4.8	21.0	14.6	0.70 "	1.36	0.61	1.42	0.72
"	"	19.9	0.96 "	1.36	0.83	1.47	0.76
8.0	26.7	15.6	1.20 "	0.71	0.39	0.81	0.70
"	"	21.0	1.70 "	0.71	0.52	0.93	0.47
4.8	16.0	15.6	0.75 "	1.46	0.65	1.49	0.75
"	"	21.0	1.00 "	1.46	0.87	1.54	1.12

表-1 より明らかなように、この実験でも $Re = 1.2 \times 10^4$ の場合を除いて、ほぼ同様な結果が認められている。

以上の結果から、抗力、揚力の振動数については、*Reynolds* 数や *supporting bar* の永久ひずみ等の影響はほとんど無視出来る。

(2) 円柱に強制振動を与えた場合

円柱に流れと直角方向に強制振動を与えた場合、円柱が流れ方向から受ける力、 F_x 、流れと直角方向から受ける力、 F_y 、およびそれらの変動形態は、強制振動数、固有振動数によって異なる。すなわち、 F_y の変動波形を大別すれば、次の3つになる。

(a) 外力の振動数最大の場合

この時は *carriage* の移動速度が大なるため、円柱上部だけが *carriage* の運動に同調し、下部は微振動をえるだけの状態となる。〔図-4(a)〕



(b) 共鳴状態の場合

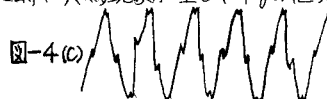
揚力の振動数 f_y と *carriage* の振動数 f_c が一致した時、共鳴現象が生じ、 F_y の急変が生ずる。

〔図-4(b)〕



(c) 中間の状態

carriage の速度がそのまま円柱の移動速度として伝わるため、円柱の周囲の流れが変化し、 f_c の振動数で変化しなくなる。従って、図のように、2次波形の勝った波形となる。〔図-4(c)〕



F_x についても同様に上記の3つの波形に分類される。

以上のことを配慮しつつ、実験結果を $f/f_{n1} - F_x/F_{x0}$, $f/f_{n2} - F_y/F_{y0}$ に整理して見ると図-5の通りである。ただし、

F_{x0} = 一様な流れに対する最大抗力

F_{y0} = " " 最大揚力

f_{n1} = 円柱の流れ方向の固有振動数

f_{n2} = 円柱の流れと直角方向の固有振動数

実験結果および理論式から、次のことが言える。

(a) 円柱が *flexible* に支持されている場合は、(3)式より揚力は理論上、圧力のほぼ2倍となるが、実験では1〜3倍となった。

(b) (8)式によると、 $f_{n1} = 2f_c$ または $f_{n1} = (f_c + 2f_c)$ の時、 x 方向に共鳴現象が起る可能性があり、また、実験結果 (図-5) でも、 $f/f_{n1} < 1$ において値が急激に増加している。($f_{n1} \approx 2f_c$)。

$f/f_{n1} > 1$ の場合は、(8)式の右辺の2項は次第に減少して行くから、 F_x 全体も減少傾向になる。

(c) (9)式によると、 $f_{n2} = f_c$, $f_{n2} = 2f_c$, $f_{n2} = 2f_c + 2f_c$, $f_{n2} = f_c$ の時、 F_y は無限大または不足になるが実験では図-5により、 $f/f_{n2} = 1 \sim 2$ の範囲で F_y が増加している。

(d) 円柱に強制振動を与えた場合、 F_y は一様な流れの場合の4倍以上となる。これは揚力に *carriage* による抗力および仮想質量力が加わったためである。

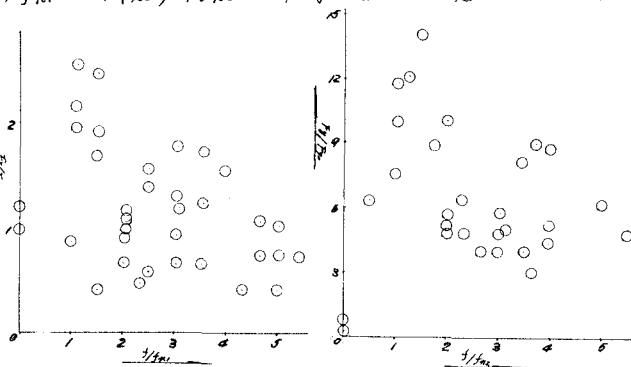


図-5