

京都大学防災研究所 正員 中川博次
京都大学大学院 学生員 武内 等

1. まえがき 放水路計画ではまず与えられた水路および水理条件に対する流量配分比を決定するため、それが分岐水路の背水特性や分岐部での力学的条件にいかに関与されるかを明らかにせねばならない。さらに分岐部での表層流線と底層流線との間の顕著なねじれが流砂配分比に大きい影響を与えるから、放水路設置に伴う河道計画をたてる上で分岐部での流れの機構を解明することは、きわめて重要な課題である。本報告は分岐機構を研究するための第一歩として、水路形状の定まった開水路分岐について流量配分比と分岐部での2,3の流れの特性について考察したものである。

2. 実験概要 実験水路の諸元は次のとおりである。水路幅：主、支水路とも40cm、水路長：主水路11.8m（分岐部より上流5.6m、下流5.4m、分岐開口部0.8m、分岐部のみ透明アクリル樹脂製、他はラワン木製）、支水路3.6m、分岐角度：30度、水路床こう配：1/1,000。広範な下流水位条件に対する流量配分比の変化を求めたため、主、分水路下流端に水位調節用せきを設け、その水位-流量関係で下流端条件を定めた。流向と斜離領域の特性を明らかにするために水面および水路底での流路線をトレーサーを用いた写真撮影によって求めた。流速測定にはピトー管および回転式小型流速計が併用された。

3. 流量配分比 K の考察 常流分水工の流れは分岐部での局所現象および分岐後の複数の下流水位条件に支配されるから、理論的に明確に流量配分比 K を決定することは困難である。通常用いられている背水計算法によって実用上十分な精度で推定しようものとされているが、分岐損失や分岐境界線の決定法に問題が残される。室田¹⁾は分岐機構を一様幅水路での開口部からの対称流出と一様流との重ね合わせとして取扱ひ、一様流が流出に関与しないことから K を上流フルード数のみの関数として与え、実験値との良好な一致をえている。ここでは実験的考察により見出された主水路上下流での水理量相互の関係をを用いて半理論的に K を求めることとした。すなわち主水路の上下流で一様流況を呈するとみなされる断面 U および M で測定された比エネルギーの値は K および分岐端流況に関係なく変化しないことが認められた。また U, M 断面および支水路下流断面 B を検査面とする主水路方向の運動量方程式は分岐部での支水路側水深を $(h_u + h_b)/2$ と仮定すれば次式で与えられる。

$$(\rho Q_u^2 / b h_u) + (\rho g b h_u^2 / 2) + (\rho g b \cos \theta / 2) (h_u + h_b / 2)^2 = (\rho Q_m^2 / b h_m) + (\rho Q_b^2 \cos \theta / b h_b) + (\rho g b h_m^2 / 2) + (\rho g b h_b^2 \cos \theta / 2) \quad \dots (1)$$

ここに Q ：流量、 h ：水深、 θ ：分岐角であり、添字 u, m, b はそれぞれ断面 U, M, B の値を表わす。主、支水路の下流端条件はそれぞれの全幅せきの流量表式で表わされるものとする。すなわち、

$$Q = C_b (h - W) \sqrt{2g(h - W)} \quad \dots (2)$$

ここに C ：流量係数、 W ：せき高である。いま、 $Q_b / Q_u = K$ 、 $h_m / h_u = \zeta_m$ 、 $h_b / h_u = \zeta_b$ 、 $W_m / h_u = \delta_m$ 、 $W_b / h_u = \delta_b$ 、 $W_b / W_m = w$ 、 $Q_b / \sqrt{g h_u^3} = F_u$ なる無次元量を導入すると、次の各条件式が求められる。

$$\text{運動量式： } 2F_u^2 + 1 + (1 + \zeta_b / 2)^2 \cos \theta = \{2(1 - K)^2 F_u^2 / \zeta_m\} + (2K^2 F_u^2 \cos \theta / \zeta_b) + \zeta_m^2 + \zeta_b^2 \cos \theta \quad \dots (3)$$

$$\text{主水路下流端条件式： } (1 - K) F_u = \sqrt{2} \zeta_m (\zeta_m - \delta_m)^{3/2} \quad \dots (4)$$

$$\text{支水路下流端条件式： } K F_u = \sqrt{2} C_b (\zeta_b - \delta_b)^{3/2} \quad \dots (5)$$

比エネルギー一定の条件式: $2\zeta_m + (1-k)^2 F_u^2 = (2 + F_u^2) \zeta_m \dots (6)$

既知量 Q_u に対して (3)~(6) 式を直接解くことはきわめて煩雑であるから、ここでは F_u を与えて $w=1.0 \sim 2.6$ の間の k の値を計算し、その結果を図-1 に示した。計算では流量係数の値として実験で得られた平均値 $C_m = C_b = 0.58$ を採用した。図中の破線より上の領域では $\zeta_m > \zeta_b$ となり、 w の一定値に対し F_u の増大とともに k は増加する。逆に破線より下の領域では $\zeta_m < \zeta_b$ であり、 F_u の増大とともに k が減少する。

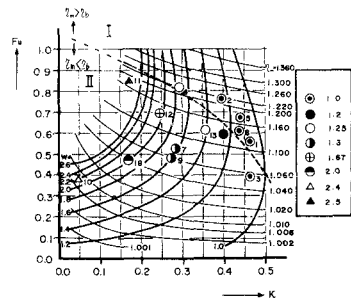


図-1 k の変化

k の実験値と比較のため示したが、主水路上下流水位差が小さい場合には理論値との満足すべき一致が認められる。ただ水位差が大きいときには、分岐部での局所的射流の発生などによって分岐端での水深に関する先の仮定が満足されず、したがって実験値と理論値との間にかなりの差異が現われた。

4. 分岐損失と剝離領域 支水路の分岐端より下流には顕著な剝離渦領域が発達し、とくに k の値が小さいか、あるいは w の値が大きい場合には左岸側の剝離域は支水路下流端まで緩慢に発達することが認められた。いま、 $k < 0.5$ の範囲で分岐水路内での流速測定と写真解析によって求められた水面での最大剝離幅比 $(1-\sigma)$ と分岐損失係数 $f_d = 2g H_d / U_b^2$ (H_d : 分岐損失水頭、 U_b : 支水路下流端での平均流速) との関係を図示したのが図-2 である。剝離幅が大きくなるとともに損失係数が急激に増大する傾向が認められた。

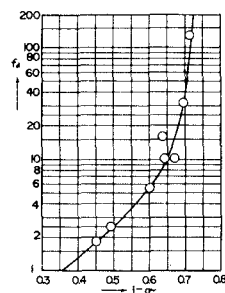


図-2 分岐損失係数と剝離幅

5. ポテンシャル流としての分岐部流れの考察 粘性の影響が卓越する水路床近傍を除き、分岐部での流れは一般に二次元ポテンシャル流としての特性を示すものと考えられ、このような立場で理論解析を行ない、実際現象と比較検討した。

(1) 収縮係数と流出角 一様流れの一定幅の水路に設けられた開口部から流れの一部が流出する場合を考える。流れは二次元流として取扱いうるものとし、また水路の外では圧力は大気圧とする。いま、分岐流および主流に関するエネルギー保存の関係から次式がえられる。

$$\left(\frac{p_u}{\rho g} \right) + \left(\frac{U_u^2}{2g} \right) = \left(\frac{U_b^2}{2g} \right) = \left(\frac{p_m}{\rho g} \right) + \left(\frac{U_m^2}{2g} \right) \dots (7)$$

また x 軸方向の運動量式は次式で表わされる。

$$\rho Q_u U_u - \rho(1-k) Q_u U_m = \rho k Q_u U_b \cos \theta_0 + \rho b h_m - \rho b h_u \dots (8)$$

上下流での一様流条件から、 $Q_u = b h_u U_u$ 、 $(1-k) Q_u = b h_m U_m$ 、 $k Q_u = \sigma n b h_b U_b$ (n : 開口比) であり、 $h_u = h_m = h_b = h$ とすると、(7) および (8) 式から σ と流出角 θ_0 の関係を表わす次式が得られる。

$$\sigma = 2k \cos \theta_0 / n(2-k) \dots (9)$$

(2) 写像計算 図-3 に示す物理平面 $z = x + iy$ と複素ポテンシャル平面 $W = \phi + i\psi$ との関係は写像計算によって求めるが、それには速度平面 $\zeta = (1/\rho) \times e^{i\theta}$ から Ω 平面 $\Omega = \log U_b \zeta = \log(U_b/\rho) + i\theta$ に変換し、さらに Schwarz-Christoffel の変換によって t 平面 $\Omega = i(\pi - \sec^{-1} t)$ に写像すると、 z 平面上の $J_m I_m$ 、 $I_m I_u$ および $L_m L_u$ に対応した t 平面上の値 t_1 、 t_2 、 t_3 をそれぞれ次式で示される α 、 β および γ が求まる。

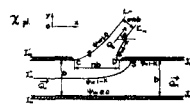


図-3 物理平面

$$\alpha = -2 / \left(\frac{1-k}{k n \sigma} + \frac{k n \sigma}{1-k} \right), \quad \beta = -2 / \left(\frac{1-k}{n \sigma} + \frac{n \sigma}{1-k} \right), \quad \gamma = -1 / \cos \theta_0 \quad \dots\dots\dots (10)$$

また \$W\$ 平面から \$x\$ 平面への変換によって次式の関係がえられる。

$$W = \frac{k}{\pi} \left\{ \frac{\alpha(\beta-\gamma)}{\gamma(\beta-\alpha)} \log \left(1 - \frac{t}{\alpha} \right) + \frac{\beta(\alpha-\gamma)}{\gamma(\alpha-\beta)} \log \left(1 - \frac{t}{\beta} \right) - \log \left(1 - \frac{t}{\gamma} \right) \right\} + (1-k)i \quad \dots\dots\dots (11)$$

これらの関係式によって \$X\$ 平面と \$W\$ 平面との関係をおもむきで求めることができる。すなわち \$t\$ を助変数として \$X\$ は次式によって与えられる。

$$X = -\frac{k}{\pi u_0 \gamma} \left[\frac{\beta-\gamma}{\alpha-\beta} \log \frac{(t-\beta)(\alpha-1)}{(t-\alpha)(\beta-1)} + \log \frac{(t-\beta)(\gamma-1)}{(t-\gamma)(\beta-1)} + 2i \left\{ \frac{(\beta-\gamma)\sqrt{1-\alpha^2}}{\alpha-\beta} \tan^{-1} \sqrt{\frac{(t+1)(\alpha-1)}{(t-1)(\alpha+1)}} - \frac{(\alpha-\gamma)\sqrt{1-\beta^2}}{(\alpha-\beta)} \tan^{-1} \sqrt{\frac{(t+1)(\beta-1)}{(t-1)(\beta+1)}} \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{\sqrt{\gamma^2-1}}{2} \log \left(\frac{\sqrt{\frac{t+1}{t-1}} - \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}}{\sqrt{\frac{t+1}{t-1}} + \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}} \right) + \frac{\pi(\alpha-\gamma)\sqrt{1-\beta^2}}{2(\alpha-\beta)} - \frac{\pi(\beta-\gamma)\sqrt{1-\alpha^2}}{2(\alpha-\beta)} \right\} \right] \quad \dots\dots\dots (12)$$

\$t = -1\$ かつ \$x = -nb\$ なる条件から次式の関係が得られる。

$$nb = -\frac{k}{\pi u_0 \gamma} \left[\frac{\beta-\gamma}{\alpha-\beta} \log \left| \frac{(1+\frac{1}{\beta})(1-\frac{1}{\alpha})}{(1+\frac{1}{\alpha})(1-\frac{1}{\beta})} \right| + \log \left| \frac{(1+\frac{1}{\beta})(1-\frac{1}{\gamma})}{(1+\frac{1}{\gamma})(1-\frac{1}{\beta})} \right| \right] \quad \dots\dots\dots (13)$$

(9), (10) および (13) 式から開口比 \$n\$ および流量配分比 \$k\$ (または流出角 \$\theta_0\$) を与えると, \$\alpha, \beta, \gamma, n, \theta_0(k)\$ が決定される。

(3) 自由流線, 總流点および分流境界線 自由流線 \$CL\$ の式は \$\xi = -1/t\$ を助変数として, \$\cos \theta_0 < \xi \le 1\$ の間で (12) 式から求められる。すなわち

$$x = -\frac{k}{\pi u_0 \gamma} \left[\frac{\beta-\gamma}{\alpha-\beta} \log \left| \frac{(\xi+\frac{1}{\beta})(1+\frac{1}{\alpha})}{(\xi+\frac{1}{\alpha})(1+\frac{1}{\beta})} \right| + \log \left| \frac{(\xi+\frac{1}{\beta})(1+\frac{1}{\gamma})}{(\xi+\frac{1}{\gamma})(1+\frac{1}{\beta})} \right| - nb \right. \\ \left. y = -\frac{2k}{\pi u_0 \gamma} \left[\frac{(\beta-\gamma)\sqrt{1-\alpha^2}}{\alpha-\beta} \tan^{-1} \sqrt{\frac{(1-\alpha)(1-\xi)}{(1+\alpha)(1+\xi)}} - \frac{(\alpha-\gamma)\sqrt{1-\beta^2}}{\alpha-\beta} \tan^{-1} \sqrt{\frac{(1-\beta)(1-\xi)}{(1+\beta)(1+\xi)}} - \frac{\sqrt{\gamma^2-1}}{2} \log \left| \frac{\sqrt{(1-\xi^2)(\gamma^2-1)} + (\xi+\gamma)}{1+\gamma\xi} \right| \right] \right] \quad \dots\dots\dots (14)$$

\$D, L'\$ の式も \$-1 \le \xi < \cos \theta_0\$ の範囲で同様に \$\xi\$ によって求められる。

總流点 \$S\$ の位置は主水路側壁 \$DJ'\$ 上にあり, (12) 式で \$t=0\$ とおいた次式で与えられる。

$$x_s = -\frac{k}{\pi u_0 \gamma} \left[\frac{\beta-\gamma}{\alpha-\beta} \log \frac{\beta(\alpha-1)}{\alpha(\beta-1)} + \log \frac{\beta(\gamma-1)}{\gamma(\beta-1)} + \frac{\sqrt{\gamma^2-1}}{(\alpha-\gamma)(\beta-\gamma)} \tan^{-1} \sqrt{\gamma^2-1} \right] \quad \dots\dots\dots (15)$$

次に分流境界線 \$I'S\$ を表わす式は, その上で \$W = \phi + i(1-k)\$ であり, \$\phi\$ は実数であるから, (11) 式の括弧内の虚部を 0 とする条件式, すなわち \$t = \xi + i\zeta\$ として,

$$\alpha(\beta-\gamma) \tan^{-1} \frac{\zeta}{\xi-\alpha} + \beta(\gamma-\alpha) \tan^{-1} \frac{\zeta}{\xi-\beta} + \gamma(\alpha-\beta) \tan^{-1} \frac{\zeta}{\xi-\gamma} = 0 \quad \dots\dots\dots (16)$$

を満足する \$t\$ について (12) 式を解くことにより与えられる。壁面 \$DS\$ に沿った戻り流れの流速 \$u\$ は, \$u = -2\phi/\alpha x\$ であり, また \$W = \phi + i(1-k)\$ であるから, (11) 式を微分すれば次式の関係が得られる。

$$u = -\frac{k t (\alpha-\gamma)(\beta-\gamma)}{\pi \gamma (t-\alpha)(t-\beta)(t-\gamma)} \cdot \frac{dt}{dx} \quad \dots\dots\dots (17)$$

また \$DS\$ では流向 \$\theta = \pi\$ であるから, \$\Omega = -i \sec^{-1} t = \log(1 \pm \sqrt{1-t^2}/t) = \log(u_0/u)\$ となり, \$u_0/u = \zeta\$ とおくと, \$t = 2\zeta/(\zeta^2+1)\$ が得られ, これを (17) 式に代入して \$x\$ と \$u/u_0\$ の関係式として次式が求められる。

$$\frac{dx}{d\zeta} = \frac{4k(\alpha-\gamma)(\beta-\gamma)(1-\zeta^2)}{\pi u_0 \gamma (\alpha\zeta^2 - 2\zeta + \alpha)(\beta\zeta^2 - 2\zeta + \beta)(\gamma\zeta^2 - 2\zeta + \gamma)} \quad \dots\dots\dots (18)$$

(18) 式で \$x=0\$ かつ \$\zeta=1\$ から数値積分することによって \$DS\$ 沿いの流速分布が得られる。

いま, \$Q_0 = 20 \text{ l/sec}\$, \$h = 10 \text{ cm}\$, \$n = 2\$, \$K = 0.45\$ の場合の自由流線形状, 總流点位置および分流境界線を (14), (15) および (16) 式を用いて計算した結果を実測値と比較して図-4 に示す。図中自由流線の実測値は実線, 計算値は破線を示している。分流境界線の計算値は点線で表わされ, 実測値は水面お

とび底面での流線が示されている。水面近くの分流境界線はポテンシャル解があてはまることを示しているが、底層では顕著な二次流の発生によって分流幅が著しく大きくなる。自由流線の計算結果と実測の割離境界線の差異は明らかに自由流線上では大気圧の仮定をおいているのに対し、実際の流れでは支水路右岸に流れが沿うような下流側圧力が作用すること、ならびに割離領域での流速拡散が行なわれる結果であると考えられる。このことは計算による収縮係数の値が0.153 であるのに対して、実測による最小有効幅が0.250 であった事実からもうかがえる。

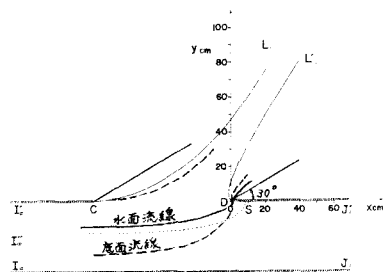


図-4 自由流線と分流境界線

憩流点SからDに向かう流速分布を(18)式で計算した結果が図-5に示される。戻り流れは憩流点から徐々に加速され、流出端付近で急に速くなることかわかるが、実験で観察された結果でも分岐点での戻り流れが微弱であり、分岐先端で急速に加速されることが認められた。

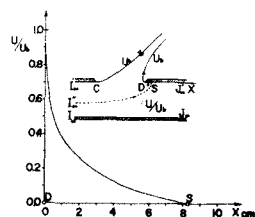


図-5 憩流点付近の流速分布

6. 流速分布特性 図-6には分岐部での2つの断面で測定された

な流下方向流速成分Uの鉛直分布を示す。

測定断面は分岐下流端より10 cmおよび70 cmの2断面で、測定距離Yは分流境界線より支水路側に向かう法線距離を表わす。

流下方向はいずれも水面での流向を基準としている。X=-70 cmでは横断方向各

測定ともほぼ同じ分布形を示しており、

一樣流速とみなしうる上層層も明確

であるが、X=-10 cmでは底層流線の分

岐水路への曲がり込みによって底層付

近の左岸寄り流速は速くなり、一方上

層流は割離領域での混合拡散によって

減速するから一樣分布に近くなること

が示される。分流境界線付近では水面

から底面にかけて連続的に流向が変化

するために、水面流速が卓越する分布

形を示した。図-7はUと直角方向のいわゆる二次流成分Vの鉛直分布を示すが、流下とともに最大流

速発生点が増し、また底層も次第に増加して不明確になることが認められる。

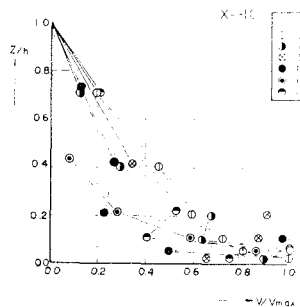
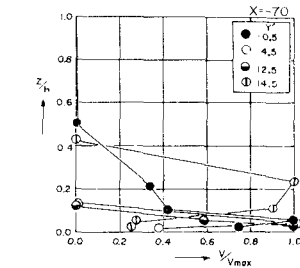


図-7 Vの鉛直分布

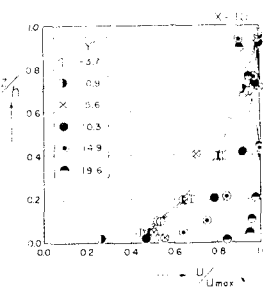
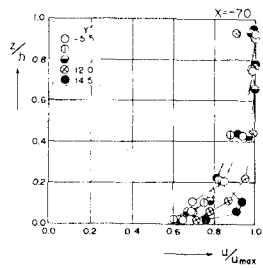


図-6 Uの鉛直分布

参考文献

1) 室田 明：開水路分水工の研究，土木学会論文集，第70号，別冊1-1，昭35.10.