

阪大工学部 正員 工博 室田 明
阪大大学院 学生員 工修 O端 野 道夫

待合せ理論より貯水池堆砂現象を考えてみると、次の条件 1), 2), 3) が成り立つと認められるとき、堆砂現象は、明らかに一重マルコフ過程で、かつ、推移確率が定常であるための必要十分条件^①を満足する。

1). 堆砂の連続式

$$S_t = S_{t-1} + I_s - D_s$$

S_{t-1}, S_t : それぞれ、年 t のはじめにおける堆砂量、おわりにおける堆砂量

I_s, D_s : それぞれ、年 t における年流入土砂量、年流出土砂量

2). 流出土砂量に関するサービス関数

$$D_s = g(S_{t-1}, D_w, I_s, d, i)$$

D_w : 年 t における、流出土砂に貢献する年流出水量

d : 粒度構成, i : 堆砂面勾配

3). 確率変数としての、年流出水量 D_w 、年流入土砂量 I_s が年単位において、定常な確率分布に従う。

これらの条件 1), 2), 3)

が確かに認められるとして、筆者らは、一重マルコフ過程の堆砂量に関する推移確率行列を作成し^②、この行列より、年々の堆砂進行状態を追跡する。

推移確率行列の推移確率を計算することは、実際には非常にやっ

Table 1

	S_{t-1}																					P
$\checkmark$	.025	.075	.125	.175	.225	.275	.325	.375	.425	.475	.525	.575	.625	.675	.725	.775	.825	.875	.925	.975	1.000	
.025	.009																					
.075	.179	.010																				
.125	.233	.181	.010																			
.175	.177	.233	.183	.011																		
.225	.124	.178	.233	.186	.012																	
.275	.083	.123	.178	.234	.189	.014																
.325	.056	.083	.123	.178	.235	.194	.016															
.375	.039	.056	.083	.123	.178	.233	.201	.016														
.425	.027	.039	.056	.083	.123	.181	.238	.211	.026													
.475	.020	.028	.040	.057	.084	.124	.181	.243	.228	.040												
.525	.016	.021	.030	.042	.060	.088	.129	.188	.256	.261	.076											
.575	.016	.021	.028	.038	.054	.076	.109	.159	.230	.319	.373	.251	.080							.305	.022	
.625	.006	.007	.010	.014	.020	.028	.041	.061	.072	.140	.206	.279	.320	.198	.001					.442	.026	
.675	.004	.005	.007	.010	.014	.019	.027	.040	.058	.087	.130	.185	.246	.328	.249	.021				.009	.158	.102
.725	.003	.004	.005	.007	.010	.014	.019	.029	.038	.056	.082	.114	.150	.231	.320	.333	.137	.029	.005	.436	.060	.226
.775	.002	.003	.004	.005	.007	.010	.013	.018	.025	.036	.051	.069	.097	.134	.197	.297	.377	.355	.401	.316	.020	.271
.825	.002	.003	.003	.004	.005	.007	.009	.013	.018	.024	.034	.044	.053	.079	.113	.174	.250	.323	.312	.143	.010	.179
.875	.002	.002	.003	.003	.004	.005	.007	.009	.013	.017	.023	.029	.033	.048	.066	.098	.137	.175	.175	.063	.004	.100
.925	.001	.002	.002	.003	.003	.004	.006	.007	.010	.013	.016	.019	.021	.029	.038	.055	.072	.088	.082	.027	.001	.054
.975	.001	.001	.002	.002	.002	.003	.004	.004	.006	.007	.009	.010	.010	.013	.016	.022	.026	.030	.025	.006	.000	.020
1.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.001	.000	.000	.000	.000	.000

かいなことが多いが、筆者らは、黒部川・小屋平地点において、Table 1 のごとき結果を得た。

Table 1 と既往の実測経年変化図 (Fig. 1, 2, 3) より判断して、堆砂量は、一般に、一時的状態の集合と、エルゴード状態の閉集合とをもつことがわかる。ここで、ある集合Cの中のどの状態からこの集合C以外の状態に到達できないような集合Cを閉集合というが、堆砂量が貯水池築造後、何年で、この閉集合に入る確率（吸収確率 A_t ）が、1 になるかは次式によって計算することができる。

$$A_t = p_{1,m+1}^{(t)} + p_{1,m+2}^{(t)} + \dots + p_{1,n}^{(t)},$$

or (t=1) $A_t = p_{1,m+1} + p_{1,m+2} + \dots + p_{1,n}$

$$(t \geq 2) \quad A_t = (p_{1,m+1} + p_{1,m+2} + \dots + p_{1,n}) \times \sum_{i=2}^t p_{1,1}^{(i-1)} \\ + (p_{2,m+1} + p_{2,m+2} + \dots + p_{2,n}) \times \sum_{i=2}^t p_{1,2}^{(i-1)} \\ + \dots \\ + (p_{m,m+1} + p_{m,m+2} + \dots + p_{m,n}) \times \sum_{i=2}^t p_{1,m}^{(i-1)}$$

ただし、状態 1, 2, ..., m は一時的状態で、状態 m+1, m+2, ..., n はエルゴード状態である。 $p_{j,k}$ は、状態 j から 1 年後に状態 k になる推移確率で、 $p_{1,k}^{(t)}$ は、状態 1（堆砂量 0）から、t 年後に状態 k になる高次の推移確率である。

ところで、その貯水池の堆砂進行の最も期待される期待曲線は、得られた推移確率行列より、堆砂量についての、年 t と年 (t-1) との直線回帰式を作り、この直線回帰式と、t=1, 2, 3, ... と築造時から追跡することによって得ることができる。ここでは、築造後何年における直線回帰の一般式を掲げるとともに、

$$E^{(n)}(S_t) = b(n) \cdot E^{(n-1)}(S_{t-1}) + a(n)$$

$$b(n) = \frac{E^{(n)}(S_t S_{t-1}) - E^{(n)}(S_t) \cdot E^{(n-1)}(S_{t-1})}{E^{(n-1)}(S_{t-1}^2) - \{E^{(n-1)}(S_{t-1})\}^2} = r(n) \cdot \frac{\sqrt{E^{(n)}(S_t^2) - \{E^{(n)}(S_t)\}^2}}{\sqrt{E^{(n-1)}(S_{t-1}^2) - \{E^{(n-1)}(S_{t-1})\}^2}} \equiv r(n) \cdot K(n)$$

ここで、 $E^{(n)}()$ は n 年後における () 内の変量の期待値、 $a(n)$, $b(n)$ は n 年後における直線回帰式の数定および係数、 $r(n)$ は n 年後における自己相関係数、とする。

この直線回帰式によって、堆砂の進行がよく説明できることが、小屋平地点の場合の Table 1, Fig. 4 より想像される。また推移確率行列と直線回帰式の $a(n)$, $b(n)$, $r(n)$, $K(n)$ との関係は、流入土砂量の確率分布特性や貯水池の特性などへのアプローチのための一つの有力なものと考えられる。

参考文献 ① たとえば、O.R. のための基礎数学 4、丸善

② 貯水池堆砂量の推計についての試案、室田・端野、第10回水理講演会講演集

