

京都大学防災研究所 正員 芦田和男

村本嘉雄

建設省 坂本忠彦

本研究は弯曲水路における河床変動，特にその初期の河床変動機構を実験的，理論的に研究し，弯曲部における河床変動の定量的取り扱いの可能性を示したものである。

1. 固定床弯曲水路の底面における二次流の分布，河床変動に直接関係すると考えられる底面および，側壁近傍の二次流に関する研究はあまり行われていない。著者らは直径4.0mm，比重1.78の合成樹脂製の球状粒子を用い，底面における軌跡より近似的に底面流向を求めた。実験水路は幅 $B=50\text{cm}$ ，深さ 30cm の長方形断面のコンクリート製水路であり，上・下流それぞれ7mの直線部の間に，弯曲角度 $\Theta=180^\circ$ の単一弯曲部が挿入され，弯曲の中心曲率半径は $R_c=75\text{cm}$ ， 150cm の2種である。下流端に高さ5cmの砂留めを設け，この天端を基準とし，実験砂($d_{50}=0.58\text{mm}$)を上流端までしきならし，移動床とした。移動床をセメント物で固定し，移動床と同様の粗度を与え，粒子を上流より流下させ，写真撮影より，その軌跡を求めた。Rozovskiiは二次流が十分発達した場所の底面における流線を近似的に次式で与えた。 $\tan\varphi = D \frac{h}{r} = -11 \frac{h}{r} \dots (1)$ ここに φ は接線方向(θ方向)と流線のなす角度である。この式を十分に二次流が発達したと考えられる $\theta=100^\circ$ 付近の実験結果を比較したものが，図-1である。水路中央部分では(1)式で近似されているが，顕著に側壁の影響を受け，側壁において水路中央部分になるほど(1)式に漸近する関係が認められる。 a_1 ， a_2 を側壁の影響のなくなる点とし，この点で(1)式に滑らかに接続するつぎの二次曲線で近似させる。

$$\tan\varphi = -11 \frac{h}{r} f(r) \dots (2) \quad f(r) = \begin{cases} \frac{-1}{(a_1-r)^2} (r-r_1)(r+r_1-2a_1) & a_1 \geq r \geq r_1 \\ 1 & a_2 > r > a_1 \\ \frac{-1}{(a_2-r_2)^2} (r-r_2)(r+r_2-2a_2) & r_2 \geq r \geq a_2 \end{cases} \dots (3)$$

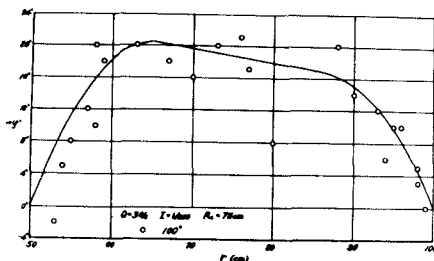


図-1 底面における二次流の分布

r_1 ， r_2 は内壁，外壁の曲率半径である。両側壁において $\Delta r = a_1 - r_1 = r_2 - a_2 = 0.3$ $B=50\text{cm}$ として，(2)，(3)式により近似したものが図中の実線である。 Δr は一般には $\frac{B}{4}$ の関数としよう。

2. 移動床の実験ケースと初期における水理量を表-1に示す。実験は河床こう配を設置した後，適当な時間通水し，この間に水位を測定した。河床変動がある程度進行したと判断した時，下流端をせき上げ，河床形態を乱さないようにして砂の移動を止めた。河床を詳細に測定した後，さうに通水し，この操作を各ケースについて10回程度くり返した。

(1) 洗掘の進行過程：初期の河床変化と固定床路面におけるせん断応力分布より予想される河床変化とはかなり傾向が異なるようである。このことは，単にせん断応力の大小だけでなく，二次流によるせん断応力の方向の変化が洗掘の進行に関係することを示すものであろう。弯曲部の河床

Case	R _c (cm)	水深 h ₀	流速 V	水深 h ₁	流速 V ₁	流速 V ₂	流速 V ₃	流速 V ₄	流速 V ₅
1	75	1	0.0050	1.28	0.0223	-	-	-	0.000189
2	75	2	0.0071	-	-	0.1058	0.00457	-	-
3	75	3	0.0071	-	-	-	0.1243	0.00767	-
4	75	4	0.0062	2.44	0.0187	0.1745	0.0113	-	-
5	75	5	0.0100	2.54	0.0220	-	0.0177	-	-
6	75	6	0.0100	1.15	0.0290	0.0985	0.00242	-	-
7	75	7	0.0100	1.52	0.0233	0.1561	0.00603	-	-
8	75	8	0.0100	2.02	0.0250	0.1434	0.0150	-	-
9	150	1	0.0061	1.11	0.0215	0.0406	0.000178	-	-
10	150	2	0.0055	1.79	0.0287	0.1896	0.00123	-	-
11	150	3	0.0078	1.93	0.0264	0.2517	0.00494	-	-
12	150	4	0.0084	2.51	0.0246	0.2230	0.00761	-	-
13	150	5	0.0100	1.07	0.0260	0.0278	0.00163	-	-
14	150	6	0.0100	1.42	0.0268	0.0997	0.00256	-	-
15	150	7	0.0100	1.88	0.0222	0.1300	0.00734	-	-
16	150	8	0.0100	2.10	0.0199	0.2024	0.00747	-	-
17	150	9	0.0100	1.49	-	-	0.00385	-	-
18	150	10	0.0100	1.90	-	-	0.1790	0.00967	-
19	150	11	0.0100	0.97	-	-	0.0472	0.00010	-
20	150	12	0.0100	-	-	-	0.1267	0.01092	-
21	150	13	0.0100	-	-	-	0.1764	0.00917	-
22	75	2	0.0050	1.84	-	-	-	0.000248	-
23	75	3	0.0050	2.33	-	-	-	0.00450	-
24	75	4	0.0050	2.78	-	-	-	0.00490	-

表-1 実験ケース

変動は、内壁では堆積が非常に短時間の間に起り、その変動量は小さい。外壁付近では洗掘が起り変動量は大きく長時間にわたる。ここでは、弯曲部における河床変動を洗掘現象を中心に検討する。初期平均河床と各時間の外壁における河床高との差を Δz_e とすると $\Delta z_e > 0$ は洗掘、 $\Delta z_e < 0$ は堆積を示す。 Δz_e の弯曲水路にぞった時間的変化の一例を図-2に示す。他の実験ケースについても検討した結果つぎの点が指適できる。

- (i) 初期の洗掘は 60° 付近より 180° 付近までほぼ一様に起る。
- (ii) 時間とともに洗掘は上流に進行し、洗掘区間は上流側に広がる。 180° 付近の洗掘が著しくなることが多い。
- (iii) 30° 付近まで洗掘が広がると上流への進行は終り、 $60^\circ \sim 80^\circ$ 付近に非常に大きい洗掘箇所ができ、その形はほぼ安定している。それより下流側、特に 180° 付近では河床の変化が激しい。
- (iv) 河床の変化量の大ききでみた場合、下流への弯曲部の影響は約1/2、2/3程度でありこれより下流では大きく洗掘されることはない。

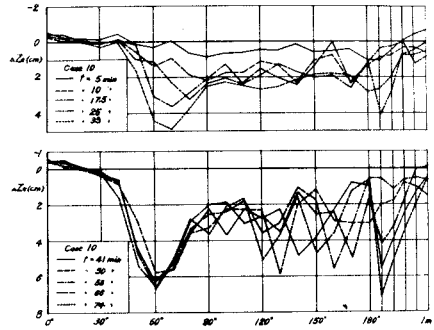


図-2 Δz_e の変化

Δz_e は局所的な変動が多く、解析的に取扱を行うには、平均操作を行う必要が生じる。また $60^\circ \sim 180^\circ$ の範囲のような、ほぼ洗掘一様とみなされる範囲においては平均操作を行なっても、その変動の特質を見失うことはないと考え、 z_e の $60^\circ \sim 180^\circ$ までの13測点の平均値として $\overline{\Delta z_e}$ を定義する。 $\overline{\Delta z_e}$ と通水時間との関係を示した一例が図-3である。

(2) 流砂の連続式による検討と洗掘過程の無次元表示：図-4は下流端で採集した流砂量と掃流力との関係を示したものである。著者とほぼ同一条件で行われた岩垣および干秋の実験結果と良く一致する。流砂量式をBrown型、

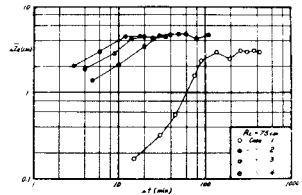


図-3 $\overline{\Delta z_e}$ の時間的変化

$$\frac{q_B}{U_{*c}} = K \left\{ \frac{U_{*c}^2 - U_{*c}^2}{(\beta - 1) g d} \right\}^m \quad (4) \quad \text{で表わした場合、干秋の示した}$$

$$\frac{U_{*c}^2 - U_{*c}^2}{(\beta - 1) g d} \geq 0.064 \quad \text{の場合} \quad K=30, m=2 \quad (5)$$

$$, < 0.064 \quad \text{の場合} \quad K=2, m=1 \quad (6)$$

を採用し、弯曲部のような非平衡な場所においても適用できるものとする。

z 軸を鉛直下方にとった円筒座標系における流砂の連続式は、

$$\frac{\partial z}{\partial t} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r r_r) - \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} (r^2 r_\theta) - \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} (r^2 \theta_\theta) = 0 \quad (7)$$

r_r, r_θ は r, θ 方向の流砂量である。底面における流線の方向と流砂

の方向が一致すると仮定し、 ψ が小さい場合には、主流方向の流砂量 r_θ

と r_r, r_θ の関係は $r_r \approx r_\theta \tan \psi \quad (8) \quad r_\theta \approx r_\theta \quad (9)$ とする。

(7)式の差分表示を行ない、 $\frac{\partial z}{\partial t}$ と各項のorderを比較した結果、 $\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} (r^2 \theta_\theta)$

の項は小さく、 $\frac{\partial z}{\partial t} \approx \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r r_r) \approx \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot \frac{r}{r} r_\theta) \quad (10)$

で近似できることがわかった。(10)式を変形して無次元表示すると、

$$\frac{\partial z}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot \frac{r}{r} r_\theta) \quad (11) \quad \text{ここに} r: \text{水深}, U: \text{平均流速である。}$$

Δr は二次流の側壁の影響を受ける領域であり、ここでは便宜的に、

$$\Delta r = \alpha r \quad (12) \quad \alpha: \text{常数と考えると、}$$

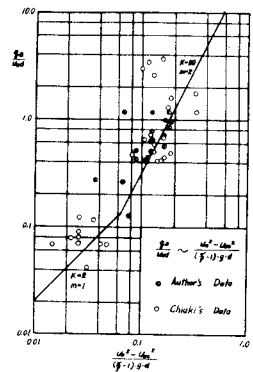


図-4 掃流力と流砂量

C: 常数とより次元解析より求まる多くの無次元量の内、重要と考えられる無次元量の関係を示して
いて、一般には $\frac{\partial z}{\partial t} = f\left(\frac{R}{r}, \frac{g_0}{ku}, \frac{ut}{k}\right) \dots (14)$ で表わせる。図-5, 6に、(14)式に従っ
て、 $T (= \frac{ut}{k})$, $\Phi T (= \frac{g_0}{ku} \frac{ut}{k})$, $\frac{R}{r} \Phi T$ の三つの無次元量の関係を示した。Rは初期平均水深を
用い、u, g_0 はこれより計算し、rは外壁における値がとつてある。図-5の表示よりよく、すべて
の実験 Case について重ね合せてみると $\frac{\partial z}{\partial t} \sim \frac{R}{r} \Phi T$ の表示が他より優れている。 $\frac{\partial z}{\partial t}$ は初期におい
ては、時間に比例して増大するが、増大とともに、傾きがゆるやがりになり、ほぼ最終状態に
落着く。洗掘の進行とともに洗掘機構が変化
することを示すものと考えられる。

3. 特性曲線法による解析

弯曲部における河床変動の特性をさらに定
量的に把握するため、弯曲水路における河床
変動の基礎式を提示し、それを特性曲線によ
って解析し、実験値と比較してみる。洗掘個
所で流速が増大し、堆積個所で減少する弯曲
水路における流れの特性を重視し、主流の半径

方向各点の平均流速をつぎの Manning 式
で表わすことによる。 $u = \frac{1}{\lambda} R^{2/3} I^{1/2} \dots (15)$

流砂の連続式は(7)式において、 θ 方向の変化
を無視し、 $\frac{\partial z}{\partial t} - \frac{1}{\lambda} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (gr - \frac{1}{\lambda} \frac{\partial}{\partial r} (gr)) = 0 \dots (16)$

流砂量式は(4)式を使用し、 gr の r 方向の分布

は、(2), (3), (8)式を考慮すれば、 $gr = g_0 D \frac{R}{r} f(r)$ 一、半径方向の流れの運動方程式
 $\frac{\partial R}{\partial t} = \frac{u^2}{gr} + \frac{\partial z}{\partial t} \dots (17)$ を考え、河床こう配の関係は $I = I_0 \frac{R}{r}$ で表わされる。ここで I_0 は水路の中
心における河床こう配である。水の連続式は、(14), (15)式より、 $Q = \int_0^R \frac{1}{\lambda} R^{2/3} (I_0 \frac{R}{r})^{1/2} dr \dots (20)$ とする。(4),

(7)式より gr を求めれば、 $gr = -\alpha' (g I_0 R)^{3/2} R^{2m+1} (h-h_c)^{m-2} f(r) \dots (21)$ ただし $u_{hc}^2 = g h_c I_0$,

$\alpha' = 11 K \lambda^{1/2} (\frac{5}{3} - 1) \cdot g \cdot d^{1/2}$, gr を(16)式に代入し、さらに(18)式の関係を考慮すると、

$$\frac{\partial z}{\partial t} + C_2 r^{-\frac{2m+3}{2}} R^{1/2} (h-h_c)^{m-1} \frac{(3+2m)h-3h_c}{2} \frac{\partial z}{\partial r} f(r) \\ = C_2 R^{3/2} (h-h_c)^m r^{-\frac{2m+5}{2}} \left(\frac{(2m+1)}{2} f(r) - r f(r) - \frac{(3+2m)h-3h_c}{2} \frac{R^{1/2} I_0 R}{r^2 g r} f(r) \right) \dots (22)$$

$$\text{ただし } C_2 = \frac{1}{\lambda^2} \alpha' (g I_0 R)^{\frac{2m+1}{2}} \dots (23)$$

(22)式の特性曲線表示を行う

$$\frac{dz}{dt} = C_2 r^{-\frac{2m+3}{2}} R^{1/2} (h-h_c)^{m-1} \frac{(3+2m)h-3h_c}{2} f(r) \dots (24) \text{ の場合}$$

$$\frac{dz}{dt} = C_2 r^{-\frac{2m+5}{2}} R^{3/2} (h-h_c)^m \left(\frac{(2m+1)}{2} f(r) - r f(r) - \frac{(3+2m)h-3h_c}{2} \frac{R^{1/2} I_0 R}{r^2 g r} f(r) \right) \dots (25)$$

が成立する。

結局、(15), (18), (20), (4), (5)式を連立に与ければよく、その計算手順はつぎのようである。(15), (18), (20)式
を満足する $R(r)$ を求める。すなわち、(4)式を採用したことにより多くの水理量を初期条件として決めたことによる。

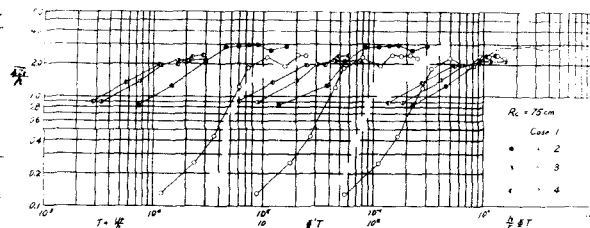


図-5 洗掘過程の無次元表示

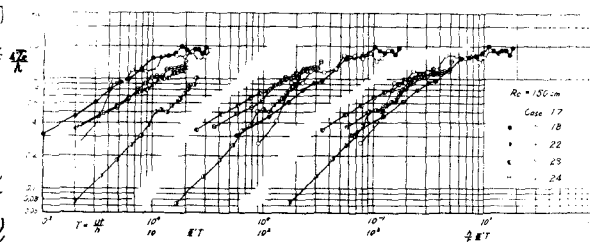


図-6 洗掘過程の無次元表示

一、半径方向の流れの運動方程式

ここで I_0 は水路の中
心における河床こう配である。水の連続式は、(14), (15)式より、 $Q = \int_0^R \frac{1}{\lambda} R^{2/3} (I_0 \frac{R}{r})^{1/2} dr \dots (20)$ とする。(4),

(7)式より gr を求めれば、 $gr = -\alpha' (g I_0 R)^{3/2} R^{2m+1} (h-h_c)^{m-2} f(r) \dots (21)$ ただし $u_{hc}^2 = g h_c I_0$,

$\alpha' = 11 K \lambda^{1/2} (\frac{5}{3} - 1) \cdot g \cdot d^{1/2}$, gr を(16)式に代入し、さらに(18)式の関係を考慮すると、

$$\frac{\partial z}{\partial t} + C_2 r^{-\frac{2m+3}{2}} R^{1/2} (h-h_c)^{m-1} \frac{(3+2m)h-3h_c}{2} \frac{\partial z}{\partial r} f(r) \\ = C_2 R^{3/2} (h-h_c)^m r^{-\frac{2m+5}{2}} \left(\frac{(2m+1)}{2} f(r) - r f(r) - \frac{(3+2m)h-3h_c}{2} \frac{R^{1/2} I_0 R}{r^2 g r} f(r) \right) \dots (22)$$

$$\text{ただし } C_2 = \frac{1}{\lambda^2} \alpha' (g I_0 R)^{\frac{2m+1}{2}} \dots (23)$$

(22)式の特性曲線表示を行う

$$\frac{dz}{dt} = C_2 r^{-\frac{2m+3}{2}} R^{1/2} (h-h_c)^{m-1} \frac{(3+2m)h-3h_c}{2} f(r) \dots (24) \text{ の場合}$$

$$\frac{dz}{dt} = C_2 r^{-\frac{2m+5}{2}} R^{3/2} (h-h_c)^m \left(\frac{(2m+1)}{2} f(r) - r f(r) - \frac{(3+2m)h-3h_c}{2} \frac{R^{1/2} I_0 R}{r^2 g r} f(r) \right) \dots (25)$$

が成立する。

結局、(15), (18), (20), (4), (5)式を連立に与ければよく、その計算手順はつぎのようである。(15), (18), (20)式
を満足する $R(r)$ を求める。すなわち、(4)式を採用したことにより多くの水理量を初期条件として決めたことによる。

(ii) 差分表示した(24)式である一点の r , $h(r)$ をもちいて Δt 時間内の特性曲線の移動距離 Δz を求める。

(iii) r , $h(r)$ をもちいて(25)式により, Δt 時間内の特性曲線上における河床の変動量 Δz を求める。

(iv) (ii), (iii)により, (r, z) の水理量より, Δt 時間後の $(r+\Delta r, z+\Delta z)$ が計算でき, 新しい河床形状を求める。

(v) 新しい河床上の $h(r)$ を仮定し(i)の手順を行う。

しかし, 洗掘進行後の(i)の手順は難しいので, 実験結果より, 「初期の水面形状は河床変動が進行しても変化しない」と仮定すると略することができる。この仮定による Case 14 についての水面形は図-7 のようである。このようにして決めた水面形を基準として, Case 14 について $\Delta t = 10 \text{ sec}$ とした計算結果と実験結果を示したものが

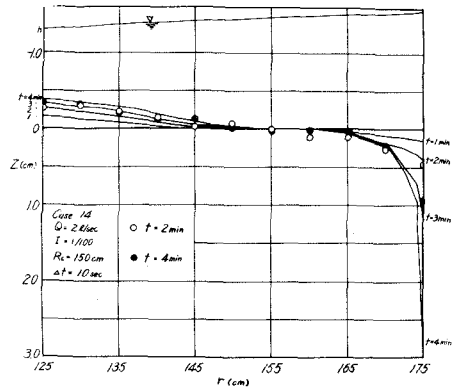


図-7 計算値と実験値の比較

図-9 である。両者は良く一致している。計算は相当 Δt を短かくしないと, (16)式より得られる

$\int_{r_1}^{r_2} \Delta z r dr = \text{const}$ が満足されなくなるようで計算結果は $\alpha = 4$ 分で $\int_{r_1}^{r_2} \Delta z r dr / \int_{r_1}^{r_2} \Delta z r dr = 0.05$ となっている。

また(v)の手順を略したため, (20)式によれば, 流量が25%増加したことになるが, 流量の条件はほぼ満足している。側壁においては $\frac{dz}{dt} = 0$ であるから, (25)式は積分できて, $z=0$, $z=0$, H_0 を初期水深のもとで積分できる。

それによる計算値と実験値を比較したものが, 図-8, 9 である。 H_0 の2倍程度までは良く一致しているが, 変動量が大きくなると計算値は加速度的に増大し, 実験値の等速度的増大と傾向が異なってくる。なお図-9 のように, 同一条件で行なった実験でも, 初期河床の不整などによるかなりの実験誤差があり, この解析法の適用範囲を厳密には論ぜられない。図-7 で示したように内壁に起った堆積は, 順次外壁方向に $\frac{dz}{dt} = W$ の速度で進行し, 水流を外壁方向に偏らせ, 洗掘を増大させる。このように考えた場合特性曲線の伝播速度 W と図-3 に示すような Δz の急変点で定義する一次洗掘終了時間 T_f との間には関係があると考えられる。

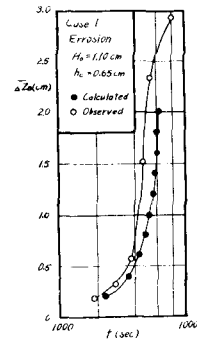


図-8

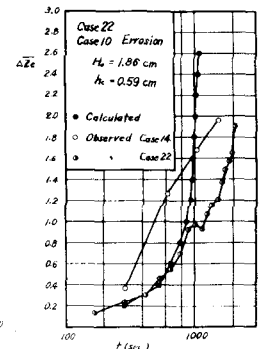


図-9

W として R_c における初期の $\frac{dz}{dt}$ をとり, 幅 B を伝播するのに必要な時間 T_f との関係を図-10 に示す。order は一致していて, このような考えで一次洗掘終了時間が求まるとすれば興味深い。

なお外壁における最大洗掘深および内壁における堆積高を初期水深で無次元表示した場合従来行なわれている $\frac{R_c}{B}$ による整理では整理できず, h_0 の影響が大きいことが, 実験および河川の実測資料より明らかになった。

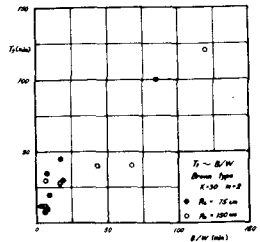


図-10. T_f と $\frac{B}{W}$ の比較

- 参考文献 1. I. L. Rozovskii: Flow of water in bends of open channel Academy of Science of the Ukrainian SSR 1957
2. 干野賢弘: 流砂と河床の変動機構に関する研究 京都大学修士卒業論文, 水43号, B332.3