

// °道上 正規

流砂現象を規定している物理的因子の数が多く、また流水中の個々の砂礫に作用する力カが不規則あるために、砂礫の移動は、不規則な断続的運動の反復現象であり、またその現象は場の偶然性に配られているように思われる。

・本報告では、以上のような考えのもとで、砂礫の流送過程を確率過程としてとらえ、W.W. Sayre および D. W. Hubbell の研究を基礎にして、着色砂礫モトレーサーとして用いた詳細な実験を行ない、砂礫の流送機構の確率的特性について2, 3の考察を試みたものである。

砂礫が静止から移動を開始してつづに静止するまでの過程を Step と定義することにする。そうすれば、河床砂礫と同じ輸送特性をもつ着色砂礫の移動は、上記の Step E と同じかとらないかという事象で表わされ、この事象の起こり方は偶然的な現象であると考えられるので、マルコフ過程のもつとも簡単な場合としてとりあつかうことがでさう。

いま, 1個の着色砂礫が時刻 $t=0$ で原点 $x=0$ から移動を開始し, 距離 x を移動するとき, n 回の step E とする確率 $P(n|x)$ は, 区間の長さ 2 のみに依存し, その位置には無関係であることある P step の $n-1$ 回目と n 回目の生起のし方は確率的に独立であることを仮定すれば, 容易にツゴのようばポアソン分布に従うことがわかる。

ニに、 λ_i は単位長さ当りの移動確率で、すべての着色砂礫に対して一定である。 n stepを経たて着色砂礫が距離 x に存在する確率は $1 - \sum_{i=0}^{n-1} e^{-\lambda_i x} (\lambda_i x)^i / i!$ であるから、 n stepを経た着色砂礫の位置に対する密度関数は次式であらわされる。

着色砂礫中 n step で流下する平均移動距離は n/λ_1 となり, 1 step の平均移動距離は $1/\lambda_1$ となる.

つぎに、時間に関する着色砂磔の移動について考えることにする。着色砂磔が休止を開始し、それが終了するまでの時間を $step$ と定義し、かつその休止時間が移動している時間にくらべて無視しうるほど大ういと仮定すれば、時間に関する着色砂磔の移動は位置に関する場合と相似になるので、着色砂磔が時間 t の間に $n \cdot step$ 回とる確率 $P(n; t)$ は、次式のうに表わされる。

ここに、 λ_{20} 単位時間当りの移動確率で、すべての着色砂礫に対して一定である。さらに、(3)式から着色砂礫が原点に残留する確率 $P(0; t)$ は、次式によって表わされる。

着色砂礫の移動は、それが動く出る確率事象と移動距離の確率事象とが独立で、それらの複合事象で

あると解釈される。したがって、条件付確率の概念によつて、時間 t における距離 x に因する着色砂礫の確率密度関数は(2)および(3)式から次式のうに導ける。

$$f(x, t) \equiv f_t(x) = \lambda_1 e^{-(\lambda_1 x + \lambda_2 t)} \sqrt{\frac{\lambda_2 t}{\lambda_1 x}} I_1(2\sqrt{\lambda_1 x \lambda_2 t}) \quad (5)$$

ここに、 $I_1(2\sqrt{\lambda_1 x \lambda_2 t})$ は1次の変形されたベッセル関数である。時間 t における着色砂礫の平均移動距離 $\bar{x}$ およびその分散 σ^2 はそれぞれ次式のうに表わされる。

$$\bar{x} = \int_0^\infty x f_t(x) dx = \lambda_2 t / \lambda_1 \quad (6)$$

$$\sigma^2 = \int_0^\infty x^2 f_t(x) dx = 2/\lambda_1^2 \cdot \lambda_2 t \quad (7)$$

つぎに、これらの着色砂礫をトレーサーとして用いて、流砂量式を導くことにする。着色砂礫の平均移動速度は(6)式から λ_2/λ_1 となり、 λ_2/λ_1 は河床砂礫の平均移動速度を表わしていると考えられるので、流砂量は河床砂礫の移動層の個数に λ_2/λ_1 および砂礫の体積をそれぞれ乗じることによつて求まる。着床が実施した実験では、着色砂礫の移動層は一層程度であると確認されたので、河床砂礫の移動層を河床面から一層と仮定すると、流砂量式は次式のうに表わされる。

$$Q_B = 1/K_1 d^2 \cdot K_2 d^3 \cdot \lambda_2 / \lambda_1 \quad (8)$$

ここに、 Q_B は単位時間当り、単位長さ当りの流砂量、 K_1 および K_2 は砂礫の形状によつて決定される定数および d は粒径である。

3. 実験の概要

断面が20cm×20cm、長さ約14mの銅製水路で、3mm～4mmの粒径の砂礫を厚さ5cm、河床こう配1/100に敷き、水路の下流端から8mの位置を原点とし、そこに河床砂礫と同じ粒径の着色砂礫を設置して、着色砂礫の流下方向の移動分布および原点に残留している個数を測定した。原点における着色砂礫の敷き並べ方は、その個数を100個、面積を16cm×5cmとし、かつその厚さが一層で、着色砂礫面と河床面とが一致するように設置した。流れの状態が等流になるまでに着色砂礫が流下しないように、金網をあかり、等流状態になつてから、金網をはずして所定の時間まで着色砂礫を流下せしめるようにした。

4. 実験結果と考察

河床形態はTransitionまたはFlat bedの領域に属しており、砂礫の移動形式は掃流であった。着色砂礫の原点に残留する確率の時間的変化を示したものが図-1である。この図から明らかになるように、実験値は(4)式の関係とほぼ満足しており、図中のこの配から λ_2 を決定することができると。図-2は、着色砂礫の系の平均移動距離と時間の関係を示したもので、(6)式によつて表わされる関係が、着色砂礫に当てて適用しうることが明らかとなつた。また、そのこの配から着色砂礫の平均移動速度 λ_2/λ_1 を決定することができると。このうにして決定された確率定数 λ_1 および λ_2 を用いて、着色砂礫の分散を(7)式によつて計算した値と実験結果から求めた値とは図-3に示すうに、広範囲の時間に対してよく一致していることから、着色砂礫の流送過程は確率過程としてとりあつたことが可能なことを示している。

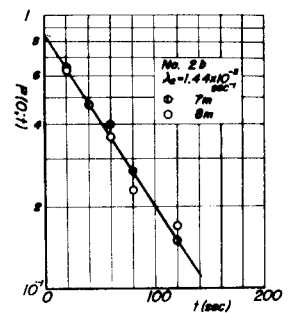


図-1 $P(0, t)$ の時間的変化

つぎに、原案に置かれた着色砂礫が時間の経過とともに、どのように分散しながら移動していくかを検討するために、(5)式の確率密度関数を規格化して、図-1および2で求めた確率定数を用いて計算した結果と実験結果とを比較したものが図-4である。この図からも明らかのように、着色砂礫の移動分布は、最初は指数分布の形状を呈しているが、時間の経過につれてモードをもつ分布になっていくことがわかり、また理論式と実験結果との適合性と χ^2 検定によって検討した結果、実験結果が理論によく適合しているということができるとも明らかにした。

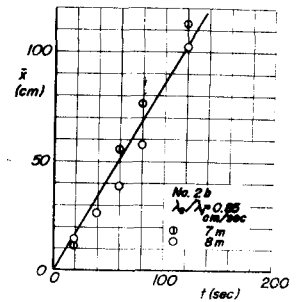


図-2 平均移動距離と時間の関係

図-5は、着色砂礫が1stepを移動するときの距離の分布を示したものである。図中の曲線は、(2)式において $n=1$ とした場合の式にヒストグラムの区間の長さを乗じて求めた結果である。

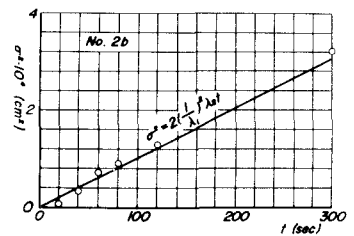


図-3 分散の時間的变化

Einsteinが提案した1stepの平均移動距離は、約100~200d程度であるが、その分布特性は図-5に示しているように、指数分布になることが明らかとなる。これらの結果を χ^2 検定によって比較検討した結果、実験結果が指数分布によく適合しているということができるともを見出した。今後、流砂現象を解明していく上に、こうした分布特性が考慮されなければならないと思われる。

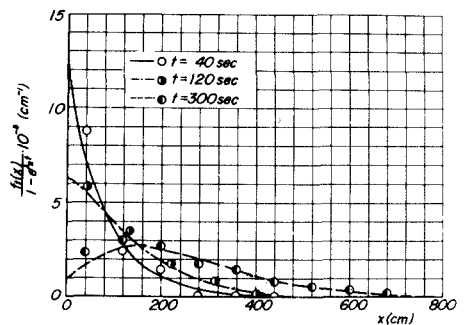


図-4 着色砂礫の移動分布

図-6は、着色砂礫が1stepを移動するときの移動時間の分布を示したものである。この移動時間の分布から平均の移動時間を求めると、3secとなり、この値は図-1から決定される1stepの平均休止時間の70secと比較して非常に小さく、このことから確率モデルを設定する場合の仮定がほぼ満足されていると考えることができよう。しかしながら、移動時間が休止時間に比較して短絡であるという状態についての確率モデルの設定も当然考えなければならないと思われる。

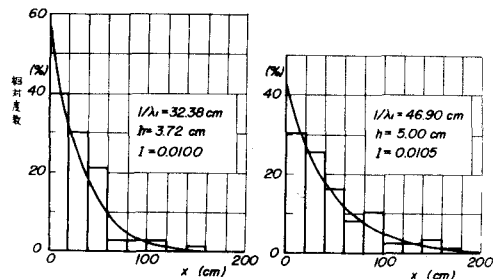


図-5 1stepの移動距離の分布

図-7は、1stepの平均移動距離の無次元量と水理量との関係を示したものである。なお図中の $1/\lambda$ および $1/\lambda_c$ はそれぞれ掃流力および限界掃流力の無次元量を表す。掃流力の増加に伴って、1stepの平均移動距離は、粒径の広い範囲にわたって系統的な変化を示さず、約100~200d程度である。

図-8は、単位時間当りの移動確率 λ_1 と $1/4-1/4c$ の関係を示したものであるが、掃流力の増加にともなう単位時間当りの移動確率が増加することがわかる。したがって、すでに橋らが指摘しているように、掃流力の増加にともなう流量が増加するものは、1stepの平均移動距離が増加するのではなく、その単位時間当りの移動確率の増加に起因しているように思われる。

つぎに、(8)式で示される流砂量式を u_*d で両辺を割って、無次元化すると次式のようになる。

$$q_{B*} \equiv q_B / u_* d = K_2 / K_1 \cdot \lambda_2 / \lambda_1 u_* \quad (9)$$

$\lambda_2 / \lambda_1 u_*$ と $1/4-1/4c$ の関係を図示すると図-9のようになり、掃流力の増加にともなう、 $\lambda_2 / \lambda_1 u_*$ の値は系統的に増加することがわかる。著者が用いた実験砂の K_2/K_1 を測定すると0.4となつたので、この値を(9)式に適用して、流砂量と $\lambda_2 / \lambda_1 u_*$ の関係および実験結果を示したものが図-10である。

この図において、限界掃流力時以上の $\lambda_2 / \lambda_1 u_*$ の値に対しては、 q_{B*} と $\lambda_2 / \lambda_1 u_*$ の実験値はほぼ比例しているようであり、また(9)式は粒径の広い範囲にわたって、実験結果と比較的良好な一致を示している。しかしながら、 $\lambda_2 / \lambda_1 u_*$ の値が限界掃流力時よりも小さい場合および橋らの実験結果に対して、(9)式が一致しない理由については今後検討していくつもりである。

4. 結論

以上、砂礫の流送過程を確率過程としてとらえ、その確率的特性について考察して、トレーサーの追跡によって流砂量を測定することが可能なことを示唆した。

最後に、本研究を遂行するにあつて、御指導として下さった京都大学防災研究所矢野勝正教授に感謝の意を表す。

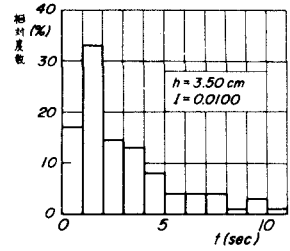


図-6 1stepの移動時間の分布

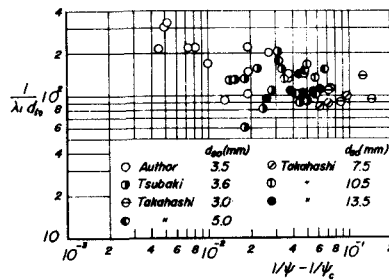


図-7 $1/\lambda_{1d50}$ と $1/4-1/4c$ の関係

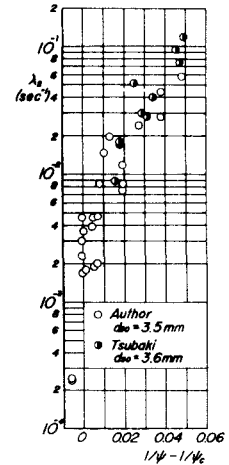


図-8 λ_2 と $1/4-1/4c$ の関係

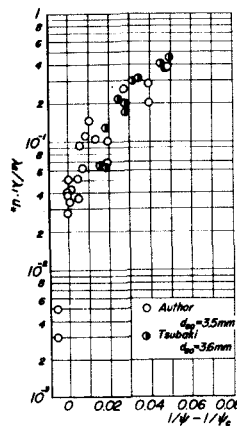


図-9 $\lambda_2 / \lambda_1 u_*$ と $1/4-1/4c$ の関係

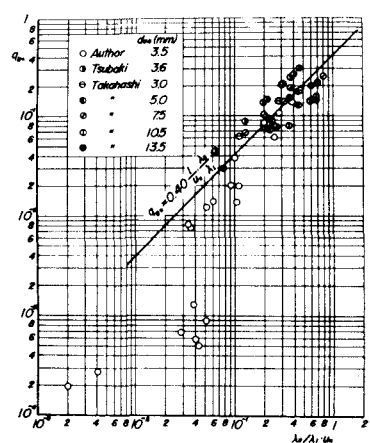


図-10 流砂量式と実験値との比較