

II-43 Sand Waves に関する基礎的研究 (3)

京大防災研究所 正員 芦田和男
京大防災研究所 正員 田中祐一朗
K・K 藤田組 正員 川上七海兵

1. はしごき.

Sand Waves は河床材料が流水により移動せられるようになること、ほとんど常に河床面上に形成されるもので、その存在は種々な難問を提起する。したがって、流砂機構および移動床水路での抵抗法則などの実用的な問題を解明するためにも、まずこの Sand waves の水理学的特性とその機構を明らかにする必要がある。こうした意味から Sand waves に関しては、従来から多くの研究がなされてきたが、傾成区分の定量的な意味での定義さえまだ明確でなく、未解明の問題が非常に多い。

Sand waves は周期性と不規則性という二つの顕著な性質を有しているが、従来は計測の困難なこともあって、この不規則性に対する考慮がほとんど払われていない。Sand waves の不規則性を論ずるためには、統計的な手法を導入する必要がある。最近 Sand waves のスペクトル解析について、とくに Dune の場合についての研究が C. F. Nordin と J. H. Alger¹⁾により発表され、筆者らも同様の研究を行なって、その一部を第11回水理講演会において発表した。本研究はそれ以後に行なわれた実験および解析により、各種の傾成における Sand waves のスペクトル特性と、この問題に対するスペクトル解析の適用性および今後の研究の方向について若干の検討を加えたので、ここに御報告して大方の御批判を得たい。

2. 実験およびその方法.

実験に用いた水路は断面 $50\text{ cm} \times 50\text{ cm}$ 、長さ 18 m の両面ガラス張りのものである。実験に用いた砂は上下をふるいによりカットしたほぼ均一な粒径のもので、その平均粒径は 0.732 mm である。

表-1. 実験条件

	A-1	A-2	A-3	A-4	A-5	B-1	B-2	B-3	B-4	C-1	C-2	C-3	D-1	D-2	D-3	D-4
流量 $Q(\text{L/s})$	30	15	40	11	50	10	20	30	45	10	20	30	10	12	14	20
水深 $h(\text{cm})$	11.6	7.3	12.3	5.7	13.7	3.1	4.5	5.7	7.0	3.9	5.4	8.0	4.8	5.5	5.6	7.8
こう配 $j \times 10^3$	250	167	250	255	325	100	100	935	100	460	450	450	160	160	190	215
フルード数 F	0.59	0.55	0.73	0.57	0.77	1.26	1.44	1.53	1.75	0.89	1.12	0.98	0.66	0.65	0.75	0.67
河床形態	D	R	B	D	D	T	T	S	F	D	D	D	R	R	R	R

行なった実験は表-1に示すように ripples から Transition に至る各傾成にわたっている。この表で、RはRipplesをDはDunesをTはTransitionをSはStanding wavesをFはFlat bedを意味する。測定は超音波式測深器を用いて行なった。A-1からD-4に至る全ての場合、与えられた実験条件による平衡状態が達成された後、通水を停止して、このときの河床形状を形成された Sand waves の波長により、 5 cm または 2.5 cm の二種の間隔で水路中心線沿いに測定した。尚上下底の影響を考慮すると、有効長は 10 m 程度であり、統計的な解析を行なうには資料の数が不足である。そこで、以後20分間隔で通水を断続して測定を繰り返して、これを継ぎ足して資料とした。またA-1およびB-4の二つの実験では水路中央部の一定長における河床の等間隔的变化も測定した。A-1は6時間余の実験を行ない、これをアナログ記録として測定したものを1分間隔に読み取ったものを資料と

し、B-4 はデジタル記録で 5 秒間隔のものを 1 時間にあたり測定した。

3. 実験結果とその考察

(1) 自己相関係数およびスペクトル密度関数の各領域における特長

上記のようにして得られた実験資料から、自己相関係数およびスペクトル密度関数を R. B. Blackman and J. W. Tukey の方法²⁾ によって計算した。計算は KDC-II を用いて行ない、その際の window としては Hanning を用いた。表-2 にはこれらの資料についての二・三の統計量をまとめて示す。

表-2. 統計的諸量

	A-1	A-2	A-3	A-4	A-5	B-1	B-3	B-4	C-1	C-2	C-3	D-1	D-2	D-3	D-4
$\bar{H}$	907	824	837	698	800	689	600	643	635	738	917	1036	1089	1092	632
$\bar{K}$	90	82	83	69	80	68	60	60	60	70	91	100	100	100	60
$\bar{N}$	50	63	38	56	43	-	99	-	122	70	75	113	145	23	21
$\bar{L}$ (cm)	93	70	107	78	89	-	-	-	25	52	58	22	17	130	162
$\bar{L}$ (cm)	90	93	120	98	93	20	30	86	19	27	21	-	15	-	-
$\bar{H}$ (cm)	39	32	57	12	35	-	-	-	99	15	21	06	05	13	22
$\bar{D}$ (cm)	16	10	21	34	45	34	09	32	05	07	10	03	03	04	07

またその一例として二・三の場合の自己相関係数を図-1 に、スペクトル密度関数を図-2, 3, 4, 5 に示す。図-2, 3, 4, 5 はそれぞれ Ripples の初期、典型的な Ripples, Dunes, Standing waves の場合のものである。Ripples の初期では波高も小さく、したがってそのパワーも小さい。この場合には種々の波長の波がほぼ等しい密度で表われている。これが Ripples になるとそれらの多くの波の中の一つが卓越したものになる。しかし、低周波側に顕著なピークが存在するため、ピークが二つになる。この低周波側のピークは各領域のスペクトル密度関数に共通して現れあり、これが各スペクトルの基本的なパターンを成し、その背面に各領域の特性が表われている。典型的な Ripples から更に u_0 を増大させて行くと、背面での卓越したピークは次第に低減して、再び多くの波がほぼ等しい密度で現われるようになり、Dunes では図-4 に見られるように、基本パターンの一つのピークが卓越し、その上に多くの波が乗ったものとなる。

更に u_0 を増加して行くと、スペクトルの図上ではこれまでの逆をたどり、やがて flat bed では先の図-2 に示した Ripples の初期のものとはほとんど同じものになる。その中間に現われる standing waves では図-5 に示すように顕著なピークが現われる。以上のようにスペクトル密度関数は各領域の特性を非常によく表現しているが、plane bed から flat bed への各領域の移行がスペクトルの図上で上述のような過程をたどるものとするとき、従来の定性的な各領域に対する定義では十分ではないと思われる。

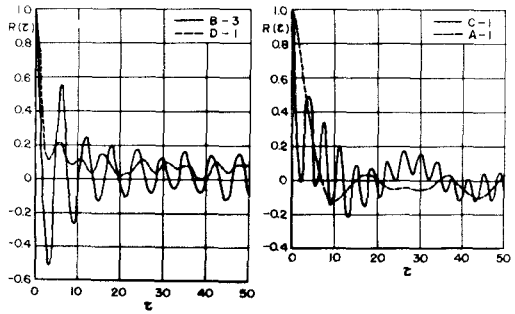


図-1. 自己相関係数 (B-3, D-1, C-1, A-1)

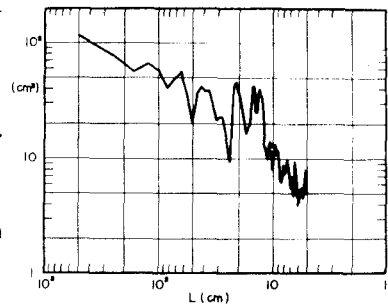


図-2 D-1 の距離スペクトル

前述のように、低周波側に見られる flat なピークはほとんど全ての実験を通じて見られる顕著な特長である。これは先に述べたように資料を継ぎ足したことによって現われたものではないとも考えられる。しかし継ぎ足した長さとは 7~10 m であるのにピークの現われ位置は 1~3 m である。また図-6 には A-1 の時間スペクトルを示してあるが、これは継ぎ足しは行っていないにもかかわらずこれにも同様な低周波側のピークが認められる。したがってこれはやはり現象自体の中に存在するものと考えざるを得ない。表-3 にはこのピークの現われる波長と他の水理量と

を比較して示す。著者らの実験では水理条件がかなり変化しているにもかかわらず、この波長の大きさは比較的一様である。この表には Nordin らの資料も掲げているが、水路中や単位中流量が大きくなると、この波長も大きくなるようである。この点は更に中の変化した場合の実験資料を集積してみなければ明らかではないが、何か

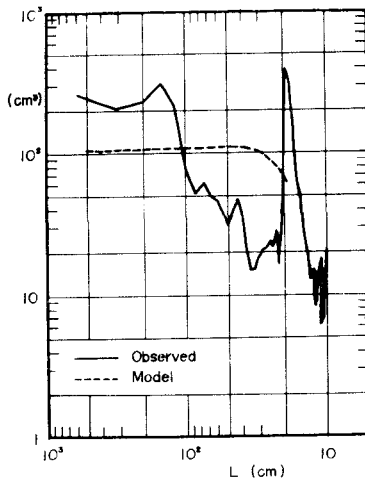


図-3 C-1 の距離スペクトル

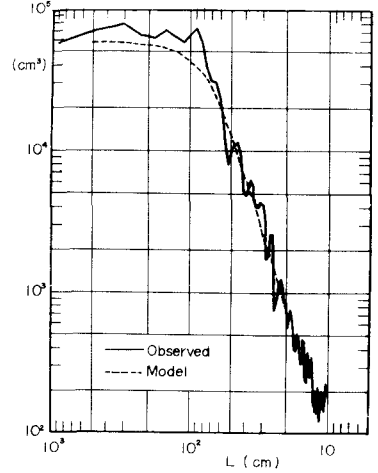


図-4 A-1 の距離スペクトル

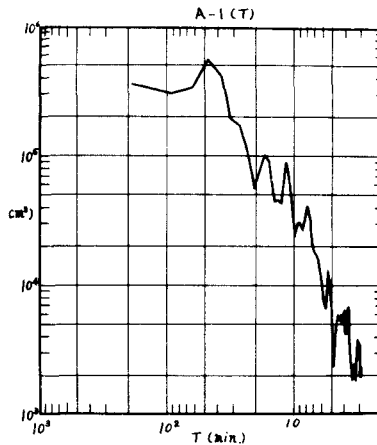


図-6 A-1 の時間スペクトル

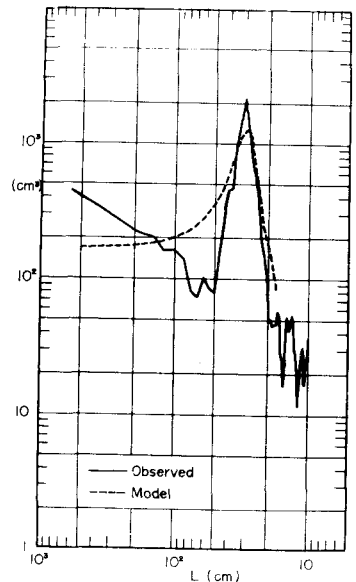


図-5 B-3 の距離スペクトル

表-3. 低周波側の卓越波長と水理諸量

	A-1	A-2	A-3	A-4	A-5	B-1	B-4	C-2	C-3	By Nordin and Algert						
										1	2	3	4	5	6	7
L (cm)	90	90	120	98	93	85	86	100	60	775	82	101	254	406	1515	1213
水路巾 B (cm)	50	50	50	50	50	50	50	50	50	122	122	122	244	244	2743	2743
単位中流量 q (l/m.s)	60	30	80	22	100	20	90	40	60	648	802	975	1188	2061	8730	9564
平均流速 U _m (cm/s)	51.7	410	653	385	719	653	1285	738	751	531	541	550	582	644	111	756
摩擦速度 U _τ (cm/s)	441	304	449	341	523	517	732	432	517	384	400	441	482	576	653	811

流れの規模によつて規定されるものではないかと思われる。

(2) マルコフ過程によるモデル

以上のようにスペクトル密度関数は現象の性質を極めてよく表現することが分るが、これを更に定量的に論議するためにこれを一般に k 次のマルコフ過程で表示せると仮定する。すなわち、 $X(l)$ を原系列とすると、

$$X(l) = a_1 X(l-1) + a_2 X(l-2) + \dots + a_k X(l-k) + \epsilon_l \quad (1)$$

ここに $a_1, a_2, \dots, a_k$ は定数で、 ϵ_l は $X(l)$ の random 成分である。

(1)式はまた相関係数 $R(l)$ によつて次のようにも表現できる。

$$R(l) = a_1 R(l-1) + a_2 R(l-2) + \dots + a_k R(l-k) \quad (2)$$

この場合のスペクトル密度関数は次式で与えられる。³⁾

$$f(f) = \frac{\sigma_{\epsilon}^2}{|1 + a_1 e^{-2\pi i f} + a_2 e^{-4\pi i f} + \dots + a_k e^{-2k\pi i f}|^2} \quad (3)$$

ここに σ_{ϵ}^2 は ϵ_l の Variance であり、(1)式の期待値を取ることによつて、次式から計算される。

$$\sigma_{\epsilon}^2 / \sigma_x^2 = (1 - a_1^2 - a_2^2 - \dots - a_k^2) - 2(a_1 a_2 + a_2 a_3 + \dots + a_{k-1} a_k) R_1 - 2(a_1 a_3 + \dots + a_{k-2} a_k) R_2 - \dots - 2a_1 a_k R_{k-1} \quad (4)$$

ここに σ_x^2 は $X(l)$ の Variance であり、 $R_1, \dots, R_{k-1}$ は相関係数の最初から $k-1$ 番目の値である。(3)式の分母は次のように簡化になる。

$$| \quad |^2 = (1 + a_1^2 + \dots + a_k^2) + 2(a_1 a_2 + \dots + a_{k-1} a_k - a_1) \cos 2\pi f + 2(a_1 a_3 + \dots + a_{k-2} a_k - a_2) \cos 4\pi f + \dots + 2(a_1 a_k - a_{k-1}) \cos 2(k-1)\pi f - 2a_k \cos 2k\pi f \quad (5)$$

以上において定数 $a_1, a_2, \dots, a_k$ は(2)式で例えば $l=0, 1, \dots, k-1$ とおいて得られる k 個の連立方程式を解くことによつて決定される。ここで k は概略原系列に k 個の周期が存在する場合に $k=2m$ とすればよいとされている。今最も簡単な場合として $k=2$ の場合の計算値を図-3, 4, 5 にモデルとして記入してある。卓越したピークが一つの場合はモデルはかなりよい適合度を示すが、ピークが二つになると適合しない。図-6 に $k=4$ とした場合も含めて示す。この場合4次のモデルの方が実測に似た形をとるがピークの位置がずれている。これは R の値として最初から4つを用いたためで、二つの周期成分を十分に表わすためには R の間隔を大きくとり、これをもこの4つに変換して用いる必要があると思われる。以上のようにマルコフモデルで現象をかなり近似できるものと思われる。この場合現象の性質を示すパラメーターとして、 $\sigma_x^2, a_1, a_2, \dots, a_k$ がかなり意味を持つものと思われる。今後はこれらの値と水理量との間の関係について更に検討を加える必要があろうと思われる。

本研究を行なうに際し、その一部に昭和41年度文部省科学研究費(各個研究)の補助を受けた。ここに附記して関係各位に謝意を表する。

- 1) C. F. Nordin and J. H. Alpert; Spectral Analysis of Sand Waves, Proc. of A.S.C.E. H.Y. 5, 1966
- 2) R. B. Blackman and J. W. Tukey; The Measurement of Power Spectra, Dover Publication Inc. New York
- 3) 小河原正己, 時系列に関する推測論について, 確率論および推測の進歩, 岩波書店, 1953,

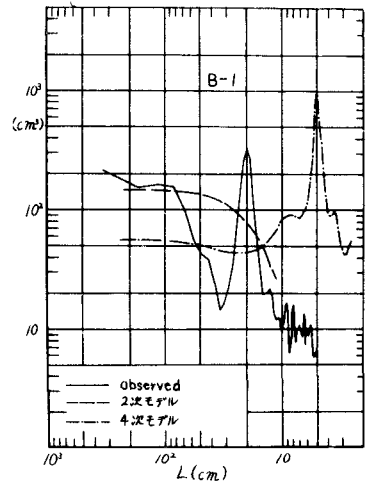


図-7. 実測スペクトルとマルコフモデル