# II－42　水流による砂粒の転動機構について

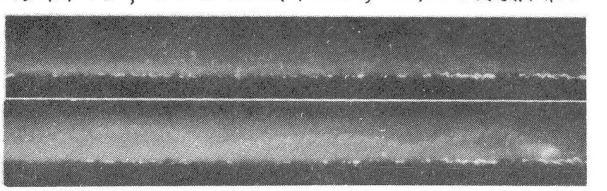
京都大学防災研究所　正会員　°土屋　義人
〃　〃　角野　禎

## 1. 緒言

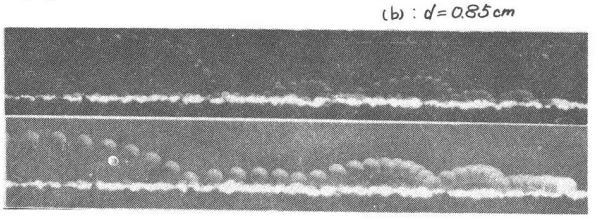
水流による床面近傍における砂粒の運動には，一般に転動および跳躍があって，いずれも流砂現象の基本となっている。しかしながら，一般にこの現象が床面近傍に限定されるうえに，砂粒と床面との不規則な接触とこの近傍における流れの複雑な特性にもとずくために，その運動機構を力学的に究明することがきわめてむずかしく，砂粒の運動法則の解明と流砂理論の確立に大きな障害となっている。われわれはこの現象の力学法則を究明するために，床面近傍における砂粒の運動をストロボ装置を用いて写真撮影し，その特性の究明につとめ，砂粒の転動および跳躍運動の特性を主として実験的に解明してきた。本文はこれら一連の研究成果の一部をなすものであり，主として砂粒の転動機構について考察しようとしたものであって，静止砂粒のとび出し角度から砂粒に働く揚力の存在について考察し，さらに砂粒の転動に対する運動方程式を検討し，とくに砂粒の加速度運動が主体となることからBasset項の影響について若干の吟味を行なった結果について述べる。

## 2. 床面付近における砂粒の運動に関する実験結果

砂粒の運動機構に関する実験結果の二，三の例を写真－1に示す。これらから明らかなように，静止時からの砂粒の運動は一般に転動運動から跳躍運動へと移行することがみとめられ，Yalinらが取扱ったように，静止時から直ちに跳躍しないことがわかる。この現象に関する実験結果についての考察は，すでにこの講演会で発表しているので省略するが，ここでは空気中における同様な実験結果の一例を示して参考に供したい。写真－2は粒径0.375cmの砂粒をニスづけした板を45°に傾斜させ，その上における静止時からの球状粒子の運動を写真撮影したものの一例であって，これからつぎのことがわかるであろう。すなわち，写真－1と同様に転動から跳躍に明らかに移行しており，砂粒の運動状況は非常に類似している。また，一般に跳躍の回数とともに跳躍距離が増加していくのは，いうまでもなく重力が主体の力学の場であるためであるが，床面の状態の影響をうけて必ずしも一方的にこの傾向を示さない場合も確認されよう。



写真－1　水中での砂粒の運動状況(a)：d=0.37cm
(b)：d=0.85cm

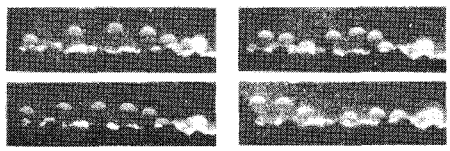


写真－2　空中での砂粒の転動状況(a)：d=0.37cm
(b)：d=0.85cm

このような実験結果を参考にすると，水流中における砂粒の運動機構の解明にあたっては，転動運動を力学的に明らかにし，ついで床面における砂粒の衝突特性を究明する必要があると思われる。

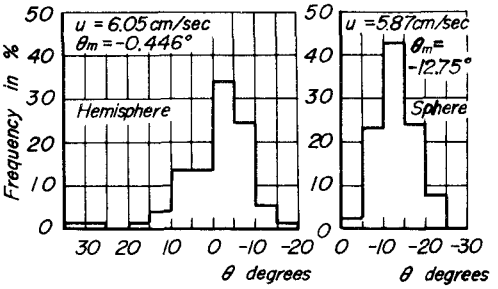
3. 静止時からの砂粒のとび出し角度に関する考察

Yalinや岸らの研究においては，Einsteinらの砂粒に働く揚力に関する実験結果を参考にして，水平方向の流体力と同程度の揚力が砂粒に働くものとして砂粒の運動方程式を検討している。この手法によると，砂粒は床面から上方にある角度をもってとび上ることになるが，このようなことが実際現象として起こるかどうかは，砂粒に働く力関係の究明において非常に重要なことである。われわれは前報の実験方法と同一な方法によって，静止時からの球状粒子の移動方向を詳細に測定することを試みた。写真－3はその数例を示したものである。図－1はとび出し角度θ（上方が正）のひん度分布を示したものであり，また図－2はその平均値$\theta_m$と掃流力の無次元表示$u_*^2/\{(\sigma/\rho)-1\}gd$との関係を示したものである。ここに，$u_*$：摩擦速度，$\sigma/\rho$：砂粒の比重，$d$：砂粒の大きさ，および$g$：重力の加速度である。

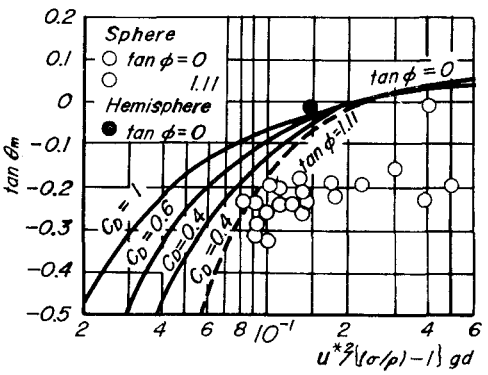


写真－3　移動開始時における粒子の移動方向

これらの結果からわかることは，写真－3から明瞭にわかるように，とび出し角度は一般に負であってほとんど上方にはとび上らないことがわかる。また，図中には岩垣の限界掃流力の計算にもとずいて，砂粒の平均のとび出し角度を計算した関係が比較のために示されている。いうまでもなく，静止時からの砂粒のとび出し角度はその瞬間的な流体力に依存するので，こうした計算結果で説明できるとはいえないが，かなりよく似た傾向を示していることがわかる。この事実は，床面近傍における砂粒には，Yalinらの取扱いのような大きな揚力は作用していないことを示すものであり，したがってこの程度の大きさの砂粒が跳躍運動を起こすには，他の原因たとえば砂粒の床面への衝突とか砂粒のMagnus効果や加速度運動のために生ずるBasset項の影響などを究明する必要があることがわかる。つぎに，この結果をもとにして，Einsteinらおよび Chepilによってなされた砂粒に働く揚圧力に関する実験結果について考察してみたい。これらの実験に用いた粒子は半球であって，測定された揚圧力のなかには半球であるためのいわゆる揚力が含まれている。したがって，半球の揚力を推定したいのであるが適当な実験結果がないので，球面上の圧力分布を測定した結果から近似的に推定することにすると，Reynolds数が$10^5$程度で揚力係数が約0.37，抗力係数は約0.5程度となって，両者の比は約0.7であり，一方 Chepilの実験によると床面上においた半球のそれらの比は約0.68であって，両者はかなり近いことがわかる。このことは，Einsteinらによってなされた




図－1　とび出し角度の分布




図－2　とび出し角度の平均値と掃流力との関係

揚力の実験値の大部分は，半球としてのいわゆる揚力であることが認識される。一方，図－1には半球を用いた場合の実験結果を示してあるが，これからとび出し角度が20°以上に及ぶ場合のあることがわかるし，また図－2の結果から半球の場合の方が球状粒子の場合に比べて平均のとび出し角度がかなり大きくなっていることがわかる。以上のことから，少なくとも球状粒子に働く揚力は，Yalinらが用いているほど大きくなく，流れ方向の抗力に比べるとかなり小さいものであることが推定されるので，転動機構の考察においては考えないことにする。

4. 砂粒の転動機構とくにBasset項の影響

砂粒の転動を規定する運動方程式は床面近傍における複雑な流れの特性と床面との摩擦力の関係など不明確な現象が多いために，明確に記述することはきわめてむずかしいが，ここではつぎのように考えて，その運動方程式をあらわすことにする。まず，砂粒に働く力としては，時間的平均流速で代表される流体抵抗力，仮想質量力，床面との摩擦力に対しては平均して一様な摩擦係数$\bar{\mu}$をもつものとした摩擦力およびいわゆるBasset項とをとりあげることにし，さらに流体抵抗力に対してStokesの法則が適用されるものとすれば，つぎの運動方程式がえられる。

$$(\pi/6)d^3\sigma(1+\rho/2\sigma)dV/dt=-\bar{\mu}(\pi/6)d^3(\sigma-\rho)g+3\pi\mu d(u_1-V)-\frac{3}{2}d^2\sqrt{\pi\rho\mu}\int_0^t\frac{(dV/dt')}{\sqrt{t-t'}}dt' \quad (1)$$

ここに，$V$：砂粒の速度，$u_1$：砂粒近傍の流速，$t$：時間，$\bar{\mu}$：砂粒と床面との平均の摩擦係数，$\mu$：粘性係数である。いま上式において$u_1\approx Au^*$とあらわし，また$\bar{V}=V/u^*$，$\tau=(\nu t/d^2)/(\sigma/\rho+1/2)$，$Q=9\sqrt{2}/\sqrt{\pi}(2\sigma/\rho+1)^{1/2}$，$B=18A-\bar{\mu}\{(\sigma/\rho-1)gd/u^{*2}\}(u^*d/\nu)$および$C=18(1-Q^2\pi/36)\{1/(1-Q^2\pi/36)^2-1\}^{1/2}$を導入すれば，つぎのようにかきかえられる。

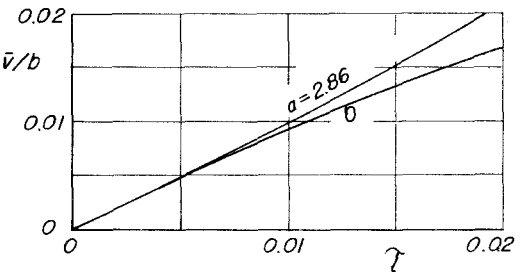
$$d\bar{V}/d\tau+18\bar{V}=B-Q\int_0^\tau(d\bar{V}/d\tau')/\sqrt{\tau-\tau'}\,d\tau' \quad (2)$$

上式中右辺第2項がいわゆるBasset項であるが，この方程式はLaplace変換を用いることによって簡単にとくことができ，$\tau=0$において$\bar{V}=0$となる解は，つぎのようにあらわされる。

$$\bar{V}/B=(1/18)-(1/18)\{\cos C\tau-(Q^2\pi/2C)\sin C\tau\}\exp.\{-18(1-Q^2\pi/36)\tau\}$$
$$+(Q/C)\{\sin C\tau\int_0^\tau\frac{1}{\sqrt{\tau'}}\exp.\{-18(1-Q^2\pi/36)\tau'\}\cos C\tau'd\tau'-\cos C\tau\int_0^\tau\frac{1}{\sqrt{\tau'}}\exp.\{-18(1-Q^2\pi/36)\tau'\}$$
$$\sin C\tau'd\tau'\}\exp.\{-18(1-Q^2\pi/36)\tau'\} \quad (3)$$

ここで，$Q=0$とおけば，Basset項を省略した場合の解：$\bar{V}=(B/18)\{1-\exp.(-18\tau)\}$ (4)

がえられる。いま，$\tau$の十分小さい範囲について(3)および(4)式を近似的に数値計算した場合を図－3に示す。この場合，$\sigma/\rho$の値を2.65とした$Q=2.86$を用いた。$\tau\to\infty$においてはいずれの場合でも一定値$\bar{V}/B=(1/18)$になるべきことを考えると，Basset項の効果を検討するためには，$\tau$がかなり大きい範囲に対しても計算する必要があるが，図－3に示した結果からでもかなりの



図－3　転動に及ぼすBasset項の効果

影響を及ぼすことがわかるであろう。また，Basset 項は比重 σ/ρ によって変わるために，空気中の場合にはほとんど影響のないことがわかる。このことは，流砂と飛砂運動とのある1つの本質的な相違を示す原因とも考えられるが，詳細な検討が必要であろう。

つぎに，流体抵抗力として抵抗係数を $C_D$ とした速度の2乗に比例する抵抗をうける場合について簡単に述べよう。この場合の(1)式に対応した方程式は明確ではないが，実験的に Basset 項を検討した Odar らの研究にもとずけば，つぎのようにあらわすことができよう。

$$(\pi/6)d^3\sigma(1+\rho C_1/\sigma)\,dV/dt = -\bar{\mu}(\pi/6)d^3(\sigma-\rho)g + (1/8)C_D\rho\pi d^2(u_1-V)^2 + C_2(1/4)d^2(\pi\mu\rho)^{1/2}\int_0^t \frac{dV/dt'}{\sqrt{t-t'}}\,dt' \qquad (5)$$

ここに，$C_1$ および $C_2$ は Odar らによって，実験的に

$$C_1 = 1.05 - 0.066/(0.15+A_c),\quad C_2 = 2.88 + 3.12/(A_c+1)^3,\quad A_c = V^2/(dV/dt)d \qquad (6)$$

しかしながら，(5)式を一般にとくことはできないので，ここでは Basset 項を省略しかつ $C_1 = 1/2$ とした場合の解を示して参考に供しよう。さきの講演でも述べたように，この場合の解はつぎのようにあらわされる。

$$V/u^* = (F^2-A^2)\left(1-e^{(3/4)\tau}\right)\Big/\left\{(F+A)e^{(3/4)\tau}+(F-A)\right\} \qquad (7)$$

ここに，$\tau = \left\{C_D/(\sigma/\rho+1/2)\right\}(u^*t/d)$，$F^2 = \bar{\mu}(4/3)(\sigma/\rho-1)gd/C_D u^{*2}$ (8)

この関係は，床面付近における砂粒の転動に関する実験と比較して，$\bar{\mu}$ の値を定めるとかなり実験値と一致させることができるが，前述した Basset 項の検討を必要とすることはいうまでもなく，今後の研究にまたねばならないと考えている。

以上水流による砂粒の転動機構に関連する若干の実験の結果と，二，三の考察について述べたが，今後これらの研究をさらに発展させて砂粒の運動機構の解明につとめたい。本研究の実施にあたりご指導いただいた矢野勝正教授ならびに種々協力をいただいた道上助手に謝意を表する。