

北海道大学工学部 正会員 ○ 岸 力

北海道大学工学部 学生会員 鈴木 刻之

## 1 概説

著者の一人岸が福岡とともに河床砂のSaltationの機構について昭和41年に一つの理論を提案した。

その論文においては砂粒子の運動の下降部分についての解析が不充分であったので

あらためて前理論に対する修正理論を示したものである。粒子に作用する揚力は流速と粒子速度の相対速度に依存するので、下降部では揚力が著しく小さくなるというのが主なる修正点である。運動の下降域を修正することによって、粒子の運動時間、平均水平速度の修正値が求められた。又、修正された軌道と実験軌道との比較を行ってみた。

## 2. 記号

| 名 称         | 次元量                                                                        | 無次元量                                                  | 名 称               | 次元量                            | 無次元量                                                                                                                 |
|-------------|----------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|-------------------|--------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 距離          | $x, y$                                                                     | $\eta = y/D$                                          | 粒子体積              | $\alpha D^3$                   |                                                                                                                      |
| 粒 径         | $D$                                                                        | $z = y/\rho_s$                                        | 揚力係数              | $C_L$                          | $C_L$                                                                                                                |
| 密 度         | $\rho, \rho_s$                                                             | $Z = \frac{2\alpha\eta}{\alpha\eta}$                  | 揚 力               | $L$                            | $\frac{L}{G} = \frac{Y}{Y_{cr}} e^{-\alpha\eta}$                                                                     |
| 流体中<br>粒子重量 | $G$                                                                        |                                                       | $P = \frac{L}{G}$ |                                |                                                                                                                      |
| 流体抵抗        | $R_x = \alpha_{rx} \rho D^2 (u - G)^2$<br>$R_y = \alpha_{ry} \rho D^2 G^2$ |                                                       | 流 速               | $U$                            | $\beta = U/U_{cr}$                                                                                                   |
|             |                                                                            |                                                       | $C_x$             | $\zeta_x = \frac{C_x}{U_{cr}}$ |                                                                                                                      |
|             |                                                                            |                                                       | $C_y$             | $\zeta_y = \frac{C_y}{U_{cr}}$ |                                                                                                                      |
| 掃流力         | $\tau, \tau_{cr}$                                                          | $Y = \frac{\rho U_{cr}^2}{\rho_s \rho D}$<br>$Y_{cr}$ | 粒子速度              |                                |                                                                                                                      |
|             |                                                                            |                                                       | 時 間               | $t$                            | $\theta = \frac{t U_{cr} \alpha_{ry}}{D \alpha_{ry}} Z$<br>$\theta_y = \frac{t U_{cr} \alpha_{ry}}{D \alpha_{ry}} Z$ |

## 3. Saltationの運動の式

水平方向

$$(M + \frac{1}{2}m) \frac{dC_x}{dt} = R_x \quad \dots (1)$$

垂直方向

上昇域：y軸は上向きに正

$$(M + \frac{1}{2}m) \frac{dG}{dt} = L - G - R_y \quad \dots (2)$$

下降域：y軸は下向きに正

$$(M + \frac{1}{2}m) \frac{dG}{dt} = -L + G - R_y \quad \dots (3)$$

上昇域では

$$\zeta_y^2 = \frac{2Z}{\alpha Y} \left[ \left( \frac{1}{Z} - \frac{Y}{Y_{cr}} \frac{2}{2Z - 2 - Z} \right) e^{-\frac{2Z}{2-Z} \alpha \eta} - \frac{1}{Z} + \frac{Y}{Y_{cr}} \frac{2}{2Z - 2 - Z} e^{-\alpha \eta} \right] \quad \dots (4)$$

下降域では、条件は  $\eta = -\eta_{max}$  で  $\zeta_y = 0$  であるから

$$\zeta_y^2 = -\frac{2Z}{\alpha Y} \left[ \left( \frac{1}{Z} - \frac{Y}{Y_{cr}} \frac{2}{2Z - 2 - Z} e^{\alpha \eta_{max}} \right) e^{-\frac{2Z}{2-Z} (\eta_{max} - \eta)} - \frac{1}{Z} + \frac{Y}{Y_{cr}} \frac{2}{2Z - 2 - Z} e^{-\alpha \eta} \right] \quad \dots (5)$$

次に水平方向の運動の式を変形すると

$$\frac{d\zeta_x}{d\theta} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2}Z} \beta^2 \left( 1 - \frac{\zeta_x}{\beta} \right)^2 \quad \dots (6)$$

これを積分して

$$\zeta_x = \frac{\beta^2 \theta}{\beta \theta + (1 + \frac{1}{2}Z)} = \beta - \frac{\beta(1 + \frac{1}{2}Z)}{\beta \theta + (1 + \frac{1}{2}Z)} \quad \dots (7)$$

粒子の運動中の平均速度は

$$(\zeta_x)_m = \frac{1}{\theta_{AC}} \left[ \int_0^{\theta_{AB}} \zeta_x d\theta + \int_{\theta_{AB}}^{\theta_{AC}} \zeta_x d\theta \right] \quad \dots (8)$$

結局、粒子平均水平速度を求めるためには、粒子の上昇時間  $\theta_{AB}$  および下降時間  $\theta_{BC}$  を求めればよいことになる。

前論文では実験結果から

$$\theta_{AB} \approx \theta_{BC} \quad \dots (9)$$

と仮定し計算を進めた。

本論文では、粒子の下降域について検討し(9)式の仮定を用いない解を求めた。

下降域では粒子と流れの相対速度は小さいから粒子に作用する揚力は無視できると考えられる

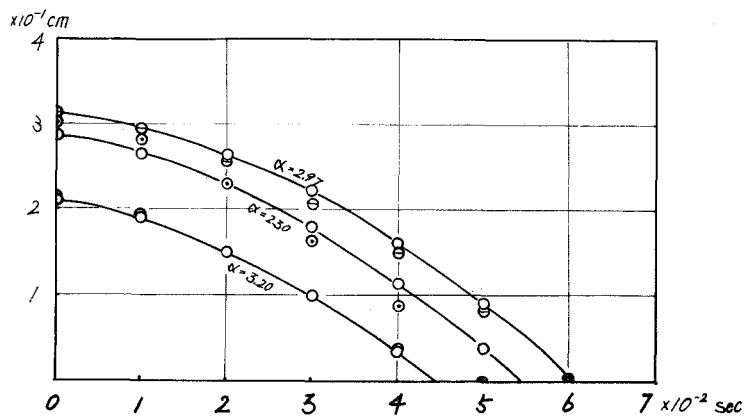


図 - 1

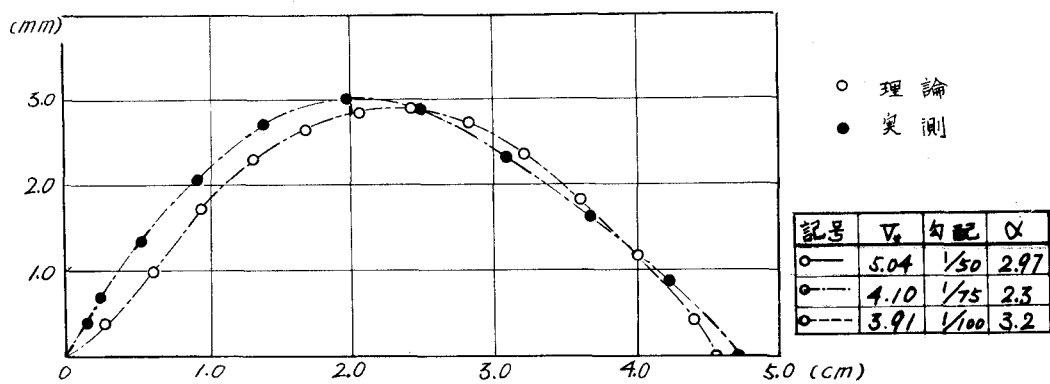


図 - 2

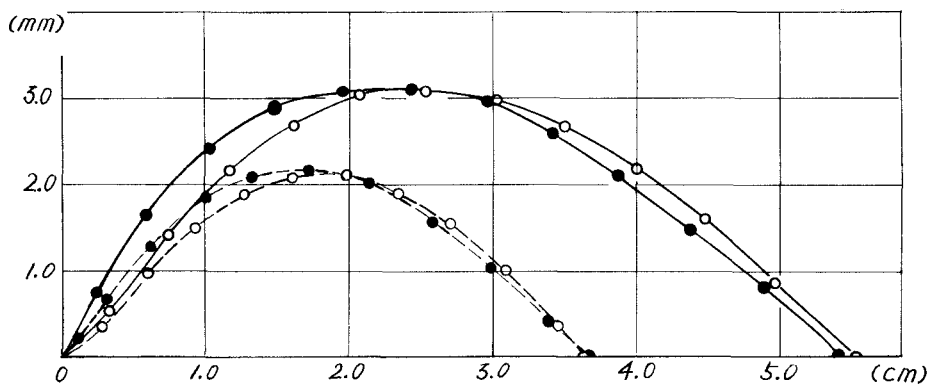


図 - 2

(9) 式で  $L=0$  とすれば (10) 式は (10) 式のよ  
うに変形できる。

$$\frac{d\zeta_y}{d\theta} = -\frac{2}{2+\zeta} \left( \zeta_y^2 - \frac{\alpha_t}{\alpha_b} \frac{1}{Y} \right) \quad \dots (10)$$

(10) 式を積分して粒子の下降時間を求めると

$$\theta_{BC} = \frac{2+\zeta}{4} \sqrt{\frac{\alpha_b Y}{\alpha_t}} \log_e \left\{ \frac{\sqrt{\frac{\alpha_t}{\alpha_b Y}} + \zeta_y}{\sqrt{\frac{\alpha_t}{\alpha_b Y}} - \zeta_y} \right\} \quad \dots (11)$$

実測値と下降域を比較すると図1のようになり  
理論値と実測値とはよく一致している。

したがって下降域で揚力が作用しないとする考  
えは妥当なものと思われる。

砂粒子の軌道の理論値と実測値とを比較して  
図-2 に示した。 図-2 では揚力減衰定数は  
一定とせず、理論と実測とに最もよい一致か  
う見られるように  $\alpha$  の値を選んでいる。

図-2 にみられる  $\alpha$  の値は、系統的な変化を示  
しているとは思われない。

3種の実験の平均をとれば

$$\alpha = 2.8 \quad \dots (12)$$

となる。

結局粒子の運動時間の値は次の式から求めら  
れる。

$\theta_{AB}$ :

$$\zeta_y^2 = \frac{2\zeta}{\alpha Y} \left[ \left( \frac{1}{\zeta_1} - \frac{Y}{Y_{cr} 2\zeta_1 - 2 - \zeta} \right) e^{-\frac{2\zeta}{2+\zeta} \alpha \eta} \right. \\ \left. - \frac{1}{\zeta_1} + \frac{Y}{Y_{cr} 2\zeta_1 - 2 - \zeta} e^{-\alpha \eta} \right] \quad \dots (13)$$

$$\frac{d\zeta_y}{d\theta} = \frac{2}{2+\zeta} \cdot \frac{\alpha_t}{\alpha_b Y} \frac{1}{Y_{cr}} e^{-\alpha \eta} = \frac{2}{2+\zeta} \zeta_y^2 \\ - \frac{2}{2+\zeta} \frac{\alpha_t}{\alpha_b Y} \frac{1}{Y_{cr}} \quad \dots (14)$$

(13) 式から  $\zeta_y^2 - \eta$  の関係を求める。 その関  
係を (14) 式に入れる

$\theta_{BC}$ :

$\eta=0$  のときの速度は (15) 式で求められる

$$\zeta_y^2 = \frac{2\zeta}{\alpha \zeta_1 Y} (1 - e^{-\frac{2\alpha \zeta}{2+\zeta} (\eta - \eta_{max})}) \quad \dots (15)$$

式(15)を式(11)に代入して  $\theta_{BC}$  を求める

$$\theta = \frac{2+\zeta}{4} \sqrt{\frac{\alpha_b Y}{\alpha_t}} \log_e \left\{ \frac{\sqrt{\frac{\alpha_t}{\alpha_b Y}} + \zeta_y}{\sqrt{\frac{\alpha_t}{\alpha_b Y}} - \zeta_y} \right\}$$

以上の式から  $Y/Y_{cr}$  と  $\theta_{AC}$  との関係を求めると

図-3を得た。

また  $Y/Y_{cr} - \zeta_m$  の関係も図-3 に示した

なお  $\theta_{BC}/\theta_{AB} - Y/Y_{cr}$  の関係は図-4のようになっ  
ている。

前論文では  $\theta_{AB}/\theta_{BC} \approx 1$  と仮定しているが、  
 $Y/Y_{cr}$  が大となれば、下降域での跳躍時間が  
充分長くなり従って  $\zeta_m$  は大きくなる。

#### 参考文献

岸、福岡；「河床粒子の Saltation の機  
構と流量量」

图 3

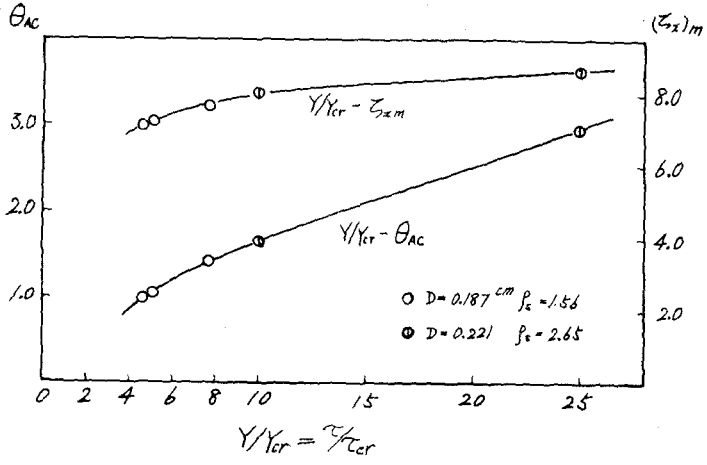


图 4

