

九州大学工学部 正員 ○上田年比古

九州産業大学工学部 正員 崎山 正常

1. まえがき 海岸付近の地盤に滞留している淡水を取水するとき地盤深部に存在する塩水が淡水中に混入してきて困ることがしばしばある。これは上層淡水の取水によって淡塩境界面の圧力が下り、Ghyben-Herzberg の法則によって淡塩境界面が上昇してくることに起因している。本報では下層塩水が取水中に混入しない条件のもとで、できるだけ多くの取水量を確保しようとする流れの場を取水溝の外の浸透流が取水溝の中心面に対して二次元の対稱流で定常であり、かつ地面が水平で等ポテンシャル面である場合について解析した結果を砂模型によって実験し検討を加えた。

2. 解析 図-1 に示すように上層淡水の単位重量を γ 、下層塩水のそれを γ' として塩水は流れっていないとする。溝の側壁は不透水性の矢板壁であり、その厚さは無視できるものとする。このとき図-1 のように座標軸を x と y 、 y の負方向の流速を u 、 v とし、速度ポテンシャルを Φ 、流れの関数を Ψ 、複素ポテンシャルを W とすれば

$$u = \partial\Phi/\partial x = \partial\Psi/\partial y, \quad v = \partial\Phi/\partial y = -\partial\Psi/\partial x \quad (1)$$

$$W = \Phi + i\Psi \quad (2)$$

次に、流れの場の任意点における全水頭を x 軸を基準にとって h とし、その点における圧力を p とすれば

$$h = (p/\gamma) + y \quad (3)$$

一方、透水係数を k とすると Darcy の法則は

$$u = k \partial h / \partial x, \quad v = k \partial h / \partial y \quad (4)$$

したがって $\Phi = k \{ (p/\gamma) + y \}$ (5)

次に、淡塩境界面の諸種の物理量を流字 s を付して

あらわすと、まず圧力は $p_s = \gamma h_s + \gamma'(-y_s/2 + S)$ (6)

これを (5) 式に適用して $\Phi_s = k \{ h_s + (1+\epsilon)S \} - k \epsilon y_s$ (7)

ここに $\epsilon = (\gamma' - \gamma)/\gamma$ (8)

(7) 式に hint を与えて Zhukovsky 関数 Z を導入すると

$$\left. \begin{aligned} \Omega_1 &= \Phi + k \epsilon y, & \Omega_2 &= \Psi - k \epsilon x \\ \Omega &= \Omega_1 + i \Omega_2 = W - i k \epsilon Z, & Z &= x + iy \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

これらについて図-1 の流れの場の境界条件を整理し W および Ω 平面を画けば図-2 (a) および図-3 (a)

のようになる。この W 平面と Ω 平面を関係づける媒

図-1. 流れの場

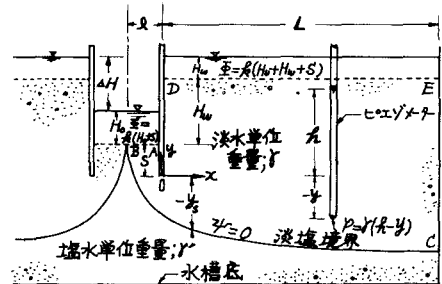
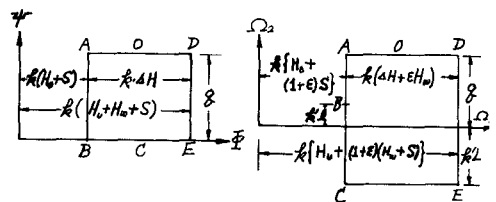
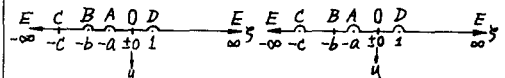
図-2 (a) $W = \Phi + i\Psi$ 図-3 (a) $\Omega = \Omega_1 + i\Omega_2$ 

図-2 (b)

図-3 (b)

W 平面に対する $t = \zeta + i\eta$

Ω 平面に対する $t = \zeta + i\eta$



りに之らべ Schwarz-Christoffel の定理によって

W および Ω 平面の t 平面への写像関数は

$$W = -N \int \frac{dt}{\sqrt{(-b-t)\sqrt{(-a-t)\sqrt{(1-t)}}}} \quad (10)$$

$$\Omega = -M \int \frac{dt}{\sqrt{(-c-t)\sqrt{(-a-t)\sqrt{(1-t)}}}} \quad (11)$$

ここに N, M, a, b および c などの定数は W および Ω 平面の境界条件によって決定される定数で

ある。さて、 ξ 平面の素軸は W および Ω 平面の境界に対応しているので(10) および(11)式に対して実験積分を行った解析結果によって与えられた流れの場に対する未知定数の決定手順を計算に便利なように整理すると

$$\frac{c}{b} = \lambda = \frac{k^2}{m^2} \left\{ \left(1 + \varepsilon \frac{H_w}{\Delta H} \right) \frac{K(k)}{K(m)} \right\}^2, \quad \frac{g}{k \Delta H} = \frac{K(k')}{K(k)} \quad (12)$$

$$a = \frac{k^2 m^2 (\lambda - 1)}{\lambda m^2 - k^2} - 1, \quad b = \frac{k^2 - m^2}{\lambda m^2 - k^2}, \quad c = \lambda b \quad (13)$$

$$\varepsilon \frac{L}{\Delta H} = \left(1 + \varepsilon \frac{H_w}{\Delta H} \right) \frac{K(m')}{K(m)} - \frac{K(k')}{K(k)} \quad (14)$$

$$m^2 + m'^2 = 1, \quad k^2 + k'^2 = 1, \quad m^2 < k^2 \quad (15)$$

$$\sin \theta_0 = \sqrt{a(b+1)/(b(a+1))}, \quad \sin \theta_0 = \sqrt{a(c+1)/(c(a+1))} \quad (16)$$

$$\varepsilon \frac{S}{\Delta H} = \frac{F(k, \theta_0)}{K(k)} - \left(1 + \varepsilon \frac{H_w}{\Delta H} \right) \frac{F(m, \theta_0)}{K(m)} \quad (17)$$

$$\sin \theta_0 = k'/m', \quad \varepsilon \frac{l}{\Delta H} = \frac{K(k')}{K(k)} - \left(1 + \varepsilon \frac{H_w}{\Delta H} \right) \frac{F(m', \theta_0)}{K(m)} \quad (18)$$

$$v = \sqrt{1+b}/2, \quad \mu = \sqrt{1+c}/2 \quad (19)$$

$$N = k \Delta H \cdot v / K(k), \quad M = k \Delta H (1 + \varepsilon \frac{H_w}{\Delta H}) \cdot \mu / K(m) \quad (20)$$

ここに $F(k, \theta)$ および $K(k)$ は k を母数とする第一種楕円積分およびその完全積分である。すなわち、

1). 与えられた $\varepsilon H_w / \Delta H$ に対して k^2 (ひいては流量) を仮定し m^2 を仮定すると(14)式で $\varepsilon L / \Delta H$ が定まるがこれが与えられた $\varepsilon L / \Delta H$ に合うまで m^2 をかえて試算する。

2). このようにして与えられた $\varepsilon H_w / \Delta H$ および $\varepsilon L / \Delta H$ に対して k^2 および m^2 が定まったならば(13)式で a, b および c が定まるから(16)式を至て(17)式で $\varepsilon S / \Delta H$ が定まる。これが与えられた $\varepsilon S / \Delta H$ に等しくなければ1)で当初に仮定した k^2 の仮定をかえて1), 2)の手順をくりかえす。そうすると $\varepsilon l / \Delta H$ が(18)式で定まり、(19)を至て(20)式で N および M が定まるから全ての未知定数が定まる。次に、浸塩境界面の曲線式は

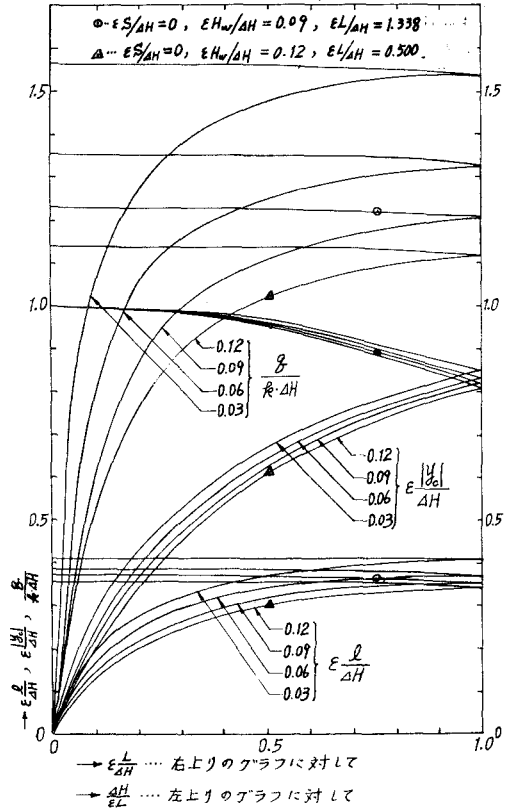
$$\begin{cases} -c \leq t \leq -b \text{ で} \\ \sin \theta = \sqrt{(c+1)(-a-t)/(c-a)(1-t)}, \quad \sin \theta = \sqrt{(b-t)/(a-t)} \\ \varepsilon \frac{x_e}{\Delta H} = \left(1 + \varepsilon \frac{H_w}{\Delta H} \right) \frac{F(\theta, m')}{K(m)} - \frac{K(k')}{K(k)} \\ \varepsilon \frac{y_e}{\Delta H} = \varepsilon \frac{S}{\Delta H} - \frac{F(k, \theta)}{K(k)} \end{cases}$$

図-4. 数値計算の結果

根入長 $S=0$ の場合

図中記載の数字は $\varepsilon \frac{H_w}{\Delta H}$ の値

○ $\varepsilon S / \Delta H = 0, \varepsilon H_w / \Delta H = 0.09, \varepsilon L / \Delta H = 1.338 \dots$
△ $\varepsilon S / \Delta H = 0, \varepsilon H_w / \Delta H = 0.12, \varepsilon L / \Delta H = 0.500 \dots$



3. 数値計算および実験 本解析の結果を用い $S=0$ の場合について $\varepsilon H_w / \Delta H$ に数種の値を与えて行った数値計算の結果を図-4に示している。なおこの図で $\Delta H / kL = 0$ の線上の値は $L = \infty$ の場について別途解析した結果を用いて数値計算を行ったものである。これらの数値計算の結果と数種の断面について行った実験の結果と比較して、流量および浸塩境界面の形状など主要な境界値について、本報の理論は実験とよく一致することが確かめられた。図-4に示したのおよび△印は同図に注記の断面に対する実験値である。

4. おまけ $\varepsilon H_w / \Delta H$ および $\varepsilon L / \Delta H$ と与える $\varepsilon L / \Delta H$

がよりこれは効果的な取水溝幅(2l)を決める指標となる。

参考文献 1). 上田・崎山：淡水汲上げによる浸塩境界面上昇について、土木学会西部支部研究発表会論文集、昭和42年1月。