

京都大学工学部 正員 石原謙次郎
名古屋大学工学部 正員 ○ 高木 不折

1. 概説：従来、低水流出の問題は河水にみられる低減状態を基礎として検討されてきた。その結果、山地流域における流出状態はある程度明らかにされた。しかし、河水と地下水の両者が複雑に関連しあっている中流域地帯や内水災害が問題となっている河川下流部では、河水・地下水に対する境界条件が未知であって、単にその一方に注目したのではそれらの挙動を明らかにすることはできない。

河川への流出現象は流域に存在する水の挙動の一面を示すものであって、全流域水の存在状態の変化の結果として起るものと考えられる。一般に、河水・地下水などの各流域水成分はそれぞれの諸条件にしたがって、最も自然な、あるいは最も安定した状態を追求しているが（これは運動方程式で表現されている）、さらに全流域水もそれ自体にとって最も安定した状態を追求しているものと考えられる。しかし、全流域水の挙動にとって最も安定した状態を規定する量は明らかにされていない。したがって、もしその量がわかれば流域水の挙動を明らかにする上で大きな役目を果たさう。本文はこのような基本量を求めるための試みとして、また河川中流域地・下流平地部における河水と地下水の相互関連性を明らかにするために行なったものである。

いま、右図のような流出系モデルを考え、河水は1次元、地下水は2次元の運動をとする。図中の記号は u, v ：地下水の x, y 方向の Darcy 的な意味の流速、 V ：河水の流速で簡単のために、この3者はすべて水深方向一定の平均流速であるとする。また $H(x, t)$ は河川の水深、 $h(x, y, t)$ は地下水の水深で、河川は長方形断面で巾が B である。 ρ は水の密度

2. エネルギー損失：図-1のモデルでは $0 \leq x \leq L$ における河水のエネルギー損失は

$$C_e = \int_0^L \left\{ \frac{\rho B}{2} H_c \frac{\partial V^2}{\partial t} + B \frac{d}{dx} \left(\frac{\rho}{2} V^3 H_c + \frac{1}{2} \rho g H_c^2 \right) \right\} dx \equiv \int_0^L C dx \quad \dots (1)$$

となる。

地下水の運動におけるエネルギーの評価はむずかしいが、仮想的な Darcy 流体を近似的に1つの単一流体と考え（これは砂間隙を通る粘性流体の平均化の問題である）、流れが potential 的であって、 $u = -K \frac{\partial h}{\partial x}$, $v = -K \frac{\partial h}{\partial y}$ とすると、地下水のエネルギー損失は

$$G_e = \int_0^L \int_0^L \left\{ h \frac{\partial E}{\partial t} + K h \frac{\partial}{\partial x} (h_x E) + K h \frac{\partial}{\partial y} (h_y E) \right\} dx dy = \int_0^L \int_0^L G dx dy \quad \dots (2)$$

$$\text{ただし、} \quad E = \frac{\rho K^2}{2} (h_x^2 + h_y^2) + \rho g h \quad \dots (3)$$

である。ただし h_x, h_y は x, y についての偏微分を示す。（以後も同様 $h_{xx}, h_{xy} \dots$ など）

3. エネルギー損失の停留性と河水・地下水の挙動：いま、河水・地下水はその任意の時間発展においてエネルギー損失が停留値をとるように挙動するものと考えよう。すなわち、河水・地下水の

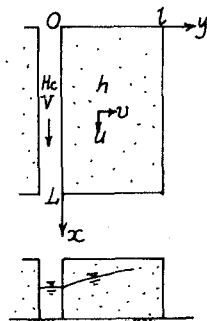


図-1

動きに対して,

$$\delta C_e = \delta \int_0^L \int_0^t C \, dx \, dt = 0 \quad \dots \dots (4), \quad \delta G_e = \delta \int_0^L \int_0^L \int_0^t G \, dx \, dy \, dt = 0 \quad \dots \dots (5)$$

が成立すると仮定する。いま河水の運動にとっては, Manning あるいは Chézy の法則によって, V と H_c の間に関数関係が成立するとすれば, (4)式に対する Euler の方程式は退化し, したがって, 河水のエネルギー損失は $0 \leq x \leq L$ での H_c , すなわち水面形の如何にかかわらず, ただその境界値のみによって定まることになる。とくに, 下流側の条件が定められている場合には等流状態のときエネルギー損失が最小となることはいうまでもない。一方, 地下水の流れについては, 地下水帯では水面勾配は小さくて, h_x^2 と h_y^2 を無視し, $E = pgh$ と近似すると, (5)式に対する Euler 方程式は, 連続式を用いると, $\gamma \frac{\partial h}{\partial t} = Kh(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2}) \dots \dots (6)$ となり, 通常の2次元の地下水運動を示す基礎方程式となる。すなわち, 地下水の運動は, その時間的发展においてエネルギー損失が停留値をとるように起こっていることがわかる。

4. 盆地・河川下流平地部における河水と地下水の関係: 全流域水(ここでは河水と地下水)の挙動は, エネルギー損失が最小となるように動くものとするれば, 流域水の挙動は

$$\delta C_e + \delta G_e = \delta \int_0^L \int_0^t C \, dx \, dt + \delta \int_0^L \int_0^L \int_0^t G \, dx \, dy \, dt = 0 \quad \dots \dots (7)$$

となる。右辺第2項の積分領域は右図のとおりであるが, 第1項は $y=0$ の (x, t) -pl. 斜線部のみでの積分である。ここで $y=0$ では $H_c(x, t) = h(x, 0, t)$ であるとする。

いま, $y=0$ の河水と地下水帯との境界において, 地下水帯における連続条件と, 河水と地下水の間に成立すべき連続条件以外には何らの条件もないものとする, この境界における水の挙動も全流域水のエネルギー損失が停留となるように挙動しているであろう。このように考えると, $y=0$ の (x, t) -pl. で成立すべき式として, (7)式に対する自然境界条件がえられる。簡単のため, V と H_c の間に

$$V = AH_c^\sigma, \quad Q = ABH_c^{\sigma+1}. \quad (A, \sigma: \text{定数})$$

の関係が成立する場合を例にとると, 地下水と河水の境界では

$$\frac{\partial C}{\partial h} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial C}{\partial h x} \right) - \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial C}{\partial h t} \right) - \frac{\partial G}{\partial h y} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial G}{\partial h x y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial G}{\partial h y y} \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial G}{\partial h y t} \right) = 0 \quad \dots \dots (8)$$

および

$$-\frac{1}{2} \frac{\partial G}{\partial h y} - \frac{K}{\gamma} h x \frac{\partial G}{\partial h y t} - \frac{BA(\sigma+1)h^{\sigma+1}}{K} \left\{ \frac{\partial G}{\partial h y y} + h y \frac{K}{\gamma} \frac{\partial G}{\partial h y t} \right\} = 0 \quad \dots \dots (9)$$

がえられる。この式は $y=0$, すなわち 河道と地下水層の境界あるいは河水における H_c と H_{cx} の間に成立すべき式である。なお, 実際に河水と地下水の挙動を明らかにするためには, この(8), (9)の条件下で(6)式を解けばよいことになる。

上に述べた自然境界条件, さらにエネルギー損失の停留性に関する定性的性質については現在検討を進めている。

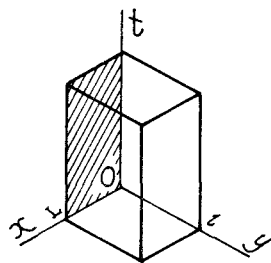


図-2