II －25　　不定流の計算に関する一考察

東京工業大学　正員　吉川秀夫
○東京工業大学　正員　椎貝博美
東京建設コンサルタント　正員　大平統久

不定流を電子計算機でとくことは、現在では、特に目新しいことではなくなった。　しかし、実用的な面では、まだいくつかの問題が残っているといわなくてはならない。　この報告は主として、それらの実用的な問題を検討したものである。

ここでとりあげたのは二つとも、おおよそ図1に示すような構成を示している川の例である。　すなわち、いくつかの支流が合流してできた、ほぼ同じ大きさの二本の川が合流している。その合流点のすぐ下流に水門があって、その先は海に通じている。　このような河川を、洪水と高潮が同時におそった場合、水門内の水位、流量などの時間的変化を知ることを、この計算の目的とした。

図 1

従って、これは、ある特定の河川について計算を行なったとはいえ、かなり一般的な場合であるといえるのではないであろうか。

それでは、このような状況について不定流計算を行なう場合に、通常、どのような点が実際的な問題となるか考えてみよう。　わかりやすいために箇条書にしてみると、1、合流点附近の不安定、2、水門の操作による不安定、3、上流部の不安定　4、時間間隔と距離間隔のとり方による不安定　などがあげられる。　これらすべての点を解決しないと実在の河川についての計算はできないわけである。　ここでは、あまり細部にわたる技術は避けて、これらの諸点についてのべる。

（差分方程式）

まず、微分方程式と連続の方程式を差分方程式に直すわけであるが、あまり、こらないで、次のような単純な前進型の差分を作って計算しても、必要な精度は得られるようである。

$$V_{i,t+1} = V_{i,t} - g\Delta t\left[\frac{\Delta Z_i}{\Delta X_i} + \frac{n^2}{R^{4/3}}\bar{V}|\bar{V}|\right] - \Delta t\cdot\bar{V}\cdot\frac{\Delta V_i}{\Delta X_i} \qquad (1)$$

$$Z_{i,t+1} = Z_{i,t} - \frac{1}{B}\cdot\frac{\Delta t}{\Delta X_i}\Delta Q_i \qquad (2)$$

$$Q_{i,t+1} = V_{i,t+1}\cdot A_{i,t+1} \qquad (3)$$

ここで、V：流速，Z：水位，B：川巾，A：流水断面，X：距離　，t：時間，R：動水半径，n：マニングの粗度係数，Q：流量，g：重力の加速度，である。　又、差分の意味としては，

$Z_{i,t}$：時刻tの場所iにおけるZ，　$\Delta Z_t = Z_{i,t+1} - Z_{i,t}$，$\Delta Z_i = Z_{i+1,t} - Z_{i,t}$　，$\bar{Z} = \frac{Z_{i,t} + Z_{i-1,t}}{2}$

等である。　要点は、ある時刻の値が得られたら、(1)式によって次の時刻のVの値を求め，(2)式によって、これと独立にZの値を求める。　(3)式は、間接的にV～Z～Qの関係を与える式である。　又次の時刻のZの値だけは、ちょっと面倒になるので、次のようにする。　河口では、次の時刻のZは

与えられているはずであるから、(5)式からえられた$z_{i,t+1}$を用いて、区間i, $i+1$における平均の水位上昇高を$\bar{z}_t$とおいて

$$\bar{z}_t = \frac{z_{i+1,t+1} + z_{i,t+1}}{2}$$

として求めることにした。これは一種の smoothing である。図2には$\bar{z}$を求める順序、図3には、全体の計算の手順をあらわしてある。

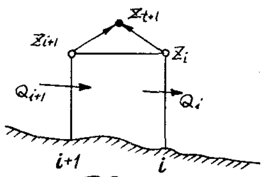

図2

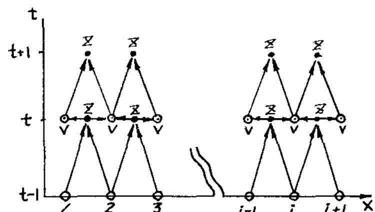

図3

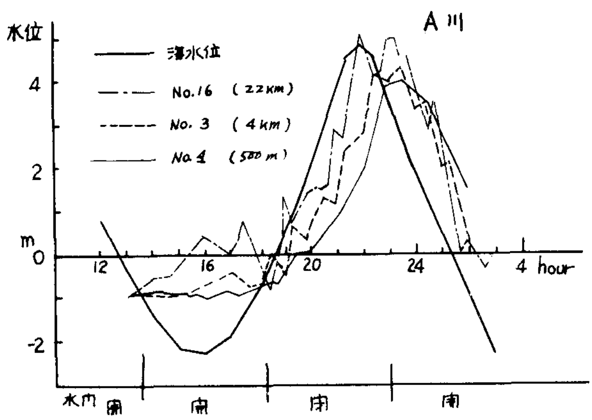

図4

図4、図5には実際の計算の行なわれた二つの川の例があげてある。実時間に直して48時間の現象が中型計算機によって、約10時間で計算できる。この場合平均の区間距離は2Km、時間間隔は60〜50秒である。実際面における注意点を列記すると、i）距離間隔が異っても、平均の水路巾は各区間でできるだけ一様になるようにすると安定性が増大する。ii)水位の上昇期はどんな方法でも安定であるが、下降期には、不安定になりやすい。iii)これに関連して、水門の開閉を急激に行なうと、計算上の造波装置となるので、不安定になる。水門の開閉は何段階かに分けて、できるだけ静かに行なうこと。iv)水位曲線には、差分の性質上、どうしてもギザギザができやすいが、これはあまり気にする必要はない。このような現象は、例えば、指数関数を積分しても生ずるからである。v)上流部では、勾配が急になるので水深がとれず、前のような振動によってオーバーフローすることがある。

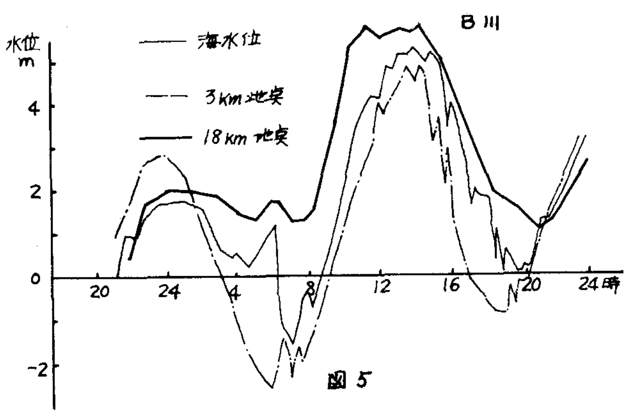

図5