

II-24 水路の断面変化部における波浪の水理解析(才2類)

電力中央研究所 正会員 〇松之 保
丸岡 計

1. ま え ば き

之に筆者は 水路の断面変化部を通過する波浪の変数に関する実験を行なつた。波浪の変数を実験係数の導入によつて解析した。⁽¹⁾ この非定常時の実験係数について、定常的流の場合の係数と比較検討した結果、定常時・実験係数が非定常時にも適用できることを確認した。そこで筆者は水路の不定常解析に、特性曲線法による方法で、特に波高の大きい波浪について、精度の高い計算ができる方法を開発した⁽²⁾が、この方法を断面変化部を通過する不定常流の計算に適用し、計算方法を確立した。

2 水路中変化部における波浪の解析

断面が矩形状緩勾配水路の水路中変化部を通過する不定常流の特性曲線方程式は次のように示される。

$$\left. \begin{aligned} \text{曲線} \quad \frac{dx}{dt} &= u \pm v \text{ の上において} \\ d(u \pm 2v) &= \left[g \left(1 - \frac{x^2 u^2}{f^2} \right) - \frac{u}{b} \frac{\partial b}{\partial x} \right] dt \end{aligned} \right\} \quad \dots (1)$$

(1)式は、水路中の変化が小さい場合に適用されるが、水路中が大きく変化する場合には適用されない。水路中変化部付近の流は複雑であるが、図-1に示すように水路中変化部の上・下流の2点①、②の流を考えると、2点間のエネルギー方程式と連続の式は、

$$E = h + \frac{u^2}{2g} + z_1 = H + \frac{U^2}{2g} + z_2 + h_f + h_l \quad \dots (2)$$

$$u \cdot b \cdot h = U \cdot B \cdot H \quad \dots (3)$$

となる。

ここに h_f : 水路中変化による損失水頭, h_l : 摩擦損失水頭である。

$$\Delta h = H - h, \quad \Delta u = U - u, \quad v = \sqrt{g h} \quad \text{と} \quad (2), (3) \text{式}$$

に代入して解くは、

$$\Delta u^3 + 3u \cdot \Delta u^2 + 2(u^2 - v^2 + \frac{h}{2}) \Delta u - 2u(\alpha v^2 + k) = 0 \quad \dots (4)$$

となる。ここに $k = 2g(z_2 - z_1 + h_f + h_l)$, $\alpha = 1 - \frac{b}{B}$ である。

(4)式は $v^2 \gg \frac{h}{2}$, $\alpha v^2 \gg k$ であるから次のように簡化する。

$$\Delta u^3 + 3u \cdot \Delta u^2 + 2(u^2 - v^2) \Delta u - 2\alpha u v^2 = 0 \quad \dots (5)$$

Δu はこの式から求められる。また $v = \sqrt{g \cdot h}$ である。

$2\Delta v = \sqrt{\frac{g}{h}} \cdot \Delta h$ となり、(2)式と Δh の関係と代入し

て Δv を求め、水路中変化による流速と波速の変化分 $\Delta u + 2\Delta v$ を求めれば次式となる。

$$\Delta u + 2\Delta v = g \left(1 - \frac{x^2 u^2}{f^2} \right) \Delta t - \Delta u \left(1 - \frac{2u \cdot \Delta u}{2v} \right) + \frac{g \cdot h_l}{\Delta x} \Delta t \quad \dots (6)$$

水路中変化による損失水頭 h_l は、一般に算出が難しいから之を次のような係数 M とした。

$$M = 1 + \frac{g \cdot h_l \frac{\Delta t}{\Delta x}}{\Delta u \left(1 - \frac{2u \cdot \Delta u}{2v} \right)} \quad (7)$$

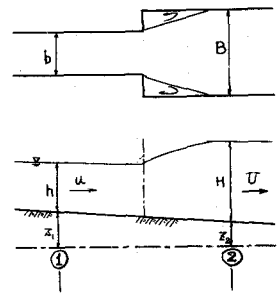


図-1

(1) 式の特性曲線方程式は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= u + v \\ d(u+2v) &= g\left(i - \frac{\pi^2 u^2}{\gamma^3}\right) dt - \Delta u \left(1 - \frac{2u - \Delta u}{2v}\right) M \end{aligned} \right\} \dots (8)$$

また図-1の②より①に向って計算する場合には、

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= u - v \\ d(u-2v) &= g\left(i - \frac{\pi^2 u^2}{\gamma^3}\right) dt - \Delta u \left(1 - \frac{2u - \Delta u}{2v}\right) M \end{aligned} \right\} \dots (9)$$

となる。

3 実験結果

全長 28 m の水路を勾配 $\frac{1}{1000}$ に設置し、水路中に 20 cm, 30 cm, 40 cm の 3 種類について、上流側水路と下流側水路の組合せによる 15 ケース (図-2.C) に対する定常流の実験を行った。

水路巾変化部の上流 1 m の奥の水深 h と、下流 1 m の奥の水深 H を測定し、(6) 式より

$$\left(\frac{Q}{bh} - \frac{Q}{BH} \right) + \sqrt{\frac{g}{h}} (H-h) - g \left(i - \frac{\pi^2 u^2}{\gamma^3} \right) \Delta t = A \quad \text{を計算する。} \quad \text{一方上流の水深 } h \text{ から}$$

$$\Delta u \left(1 - \frac{2u - \Delta u}{2v} \right) = B \quad \text{を求め、実験係数 } M \left(\frac{A}{B} \right) \text{ を求める。}$$

実験係数 M と水路巾変化部の上・下流のフルード数との関係を図示すると図-2 となる。図-2.a は図-1の①より③に向って、また図-2.b は②より①に向って計算した M の値である。

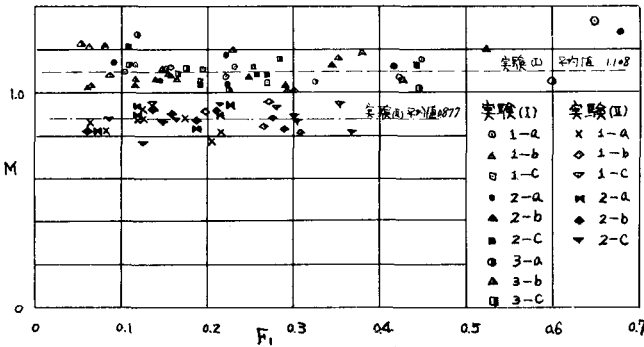


図-2.a F_1 と M の値

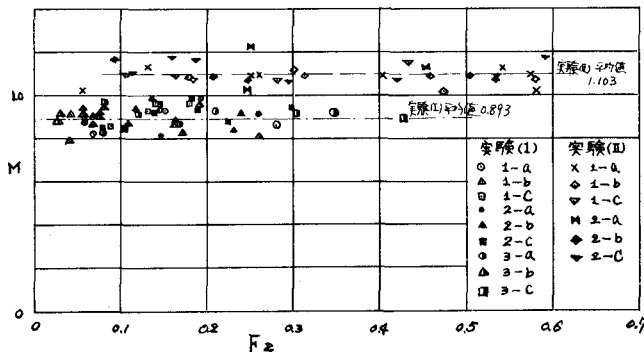
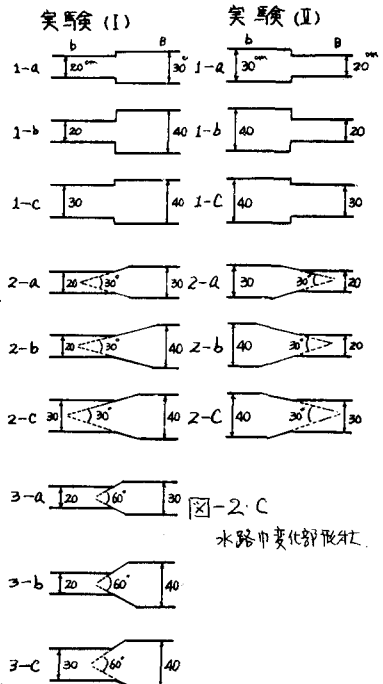


図-2.b F_2 と M の値



水路巾変化部形状

図-2において、 M の値は水路中変化部の上・下流の各①、②のフルード数には無関係にある。
すなわち、 M の値は水路中変化比、変化角度による平均値を求めると表-1となる。

M の値は水路中変化比や変化角度による差はないから平均値をとって、水路中が拡大する場合は $M=1.105$ 、水路中が縮小する場合は $M=0.885$ とした。

表-1 実験係数 M の値

実験(I)	実験(II)	
	①→②	②→①
1-a	1.154	0.860
1-b	1.072	0.915
1-c	1.095	0.901
2-a	1.149	0.886
2-b	1.088	0.914
2-c	1.102	0.912
3-a	1.098	0.859
3-b	1.125	0.875
3-c	1.088	0.919
平均	1.108	0.893

水路中拡大の場合
 $M_{mean} = \frac{1.108 + 1.103}{2}$
 $= 1.105$
 水路中縮小の場合
 $M_{mean} = \frac{0.893 + 0.877}{2}$
 $= 0.885$

4 水路中変化部に支配断面の生じる場合

水路中変化部から下流の水位が低い場合には、水路中変化部において図-3に示すように支配断面が生じる。水路中変化部に支配断面が生じると、下流の影響が上流に伝わり(8)式は適用できない。支配断面の生じる限界条件を求めて、下流の水深が条件となった場合には計算方法を定める必要がある。
 (3) 水路中拡大部における支配断面の生じる限界条件は、水路床を水平とし、損失水頭を無視して、上・下流2断面の運動量方程式と連続方程式から次のように誘導される。

$$F_2^2 = \frac{h' \cdot b^2}{H^3 B^2} F_1^2 \quad \dots (10)$$

h' は水路中変化部における水深である。

$F_1 = 1$ 、すなわち $h' = h_c$ となる F_2 の条件は、水路中比によって図-4に示すようになる。すなわち下流の水深、および流速が水路中比によって定められた F_2 の値($F_2 = \frac{U}{\sqrt{gh}}$)より大きくなると変化部に限界水深が生じる。

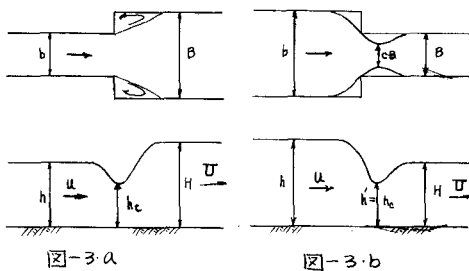


図-3 a

図-3 b

(4) 水路中縮小部における支配断面は、図-3 bに示すように水路内に縮流部が生じる。縮流係数 C を $C = 0.72 + 0.28 \frac{B}{b}$ と置き、拡大水路と同様に運動量方程式と連続方程式から

$$F_1^2 = \frac{\left(1 - \left(\frac{h'}{h}\right)^2\right) \frac{h'}{h} \frac{B}{b}}{2 \left(\frac{b}{B \cdot C} - \frac{h'}{h}\right)} \quad \dots (11)$$

および

$$\begin{aligned} F_1^2 &= \left(\frac{B}{b}\right)^2 \left(\frac{h'}{h}\right)^3 C^2 F_2'^2 \\ &= \left(\frac{B}{b}\right)^2 \left(\frac{H}{h}\right)^3 F_2'^2 \quad \dots (12) \end{aligned}$$

を誘導する。 $F_1 = 1$ ($h' = h_c$) となる場合の水路中縮小部の上流の F_1 と、下流の F_2 の関係は図-4となる。

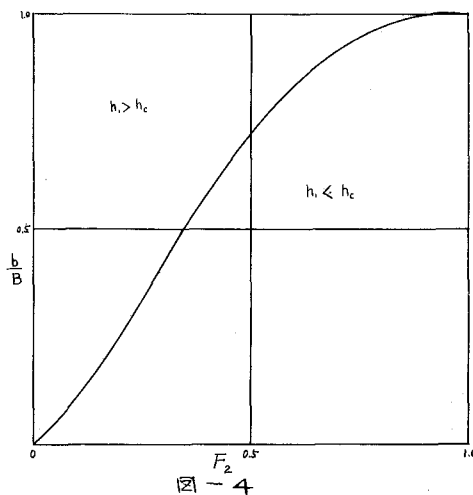


図-4

すなわち 下流の水深、流速が水路中比によって定められた $F_2 = \frac{U}{\sqrt{gH}}$ よりも大きな値となった場合には、水路中縮小部に限界水深が生じ、そのときの上流の $F_1 = \frac{U}{\sqrt{gH}}$ もさまる。

5 水路中変化部における特性曲線法による段波の計算法

水路中縮小部と通過する段波を(8)式によって計算する。上・下流から波が伝播してC点で衝突する場合の計算を説明する。(図-6) U, V 平面における符号を大文字, x, t 平面における符号を小文字とする。水路中が変化する部分は

ある区間をもつが、水路の長さとは比べて短いから、計算には次のような簡易化を行う。

上流から伝播した波 A は、中変化により流速と水位が変化し A' となり a 点から b 点に移る。この変化量は(8)式

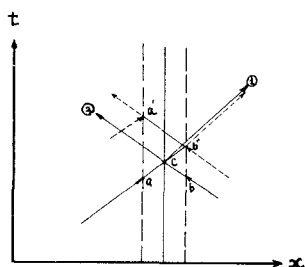


図-6 計算法説明図

によって計算する。b' において下流からの波 B と A' からの波の勾配線の交差から B' が求まる。この波の伝播速度で c 点から下流に向う。① b' の上流に向う B' の波は、中変化により流速と水位が変化し B'' となり a' 点に移る。a' では上流からの波 A と B' からの波の勾配線の交差から A' が求まり、c 点から上流に向う。②

6 計算結果

図-7 のような水路中で 30 から 40 cm に急拡大する水路で上流より 10 から 20 cm の流量を急増した場合の計算を行って実験結果と比較した。表-2 に示すように両者はよく一致しており、この計算方法が十分に実用に供するものを実証した。水路中変化部で限界水深が生じる場合は、流下する流量の値を連続とした境界条件で上・下流の水路を別々にして計算すればよい。

参考文献

- (1) 「第21回 年次学術講演会概要」
- (2) 「特性曲線法による急変部の計算法」, 電研所報 昭33, No. 5, 1963-12
- (3) 芦田「断水路断面急変部の水理学的適用に関する研究」, 土木学会論文報告書 No. 477, 昭33
- (4) 石井「急変部の水理学的特性に関する研究」, 昭31回 昭32年学術講演会概要

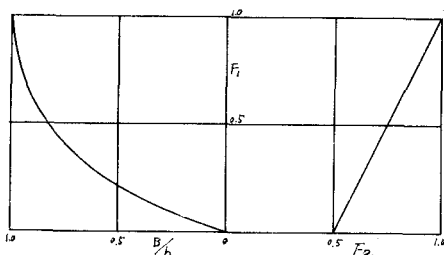


図-5

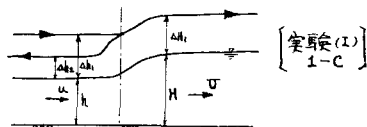
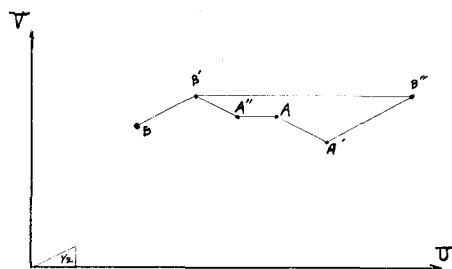


図-7

表-2 実験値と計算値の比較

	h cm	H cm	Δh1 cm	ΔH1 cm	Δh2 cm
計算値	11.65	12.25	2.10	1.85	1.50
実験値	11.65	12.25	2.10	1.95	1.60
計算値	16.40	16.95	2.20	1.90	1.70
実験値	16.40	16.95	2.10	1.80	1.80
計算値	20.70	21.15	1.90	1.65	1.45
実験値	20.70	21.15	2.00	1.70	1.55