

京大防災研究所 正員・豊田永次 正員 角屋 睦

低平地帯の雨水追跡では、はんらん効果の無視できないことを前年度示したが、今回は一步進めて低平水田地帯に特有の、はんらん貯留を伴う雨水流を巨視的な立場から考察し、雨水流が水路の通水能力を越えてはんらんを伴う段階では、みかじ工道跡基礎式が線型化する傾向をもつことを指摘するとともに、従来水田地帯によく適合するといわれてエド単位図法の適応性についても理論的に考察し、これを実流域について検証しようとするものである。

1 流域モデル；水田地帯における雨水の流出過程は、水田区画に降った雨が末端排水路へ流れる段階、末端排水路流下段階、支線流下段階およびこれらを集めて下流排水地点に至る幹線段階よりなっている。そこで流域は各支線排水路によって区画されいくつかの単位流域の集合であり、かつ各単位流域ではFig.1に示すように、整然とした排水路網が構成されているものと考える。

2. 水田区画からの流出；水田地帯を構成している各水田区画の降雨流出関係は一種の容量～抵抗系とみることができ、ここでは完全越流領域と末端排水路の通水能力に支配される領域（ここでは不完全越流領域と呼ぶ）があり、とくに後者の領域ではFig.2にみられるように水田区画のはんらん貯留が急激に増大する、はいし排水路内の水位の変動が急激に微小化していくことが了解される。このことを念頭に置き、両領域の雨水流出については考察してみよう。

(1) 完全越流領域；この領域では、雨水流出能 Y_0 は直接欠口の式によって与えられ、その追跡基礎式は次式で表わされる。

$$\frac{M}{(Y_0 - q_0)} \frac{dY}{dt} + Y_0 = Y_0 \quad (1)$$

ここに $M = \frac{F}{(2.486)^{1/3}}$ 、 F ：末端排水路の分配面積、 q_0 ：畦畔浸透量
 b ：水田欠口中、 N ：水田区画数、 σ ：換算係数、 C ：欠口の流量係数

この追跡計算は図解法、数値計算法によればよいが、一般に通水能力の小さい水田地帯の排水路を考えると、この領域の水化範囲は小さく、直接近似はいし実用上無視できる場合が多い。

(2) 不完全越流領域；この領域では田圃の貯留効果のため排水路の水位変動は小さくなるから、実用上十分な精度で次式が成立する (Fig.3)。

$$A = \alpha Q + A_c \quad (2) \quad \text{ここに、} A/A_0 \ll 1, \quad \alpha = A_0 p / Q_0, \\ A_c = (1-p) A_0.$$

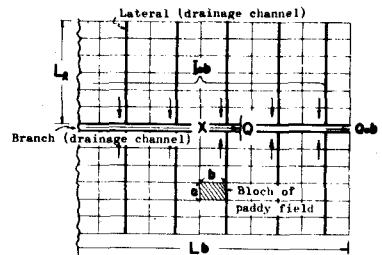


Fig.1 水田地帯の排水路組織

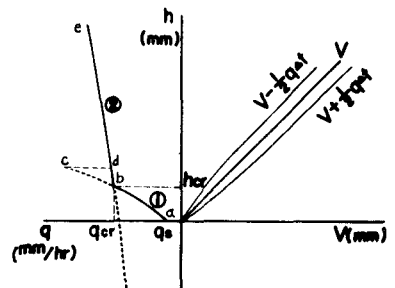


Fig.2. 雨水流出能と水田貯留量の関係

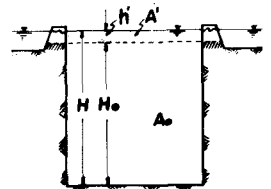


Fig.3 通水能力を越える流れ

しKがって追跡基礎式は次式で表わされる。

$$K(dY_0/dt) + Y_0 = Y_e \text{ ----- (3)} \quad \text{ここに, } K = PH/q_0, \quad q_0 = \frac{q}{P} \left(\frac{q}{P} \right)^{1/2}$$

初期条件を $(Y_0)_{t=0} = Y_{0cr}$ とする(3)式の block dia. は Fig.4 のようになり、その解は次式で表示される。

$$\left. \begin{aligned} Y_0(t) &= \int_0^t W_0(\tau) Y_e(t-\tau) d\tau + Y_{0cr} \exp(t/K) \\ W_0(t) &= \frac{1}{K} \exp(-t/K) \end{aligned} \right\} \text{----- (4)}$$

この式は明らかに $W_0(t)$ を単位図として重ね合せの法則が適用できることに意味しているが、指数関数的に減衰する初期値の効果が付加されていることに注意を要する。いまこの単位図の有用パラメータである所定数Kの特性を調べると、末端排水路の通水能力を50%程度としてもKは数10時間にもなり、主として貯留効果の卓越する系であることがわかる。このため初期値の効果も長所周らわって持続することになる。しかし現今の大部分の水田区域では、平時でも水位が河口敷島近傍に維持されていることが多い。このような地域では初期値の効果は0とみてよく、水田区画からの雨水流出口単位図のみで表現できることになる。

3. 排水路における雨水流: 前報では排水路の流れを補流入のある開水路流れとして、特性曲線法により追跡した後はん効果を導入したが、ここでは一貫して貯留効果を考慮した追跡を考えてみる。

(1) 末端排水路; Fig.5に示るよう末端排水路区間の追跡単位にとり、工流端からの距離をX、流量をQとして、 $(Q)_{x=L} = Q_0$ 、 $(dQ/dx)_{x=0} = I_0/L_0$ なる境界条件をみたす関数として、Tholinらの式を参考にし、次式を考える。

$$Q = \frac{X}{L_0} \left[1 - \frac{X}{L_0} \right] \left\{ 1 - \left(\frac{Q}{Q_0} \right)^p \right\}^{1/p} \text{----- (5)}$$

$A = KQ^p$, $S = \int_0^L A dx$ およ $I_0 - Q_0 = \frac{dS}{dx}$ を考慮すると次の追跡式が得られる。

$$K L_0^{\frac{p}{p+2}} Q_0^{p+1} \frac{dQ_0}{dx} + Q_0 = I_0 - \frac{K L_0}{p+1} \left(1 - \frac{p+1}{p+2} \right) p I_0^{\frac{p+1}{p}} \frac{dI_0}{dx} \text{----- (6)}$$

これは非線型であるから、実用計算では数値計算もしくは図解法によることになる。ところで、末端排水路の水位が水田区画を越え(2)式の関係が成立するようになると、(6)式は次のようになる。

$$\frac{\alpha}{3} L_0 \frac{dQ_0}{dx} + Q_0 = I_0 - \frac{\alpha}{6} L_0 \frac{dI_0}{dx} \text{----- (7)}$$

しKがって、初期条件 $(Q_0)_{x=0} = Q_c$ 、 $(I_0)_{x=0} = I_c$ とする(7)式の block dia. は Fig.6 のようになり、その解は

$$Q_0(t) = \int_0^t W_0(\tau) I_0(t-\tau) d\tau + \left\{ \frac{1}{2} I_c + Q_c \right\} \exp(-t/\tau), \quad W_0(t) = \frac{3}{2} \exp(-t/\tau) - \frac{1}{2} S(t), \quad S(t) = \int_0^t W_1(\tau) d\tau = I - \frac{3}{2} \exp(-t/\tau) \text{----- (8)}$$

(2) 支線排水路; 支線排水路区間の追跡単位にとり、末端排水路からの流出量を流入量として、前項と同様を考るが追跡すればよいが、工流端からの流入量 I_0 の有無により若干異なる。

$[I_0 = 0]$: 末端排水路に於けると同様貯留式、追跡式ならぬその解が得られる。とくに(2)式が成立するような状態を考えると、a). 支線排水路通水能力 > 末端排水路通水能力の場合; 末端排水路において通水能力を越え、前述のように水田区画でははんらん貯留が主として大きく、こうした

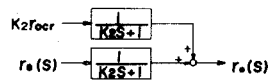


Fig. 4. 水田区画に対する block dia.

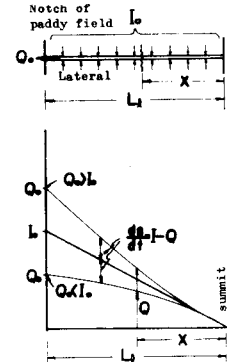


Fig. 5 末端排水路における追跡

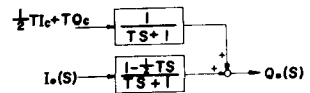


Fig. 6. 支線排水路に対する block dia.

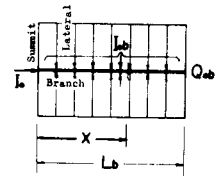


Fig. 7. 支線排水路における追跡(上流側流入)

効果のため支線の水位変動も緩慢になる。b) 支線排水路通水能力<末端排水路通水能力なる場合；この場合は支線排水路沿いの田圃をめぐり末端排水路下流部の田圃より貯留はらんが進行し、こうした効果によって支線排水路水位は次第に緩慢に変動となる。

$(I_0 + 0)$: Fig.7に示す記号を用いて Q を次のように表わすと、

$$Q = (I_0 + \frac{\alpha}{\beta} I_b) \left\{ 1 - \frac{\alpha}{\beta} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{1 + \frac{\alpha}{\beta} Q_b} \right)^{\beta} \right\} \right\}^{1/\beta} \quad (9)$$

前同様の手順によって追跡式を容易に求めることができるが、非線型となるので、差分の型に直して追跡することになる。しかし貯留はらんが発生する範囲では、前項と同様の考えによって次の線型追跡式が得られる。

$$2T \frac{dQ_b}{dt} + Q_b = I_0 - 3T \frac{dI_0}{dt} + I_b - T \frac{dI_b}{dt} \quad (10) \quad \text{ここに } \alpha = A_0 \beta / Q_c, Q_c = (A_0 / Q_b)^{1/\beta}, A_c = (1 - \beta) A_0, \alpha L_0 / \beta = T.$$

初期条件 $Q_b(t_0) = Q_c, (I_0)_{t_0} = I_c, (I_b)_{t_0} = I'_c$ とある式(10)の解は

$$\left. \begin{aligned} Q_b(t) &= \int_0^t W_b(\tau) I_0(t-\tau) d\tau + \int_0^t W_{ib}(\tau) I_b(t-\tau) d\tau + \frac{1}{2} \{ 2Q_c + 3I_c + I'_c \} \exp(-t/2T), & W_b(t) &= \frac{5}{4T} \exp(-t/2T) - \frac{3}{2} S(t) \\ W_{ib}(t) &= \frac{3}{2T} \exp(-t/2T) - \frac{1}{2} S(t), & S_b(t) &= 1 - \frac{5}{2} \exp(-t/2T), & S_{ib}(t) &= 1 - \frac{3}{2} \exp(-t/2T) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式(10)は、 $W_b(t), W_{ib}(t)$ は 2 つの単位関数による合成表示になっているが、一般に支線排水路の所定数は 10 分前後で、かなり即応性の系であるから、各末端排水路の長さかは等しいとみなしうる場合近似的に $I_b = \beta I_0$ (β : 面積比) の関係が成立するから、追跡式とこの解は次式となる。

$$2T \frac{dQ_b}{dt} + Q_b = (1 + \beta) I_0 - (3T + T\beta) \frac{dI_0}{dt} \quad (12), \quad Q_b(t) = \int_0^t W_b(\tau) I_0(t-\tau) d\tau + B(I_c, Q_c, t) \quad (13)$$

すなわち 1 つの単位関数で表示されうることになる。ただし $B(I_c, Q_c, t)$ は初期値の効果を表わしている。

(3) 幹線排水路；一般に各支線排水路の長さは必ずしも同一ではないから、もはや同一な流入を仮定した取扱はできない。支線排水路の合流する区間を追跡単位 (L_m) にとり、上流端流入量を I_0 、下流端流出量を Q とすると、貯留式および追跡式はそれぞれ次式のように表示される。

$$S = \frac{K L_m}{2} (I_0 + Q) \quad (14) \quad \frac{K L_m P}{2} Q \frac{dQ}{dt} + Q = I_0 - \frac{K L_m P}{2} I_0 \frac{dI_0}{dt} \quad (15)$$

前節と同様、末端、支線、幹線排水路のいずれかが通水能力を越えると、はらん貯留効果が卓越して急速に水位変化が緩慢となるから、(15)式は次のようになる。

$$T_m \frac{dQ}{dt} + Q = I_0 - T_m \frac{dI_0}{dt} \quad (16), \quad \text{ここに } T_m = \alpha L_m / 2, \alpha = A_0 \beta / Q_c, A_c = (1 - \beta) A_0, Q_c = (A_0 / K)^{1/\beta}.$$

初期条件 $Q(t_0) = Q_c, (I_0)_{t_0} = I_c$ に対する解は次のようになる。

$$Q(t) = \int_0^t W_m(\tau) I_0(t-\tau) d\tau + (Q_c + I_c) \exp(-t/T_m), \quad W_m(t) = \frac{2}{T_m} \exp(-t/T_m) - S(t), \quad S_m(t) = 1 - 2 \exp(-t/T_m) \quad (17)$$

以上、排水路における雨水追跡の基礎理論が明示されただけであるが、とくに次の 2 点を論及しておきたい。a) 雨水が通水能力以下で流下する場合、追跡式は非線型となり、実用上一般的には貯留式と連続式を組み合わせた図解法あるいは数値計算法で追跡されること。b) (7), (10), (12), (16) 式で示されるように、通水能力を越えてはらん貯留を伴う段階では追跡式が線型化し、それぞれの流出量は単位関数による項と初期値の効果を表わす項の和として表示される。これらの重要なパラメータである所定数の特性を調べると、水田区画のそれに比べて小さく、10~20分程度である。したがって初期値の効果も1対同程度で消滅する特性をもっている。

4. 水田地帯の雨水流出形態；この雨水流出系は、ある容量までは非線型、これを越えると線型に遷移する特性をもったプロセスと結合系と考えることができ、次の3つの型に大別できる。

(1) 系全体が非線型系；各プロセスとも排水路の通水能力以下で流出する系で、一般にどのような流

域でも出水の初期から終期に現れるが、とくに一連の降雨に対して十分な排水能力をもつような場合には、出水の全期間にわたって現れる。

$$I_e(s) \rightarrow W_{ro}(s) \rightarrow I_o(s) \rightarrow W_f(s) \rightarrow I_f(s) \rightarrow W_b(s) \rightarrow I_b(s) \rightarrow W_m(s) \rightarrow Q_o(s)$$

Fig.8 線型系のblock dia.

(2) 線型、非線型混在系；一部では通水能力を越えるはんらん貯留流れ、他は通水能力以下の流れという混在系で、とくに排水路網の通水能力がバランスしていない地域によく現れる。

(3) 系全体が線型系；前節の考察より明らかのように、雨水流がそれぞれの排水路でも通水能力を越えるような状態を広範囲にわたってはんらん貯留が卓越すると現れる。このようにプロセス全体が線型系となっている場合には、水田区画、および末端、支線、幹線排水路の伝達関数をそれぞれ、 $W_{ro}(s)$ 、 $W_b(s)$ 、 $W_m(s)$ とし、初期値の効果も一応考慮外とすると、この系のblock dia.はFig.9のようになり、系全体に対する伝達関数 $W(s)$ は、

$$W(s) = W_{ro}(s) W_b(s) W_m(s) \quad (18)$$

で表示されるから、結局この系の像方程式および流出量を与える式は次のように表示される。

$$Q_o(s) = W(s) Y_e(s) \quad (19)$$

$$Q_o(t) = \int_0^t W(\tau) Y_e(\tau) d\tau \quad (20)$$

(20)式は系全体に対し、一つの単位図が適用できることを意味する。

以上3つの型は、一般にその流域の排水組織の能力と出水の規模との関係に応じて一出水期間中においても随時相互に変換される性格をもっている。

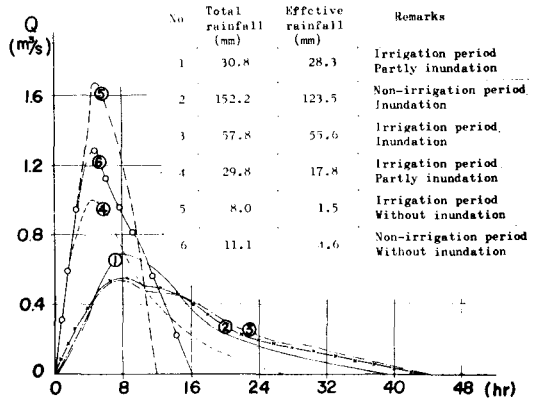


Fig.9 益田川流域における単位図の特性

5 単位図法の適応性； 上述の考察から明らかのように、単位図法が適用できるのは全出水期間を通じて線型系が発現する場合に限られる。現実には通水能力の極めて小さい排水不良地域では出水初期からはんらん貯留が起り、線型系の出水特性を示しやうなので、こうした地域では単位図法の適用が理論的にも可能である。従来、低平地帯ではよく単位図法が適用されることが、実は線型系の発現する出水に対してのみ可能であって、非線型系が主体となる出水に対しては、あまりよい適合性はみられないのである。

こうした考え方の妥当性を検討するため、典型的な低平水田地帯である滋賀県益田川流域について考察した。この流域は益田川を幹線水路とする排水路網が構成されているが、各排水路の断面は狭小かつ不整であって蛇行も多く、また水路内各所に取水のための障害物がある（一層通水能力を小さくしている）。そして現実には30mm前後の雨量でも流域の一部にはんらん状態がみられている。そこで実測の観測資料をもとに、出水の規模別に単位図を求めた結果をFig.9に示す。これより次のようなことがわかる。1) 出水期間を通じて非線型系が発現すると推論できるNo.5、No.6、No.4の出水に対する単位図は出水の規模別に変化し、規模が大きいほど程のピークが急減する特性を示す。2) 出水期間を通じて線型系が卓越すると推論できるNo.2、No.3の出水に対する単位図はほとんど一致する特性をもつ。

こうした単位図の性状はこれを述べてきた理論的考察の妥当性を裏付けるものである。

本研究は、昭和41年度特定研究費による研究成果の一部であることを付記する。